



## AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Luísa Silva **Andrade**  
Faculdade Cenecista de Osório  
Brasil  
luisaandrade1@yahoo.com.br

Ednei Luís **Becher**  
IFC – Instituto Federal Catarinense  
Brasil  
ednei@ifc-sombrio.edu.br

### Resumo

Esta oficina busca desenvolver atividades a luz da teoria dos registros de representação semiótica sobre o tema funções, que possibilitem a aprendizagem da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Consistirá de uma apresentação para fornecer uma fundamentação teórica sobre o tema proposto e a seguir, orientados pelos ministrantes, os participantes realizarão as atividades propostas. Acredita-se que uma prática embasada na utilização dos registros de representação semiótica pode qualificar os processos de ensino e aprendizagem, assim, espera-se com esse trabalho, divulgar para os professores participantes aspectos relevantes da teoria dos registros de representação semiótica que podem potencializar a articulação e o desenvolvimento da Álgebra e do pensamento algébrico.

*Palavras chave:* Álgebra, representações semióticas, função, processo de ensino e aprendizagem, pensamento algébrico.

### Introdução

A construção de conceitos matemáticos está associada à capacidade do sujeito representar, compreender, comunicar e tratar informações (Brasil, 1999), mas, para que isto aconteça, os estudantes necessitam estar inseridos em um processo de aprendizagem que instrumentalize,

estruture e desenvolva sua capacidade cognitiva de pensar matematicamente. Desta forma, enfatizam-se as dificuldades apresentadas pelos estudantes na aprendizagem da Álgebra durante a Educação Básica e que vem sendo discutidas por muitos pesquisadores (Fiorentini, Miguel, & Miorim, 1993) e professores ao longo dos anos. No entanto, ainda não existe um consenso sobre a melhor abordagem para o ensino da Álgebra, que compreende um “pensar algébrico” que não é necessariamente formalizado e uma “escrita algébrica” que consiste no uso das representações simbólicas de que a Álgebra formal faz uso.

Para Kaput (2005), a visão tradicional da Álgebra está relacionada com a aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações. Assim, a Álgebra escolar tem foco no ensino de um conjunto de procedimentos que, na visão dos alunos, não têm relação com outros conhecimentos matemáticos e nem com o seu cotidiano. Além disso, para o autor, a Álgebra dedica-se a capacitar os estudantes para produzir sequências de símbolos corretas e não foca na compreensão dos conceitos e do raciocínio matemático. De acordo com sua visão, as aplicações utilizadas são artificiais, pelo fato de que os alunos não têm a oportunidade de refletir sobre as suas próprias experiências, nem de organizar os seus conhecimentos.

Um aporte teórico que busca a articulação do pensamento sobre os conhecimentos matemáticos é a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2004). Segundo a qual, um objeto matemático deve passar, necessariamente, por diferentes representações que lhe possibilitam conhecê-lo e significá-lo. Dessa forma, entende-se que a utilização dos registros de representação semiótica pode dar significado aos conhecimentos da Álgebra tornando-os mais significantes ao sujeito que busca conhecê-los, qualificando assim, o processo de aprendizagem na disciplina.

Desta forma, este trabalho buscará apresentar aos professores participantes alternativas pedagógicas de como articular o pensamento algébrico a luz da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2004) acerca do objeto matemático função, visto que, “a falta de familiaridade com a álgebra torna a compreensão das funções muito difícil, se não impossível” Sierpínska (como citado por Tinoco, 1998, p. 04). Desta forma, na pesquisa realizada por Tinoco (1998), ficam claras as relações do uso da linguagem algébrica e do estudo de equações com o desenvolvimento das ideias básicas envolvidas no conceito de funções.

### **Pensamento Algébrico e os Registros de Representação Semiótica**

O conceito de função tem origem histórica ligada à necessidade do homem de registrar e descrever regularidades observadas em fenômenos, fazer previsões e generalizar leis ou padrões. Segundo Tinoco (1998), a experiência com o estudo de funções em sala de aula mostra que elas estão estreitamente relacionadas com a familiarização dos estudantes com a linguagem algébrica.

A fluência na representação e compreensão da Álgebra constitui-se alicerce para o desenvolvimento pelos estudantes das suas capacidade de utilizar a Álgebra na resolução de problemas matemáticos e no desenvolvimento do pensamento algébrico.

O estudo das idéias fundamentais da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico têm sido discutidos por muitos (NCTM<sup>1</sup>, 1989, 2000; Driscoll, 1999), o que leva

---

<sup>1</sup> *National Council of Teachers of Mathematics*

inevitavelmente a uma reflexão sobre o que é o pensamento algébrico, que se admite, evolui com o estudo da Álgebra e que deve capacitar o estudante no uso da Matemática. Pode-se constatar que na opinião dos pesquisadores em educação matemática, existe uma convergência, no sentido de que o pensamento algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações, tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial.

Segundo Kaput (2005) o raciocínio algébrico e o uso de representações algébricas como gráficos, tabelas, planilhas eletrônicas e fórmulas, são as ferramentas intelectuais mais poderosas e, é lamentável que os estudantes muitas vezes se afastem da Matemática por não compreenderem o significado dos conteúdos estudados, deixando de desenvolver competências e habilidades ligadas ao simbolismo algébrico. Portanto, para esse autor, o grande empreendimento é fazer a Álgebra acessível a todos os alunos e ensinar criando um ambiente na sala de aula que possibilite a aprendizagem com compreensão.

De acordo com o NCTM (2000), a fluência no simbolismo algébrico ajuda os estudantes a representar e resolver problemas em muitas áreas do currículo, por exemplo, os estudantes devem poder operar fluentemente com expressões algébricas, combinando-as e re-expressando-as em formas alternativas, de modo a que os estudantes sejam capazes de encontrar soluções exatas de equações e funções que estão presentes no estudo da Física, da Química, da Estatística e em muitas outras áreas.

A relação que a Álgebra tem com os símbolos reside no fato de que para pensar sobre ideias e conceitos matemáticos é necessária uma representação interna, de forma que o cérebro seja capaz de operar e comunicar estas ideias e conceitos. Da mesma forma, é preciso uma representação externa que nos possibilite a comunicação. Assim, os signos externos de representação têm um equivalente mental, o que torna necessária uma distinção entre as representações internas e externas.

A relação entre essas duas modalidades de representação foi expressa por Duval (2004), para quem as representações mentais e as representações externas não podem ser vistas como domínios diferentes, pois o desenvolvimento das representações mentais se dá com a interiorização das representações externas e a diversificação das representações de um objeto, aumenta a capacidade cognitiva do sujeito e, por conseguinte, suas representações mentais. Do mesmo modo, as representações externas, como enunciados em linguagem natural, fórmulas algébricas, gráficos, entre outras, são os meios através dos quais os indivíduos exteriorizam suas representações mentais e as tornam acessíveis.

Damm (2002) sintetiza esse ponto de vista, utilizando as palavras de Duval: “[...] as representações semióticas não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas de pensamento” Duval (como citado em Damm, 2002, p. 143). Assim, compreende-se que o desenvolvimento das representações mentais necessita de funções cognitivas que podem ser preenchidas pelas representações semióticas.

Para o autor, as representações, especificamente as semióticas, servem de suporte para que exista comunicação no universo matemático, visto que, “[...] elas são produções constituídas pelo emprego de signos, linguagem natural, língua formal, escrita algébrica, gráficos cartesianos, figuras, de um objeto matemático [...]” (Duval, 2004, p. 14).

Assim, com relação ao funcionamento da cognição em Matemática, deve-se levar em

consideração que a mesma se revela inseparável da existência de diferentes registros de representação semiótica, sendo necessário utilizar muitos desses registros, para que os objetos matemáticos não venham a ser confundidos com suas representações e possam ser reconhecidos em cada uma delas.

As transformações semióticas e a coordenação entre os registros de representação, também são imprescindíveis na atividade matemática, segundo Duval (2004). As transformações podem ser classificadas em dois tipos: tratamentos e conversões. A distinção entre esses dois tipos de registro possibilita analisar como funciona o sistema cognitivo de compreensão do sujeito.

Dessa forma, para Duval (2003):

[...] a transformação de uma representação semiótica em uma outra representação, podem ocorrer de duas maneiras: permanecendo no mesmo sistema - tratamento; e mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos – conversão. (p. 15)

Ainda, segundo Damm (2002), o tratamento é interno a um registro e está diretamente relacionado à forma e não ao conteúdo do objeto matemático em estudo. E a conversão de uma representação ocorre entre registros diferentes, ela é a modificação de uma representação para outra, em um outro registro, porém conservando o mesmo objeto matemático.

Duval (2004) destaca que é através da coordenação entre os registros que ocorre a aquisição de conhecimentos. Ele elucida essa afirmação, mencionando que, “a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e essa coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (Ibidem, 2004, p. 63).

Dessa forma, percebe-se que a ausência da coordenação entre os diferentes registros de representação impede a compreensão global de um determinado conhecimento e, quando essa compreensão fica restrita a um único registro de representação, ela não favorece a aprendizagem.

Duval (2003) também chama a atenção para a diferença que pode existir entre os registros de representação semiótica, classificando-os em multifuncionais e monofuncionais, sendo que ambos possuem representações discursivas e representações não-discursivas.

Além disso, na aprendizagem da Matemática, devem-se levar em consideração os fenômenos de congruência e de não-congruência entre as representações de um mesmo objeto, que se originam de sistemas semióticos diferentes, ou seja, quando se realiza a atividade de conversão. Isso porque, segundo Duval (2004), é através desses fenômenos que se podem explicar os sucessos ou os insucessos dos alunos frente às questões que implicam uma mudança de sistema semiótico de representação.

D’Amore (2005), diz que, é preciso que o discente e, principalmente, o docente entenda como se processa a aprendizagem na disciplina, pois:

[...] de um lado, o estudante não sabe que está aprendendo signos que estão no lugar de conceitos e que deveria estar aprendendo conceitos; de outro lado, se o professor nunca refletiu sobre o assunto, acreditará que o estudante está aprendendo conceitos, enquanto ele está, na realidade, ‘aprendendo’ apenas a utilizar signos. (p. 52)

Neste contexto, entende-se que, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e, especificamente, da Álgebra pode ser potencializado através do uso dos registros de representação semiótica, como forma de desenvolver um processo de ensino e aprendizagem que

permita a interdependência entre *noesis* e *semiosis*, ou seja, entre a “aquisição conceitual de um objeto e a representação realizada por meio de signos” (D’Amore, 2005, p. 58).

## **Metodologia**

A oficina iniciará com uma breve revisão teórica sobre o tema (aproximadamente 20 min) com o intuito de apresentar aos participantes as possíveis relações ou interligações entre os registros de representação e o desenvolvimento do pensamento algébrico. A seguir, serão desenvolvidas atividades em grupo (aproximadamente 1 h), buscando oportunizar aos participantes experiências e reflexões sobre situações e metodologias que podem ser utilizadas no ensino da Álgebra sob a perspectiva dos registros de representação semiótica.

A oficina será concluída com um debate coletivo sobre as atividades realizadas pelos participantes (aproximadamente 30 min), com o objetivo de expressar as dificuldades encontradas, as possíveis contribuições e a viabilidade da proposta de articulação entre os registros de representação semiótica e o pensamento algébrico sugerida pela oficina.

As atividades apresentadas buscarão o desenvolvimento e o trânsito entre diferentes representações sobre o objeto matemático funções, sendo consideradas as etapas que estruturam o entendimento deste conhecimento, a partir dos níveis de compreensão estabelecidos por Bergeron e Herscovics (1982): compreensão intuitiva, matematização inicial, abstração e formalização.

Segundo Tinoco (1998), cada um dos níveis apresenta características peculiares que vão desde a exploração do conhecimento informal, as noções intuitivas e estende-se até a generalização, a utilização da linguagem simbólica e a formalização.

A seguir, exemplifica-se uma das atividades organizadas para o desenvolvimento desta oficina.

**Atividade 1:** Um vendedor recebe um salário fixo de R\$ 800,00 e mais R\$ 15,00 por item vendido. Represente a evolução do salário se ele vender 0, 2, 3, 5, 8, 9, 10 itens. A partir dessa representação construa o gráfico correspondente e responda:

- a) O salário é variável?
- b) O número de itens vendidos é variável?
- c) O salário depende de quê?
- d) Encontre um modo que permita expressar o cálculo do salário para qualquer número de itens vendidos.
- e) Qual o valor do salário se ele vender 25 itens? Se no final do mês receber um salário de R\$ 995,00, quantos itens terá vendido?

A questão proposta apresenta-se descrita nos registros simbólico numérico e em língua natural e envolve, necessariamente, transformações de tratamento e conversão. Os tratamentos são evidenciados na construção de uma representação para a evolução do salário, dentro do registro simbólico numérico e na resolução e interpretação dos itens a, b, c, e. Já a atividade de conversão, manifesta-se na construção gráfica e na elaboração de uma lei de formação para a situação proposta (item d), cuja expectativa é a passagem para o registro simbólico-algébrico.

Cognitivamente, esta atividade busca fazer com que o aluno interprete (concepção intuitiva), descreva e seja capaz de representar funções simples de forma analítica (representação algébrica) e gráfica (matematização inicial). Ainda, trabalham-se as ideias de reconhecimento de variáveis dependentes e independentes, a diferença entre variável contínua e discreta, a construção de gráficos, a interpretação de dados e as noções de incógnita, que são importantes para a elaboração do conceito de função.

### **Considerações Finais**

Espera-se com esta oficina ampliar as possibilidades de compreensão do conceito de função e de articulação entre a álgebra e o pensamento algébrico, de modo a tornar esta parte da Matemática mais acessível aos estudantes.

Da mesma forma, busca-se contribuir para o aprimoramento de competências e habilidades, tanto de docentes quanto de estudantes, a partir dos construtos teóricos de Raymond Duval (2004) que podem ampliar o entendimento da maneira como se processa a internalização dos conceitos e das operações algébricas.

Almeja-se, que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, vivenciado pelos estudantes na Educação Básica, seja organizado a partir de situações que considerem as representações semióticas como forma de qualificar a aprendizagem dos conceitos, das operações e idéias matemáticas, através da diferenciação entre os objetos matemáticos e suas representações.

### Bibliografias e Referências

- Bergeron, J. C., & Herscovics, N. (1982). *Levels in the Understanding of the Function Concept. Proceedings of the Workshop on the Functions*. Foundation of Curriculum Development, Enschede, Netherlands.
- Brasil (1999). *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEF.
- D'Amore, B. (2005). *Epistemologia e Didática da Matemática*. São Paulo: Escrituras.
- Damm, R. F. (2002). Registros de Representação. In S. D. A. Machado *et al.* (Org.). *Educação Matemática: uma introdução*. (2a ed., pp. 135 – 153). São Paulo: Educ.
- Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In S. D. A. Machado. (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. (pp. 11-33). Campinas: Papirus.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle: PeterLang S. A.
- Driscoll, Mark. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fiorentini, D., Miguel, A., & Miorim, M. A. (1993). As Concepções de educação algébrica. *Proposições*, 4(1), 39-54.
- Kaput, J. Teaching and learning a new algebra with understanding (2005). Recuperado em 25 outubro, 2005, de <http://www.simcalc.umassd.edu/downloads/KaputAlgUnd.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios e Estándares para la Educación Matemática*. (M. F. Reyes, Trad.). Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Tinoco, L. (1998). *Construindo o conceito de função do 1º grau*. Projeto Fundação-IM/UFRJ, Rio de Janeiro.

**Anexo A**

<b>Informação Geral</b>	
AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO	
Luísa Silva <b>Andrade</b> Ednei Luís <b>Becher</b>	
Faculdade Cenecista de Osório Instituto Federal Catarinense	
Brasil	
Número de horas mais conveniente	2 horas
Nível de escolarização a que é dirigida a oficina	Ensino Fundamental Anos Finais, Ensino Médio e Ensino Superior
Número máximo de pessoas	30 participantes
Equipamentos audiovisuais ou informáticos necessários	Datashow, caixas de som adaptadas ao datashow. quadro, marcador ou giz

## Anexo B

### Exemplos de Atividades

**Exemplo 1:** Construa triângulos utilizando palitos conforme o desenho



- Quantos palitos são necessários para formar quatro triângulos? E para formar cinco triângulos? Registre o que você observa.
- Faça representações envolvendo os triângulos e a quantidade de palitos.
- Estabeleça a expressão que permita calcular a quantidade de palitos necessária para formar um número  $n$  qualquer de triângulos.

**Exemplo 2:** Calcule o número de resultados possíveis, em função do número de moedas lançadas. Use moedas de R\$ 0, 01; R\$ 0, 05; R\$ 0, 10; R\$ 0, 50 e R\$ 1, 00.

Procedimento:

- lançar uma moeda e verificar os resultados possíveis;
- lançar duas moedas e verificar os resultados possíveis;
- lançar 3, 4, 5 moedas distintas verificando os resultados.

Agora, complete a tabela:

Número de moedas	Número de resultados

- Descreva o comportamento dessa representação.
- Construa outras representações que expressem o comportamento dessa situação.
- Construa o modelo matemático que relaciona o número de moedas e o número de resultados.