



O Ensino de Estocástica por meio de simulação virtual

Leandro de Oliveira **Souza**
Universidade Cruzeiro do Sul
Brasil
olileo@ig.com.br
Celi Espasandin **Lopes**
Universidade Cruzeiro do Sul
Brasil
celilopes@uol.com.br

Resumo

Este artigo refere-se a parte de uma pesquisa de mestrado de natureza qualitativa, com análise interpretativa segundo categorias emergentes: simulação, interação e resolução de problemas que buscou investigar as contribuições da inserção da tecnologia para a educação estocástica. O processo de análise convergiu para a elaboração de um estudo de caso sobre um grupo formado por quatro alunas com as quais se desenvolveram as atividades e se investigou o seguinte problema: como os recursos tecnológicos podem contribuir para a construção de novos conhecimentos da Estocástica no Ensino Fundamental? Para responder a essa questão, utilizou-se a perspectiva vygotskiana, considerando que, através de atividades de ensino, se possa promover a aprendizagem por meio da internalização. Comprovou-se que tais recursos geram conhecimentos mais amplos e precisos, destacando a importância da simulação e do processo de interação na educação estocástica.

Palavras chave: ensino, aprendizagem, educação, matemática, estatística, probabilidade, tecnologias, ensino fundamental.

Abstract

This article refers to the part of a research that aimed to investigate the contributions that the insertion of technology can bring to stochastic education. The stochastic term has been used to refer to the interrelationship of the concepts of combinatorics, probability and statistics. Although the study emphasized the teaching and learning of probability and statistics, this text describes the activities related to the probabilistic study. The research was qualitative, having interpretive analysis with the categories emerging from the empirical part:

simulation, interaction and problem-solving. The review process has converged for the preparation of a case study of a group of four students with whom the activities were developed and was investigated the following problem: how can technology resources be useful for the construction of new knowledge in the stochastic elementary school? To answer this question we used a Vygotsky's perspective considering that with learning activities one promote learning through internalization. Thus, the process focused on the interaction having the collective dimension and the support of technological resources. It became evident that the inclusion of these resources generates broader and accurate knowledge but requires a teacher with theoretical and methodological knowledge much deeper on the subject. Moreover, the results highlighted the importance of simulation and the interaction process in the stochastic education.

Key words: teaching, learning, education, mathematics, statistics, probability, technology, middle school.

Introdução

A sociedade contemporânea requer novos olhares para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática na escola. Uma questão pertinente refere-se à implementação da educação estocástica na Escola Básica. Optamos pelo termo “estocástica”, ao nos referirmos à interface entre a estatística e a probabilidade, entendendo que tais assuntos, quando estudados na Educação Básica, possibilitam o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio, compreendendo fenômenos aleatórios, interpretação de amostras e elaboração de inferências (Lopes & Moran, 1999). “Estocástica” é um termo frequentemente usado por vários pesquisadores de ensino, aprendizagem e avaliação de probabilidade e estatística. Tem sido utilizado, com maior ênfase, na produção científica da educação matemática europeia, para referir-se ao imbricamento entre os conceitos de combinatória, probabilidade e estatística (Estepa, 2002; Meletiou-Mavrotheris & Lee, 2002; Heitele, 1975). No Brasil, aparece destacado nas pesquisas de Lopes (1998, 2003). Os grupos de trabalho do PME — *Stochastic Working Group* — e do CERME – *Developing Stochastic Thinking* — têm discutido regularmente a educação estocástica.

A perspectiva de uma educação estocástica no ensino fundamental brasileiro é aqui considerada, devido ao fato de ser o pensamento estocástico uma linha de raciocínio matemático (Heitele, 1975) presente em nosso currículo. Além disso, nosso foco neste artigo é a Probabilidade, um dos conceitos fundamentais em Estocástica (Martignon & Kurz-Milcke, 2006).

Outro pressuposto considerado é que, para desenvolver o ensino da Estocástica, o professor precisará, além de atualizar e construir seus próprios conhecimentos sobre o tema, refletir sobre o quanto ele se opõe ao determinismo, ao mesmo tempo que poderá visualizar o fato de que vivemos em um mundo simultaneamente estocastizado e determinista (Lopes, 2003).

Essa reflexão epistemológica torna-se essencial no caso da estocástica, pois esse assunto pode ser difícil de ensinar, devido às suas características especiais, tanto ao aprofundar questões mais amplas a partir de dados analisados, como ao efetuar juízos de valor sobre os modelos apropriados para trabalhar os dados. Mas, principalmente, pelo processo de reflexão sobre ideias controversas, como o azar e a causalidade.

Para Batanero (2002), os professores dos diversos níveis educativos que queiram acompanhar a educação estatística devem aceitar a rapidez e as mudanças que os meios tecnológicos nos trazem e, desse modo, conduzir a Educação Estatística de maneira a criar uma cultura de ensino que permita libertá-la dos cálculos enfadonhos, rotineiros e descontextualizados. A autora considera que uma pessoa pode ser, por exemplo, brilhante na resolução de problemas estatísticos e pode ter um vasto conhecimento de conceitos, mas desconhecer as aplicações da Estatística e o papel que ela exerce na sociedade. Importa ter consciência de que a cultura não é somente conhecimento: capacidade emocional, sentimentos, valores, atitudes são também componentes importantes da educação.

Acompanhando essa nova forma de conceber o trabalho escolar com Matemática, a Probabilidade vem cada vez mais tomando parte no currículo dessa disciplina; porém, segundo Batanero, C., Godino, J. D. & Cañizares, M. J.. (2005), a grande maioria dos professores tem pouca experiência no ensino da Probabilidade e, algumas vezes, acaba por compartilhar com seus alunos uma série de equívocos na educação probabilística. Para esses autores, ensinar probabilidade é difícil, por várias razões: uma delas é a disparidade entre a intuição e o desenvolvimento conceitual, mesmo no que se refere aparentemente a conceitos elementares.

Ressaltamos, então, a importância de buscar meios de ensinar probabilidade para as crianças, superando as crenças errôneas que podem advir de uma educação que incida sobre competências técnicas. A resolução de problemas por simulação pode contribuir nesse sentido.

Para Batanero et al. (2005), as simulações são ferramentas fundamentais no início do Ensino Fundamental, pois permitem que os alunos construam modelos e experimentem com fenômenos aleatórios e previsões a longo prazo, dando a real interpretação para a frequência dos fenômenos probabilísticos, o que seria praticamente impossível sem a rapidez dos simuladores tecnológicos.

Chance e Rossman (2006) recomendam o uso de simulações como ajuda aos alunos para explorar a Estatística introdutória e sugerem que se proponha aos estudantes um envolvimento direto com o processo de simulação, pois acreditam que isso propicie uma melhor compreensão sobre o processo e a transição natural, de forma não obscura, para uma simulação computacional. Também destacam a importância de criar uma ligação entre os programas computacionais e as simulações, que pode ser estabelecida, simplesmente, embutindo a tecnologia e a simulação no mesmo contexto, projetando as simulações para que correspondam à aleatoriedade do estudo.

Para esses autores, a escolha da tecnologia deve ser feita para promover a interação entre aluno e acessibilidade, mantendo o foco no conceito de Estatística e não na tecnologia. Para isso, é necessário utilizar ferramentas que permitam um rápido retorno visual, como o *software* Fathom. Tais ferramentas e modelos podem ser muito eficazes no estabelecimento de dissonância cognitiva, pois elas exigem dos estudantes maior atenção à sua própria compreensão sobre os conceitos.

Ao elaborar atividades de ensino a serem propostas aos alunos, o professor deverá priorizar aquelas nas quais haja espaços para construção lógica e incentivar a concentração no conjunto de conceitos estatísticos. É interessante que construa simulações durante todo o curso e permita que os alunos as vejam como uma ferramenta de análise de direito próprio e considerem os recursos de simulações para comparar diferentes técnicas analíticas (Chance & Rossman, 2006).

Metodologia

Este artigo corresponde a um recorte da pesquisa de mestrado (Souza, 2009) que investigou o seguinte problema: como os recursos tecnológicos podem ser úteis para a construção de novos conhecimentos envolvendo a Estocástica no Ensino Fundamental? Para responder a essa questão, desenvolvemos uma pesquisa de natureza qualitativa, com análise interpretativa, a partir das seguintes categorias emergentes da parte empírica: simulação, interação e resolução de problemas.

Foram desenvolvidas quatro atividades: duas de Estatística, aplicadas a duas turmas de aproximadamente 40 alunos, em uma escola Municipal de São José dos Campos; e mais duas de Probabilidade, aplicadas a um grupo de quatro alunas voluntárias dessas turmas.

Neste artigo, descreveremos as atividades que focalizaram a Probabilidade. Aplicamos a um grupo reduzido de alunos justamente por possuímos apenas uma licença do *software* Fathom, no qual reconhecemos um grande potencial para o ensino de Estatística e Probabilidade, o que nos levou a utilizá-lo como simulador de eventos aleatórios na pesquisa.

Além disso, através das atividades de ensino de Probabilidade, pretendíamos observar se nossa atividade de pesquisa podia fazer com que a aprendizagem ocorresse por meio da internalização (Vygotsky, 1991, p. 64), a partir de um processo de troca, com dimensão coletiva e com apoio de recursos tecnológicos.

Optamos, então, por fazer a gravação da discussão em áudio e trabalhar com um número pequeno de alunos, para que pudéssemos levantar dados, participando do processo de ensino e aprendizagem e intermediando-o. Nossa ideia de trabalhar com poucos alunos tinha por meta dar-nos, posteriormente, condições para analisar esses dados com maior precisão. Embora nosso objetivo central fosse investigar as contribuições dos recursos tecnológicos à aquisição de conhecimentos probabilísticos e estatísticos, também pudemos ressaltar considerações relacionadas à nossa prática docente e ao processo de interação dos alunos durante a construção do conhecimento.

O uso de simulações no ensino da Estocástica

Em consonância com as diretrizes postuladas por Chance e Rossman (2006), neste estudo, buscamos evidenciar que o processo de ensino e aprendizagem da Estocástica no Ensino Fundamental pode ser ampliado e tornar-se mais significativo com o uso dos computadores: estes podem auxiliar os estudantes a adquirir conhecimentos sobre a coleta de dados e sobre sua organização, descrição, análise e interpretação; e a utilizá-los para tomada de decisões.

Para isso, desenvolvemos várias atividades, das quais aqui descreveremos uma que chamamos de jogo da roleta, disponível no *site* elaborado pela National Library of Virtual Manipulatives (NLVM) — tanto em língua espanhola quanto inglesa. Faz parte de um projeto apoiado pela US National Science Foundation (NSF), iniciado em 1999 para desenvolver uma biblioteca interativa com jogos virtuais ou conceitos tutoriais na *web*, principalmente na forma de *Java applets*, para a instrução matemática. O projeto inclui ampla divulgação e avaliação interna e externa.

Esperávamos que as quatro alunas acima mencionadas fizessem comparações do jogo da roleta com um outro jogo, anteriormente desenvolvido em Souza (2009), que levava os alunos a estimar a probabilidade da soma dos resultados obtidos pelo lançamento indicado nas faces superiores de dois dados. Pretendíamos, através da comparação dos jogos, que as

estudantes descobrissem que existem injustiças na organização dos jogos e que elas podem ser resolvidas, conhecendo-se as chances reais de cada jogador ganhar.

Para iniciar o jogo da roleta, três alunas deveriam jogar, e jogar individualmente, competindo umas com as outras. Os materiais utilizados foram três carrinhos, a roleta do *site* da NLVM, o programa Fathom e o tabuleiro da *Figura 1*.

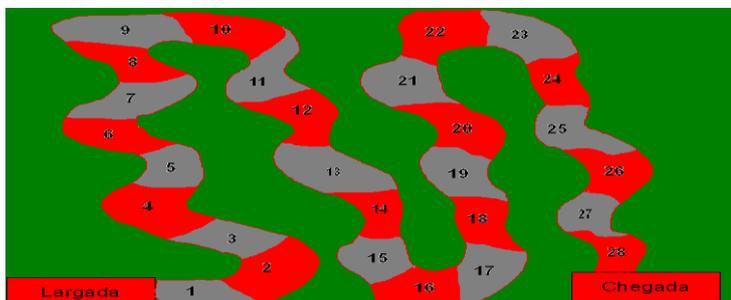


Figura 1 – Tabuleiro para o jogo da roleta.

A princípio, a roleta foi ajustada pelo pesquisador, de forma que as partes coloridas não fossem proporcionais entre si. Cada aluna deveria escolher uma cor da roleta. Quando a roleta girava e o ponteiro parava na cor escolhida, o carrinho escolhido pela aluna avançava. Vencia o jogo aquela que chegasse primeiro ao final. A forma como estava ajustada a roleta pode ser observada na *Figura 2*.

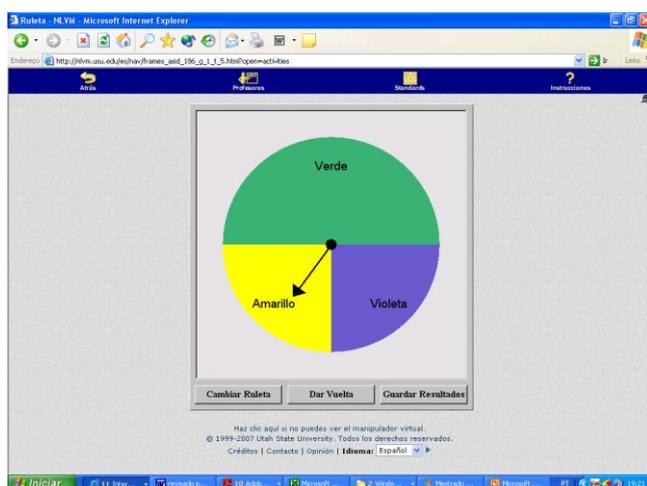


Figura 2 – Roleta ajustada pelo pesquisador para o jogo do tabuleiro.

Esperávamos, a princípio, que as alunas percebessem que a regra criada para o jogo não era justa, o que causou dificuldade para entrarem em acordo, ao escolherem a cor para cada uma. Após a primeira partida e usando a mesma roleta, pedimos a elas que respondessem a um roteiro de perguntas e que expressassem as chances de cada jogadora, através de frações, porcentagem e decimal; e que, logo em seguida, criassem regras para que o jogo se tornasse justo, sem que mudassem as cores da roleta.

Para expressar a probabilidade de cada cor da roleta em frações e porcentagem, as alunas não tiveram dificuldades em responder: azul 50% - $1/2$; amarelo 25% - $1/4$; e verde 25% - $1/4$. Porém houve grande dificuldade para expressar as probabilidades em números decimais. As discussões oscilaram várias vezes entre dividir o denominador pelo numerador ou dividir o denominador por 100. As alunas nem sequer cogitaram da possibilidade de dividir a porcentagem por 100 ou o numerador da fração pelo denominador. Parece mais fácil

transformar um gráfico de setores em frações ou porcentagem, justamente porque a situação é visual. Por exemplo, é fácil identificar que o gráfico da roleta pode ser dividido em quatro partes. Para representá-las, temos duas cores que representam duas partes das quatro e outra, que representa as outras duas partes. O mesmo acontece com as porcentagens. É fácil identificar que 100%, o total, pode ser dividido em quatro partes; que uma das cores representa o dobro das outras duas; e que as outras duas, somadas, têm o mesmo valor da primeira, diferentemente de transformar os gráficos em números decimais. Pela atividade, percebemos que as alunas não têm o hábito de representar probabilidades com números racionais, talvez porque esse conceito requeira uma abstração um pouco maior.

Para criar regras justas para o jogo, as alunas responderam que, para o azul andar uma casa, a roleta deveria cair duas vezes nessa cor. Essa estratégia foi desenvolvida com aparente facilidade: conseguiram criar uma regra justa, apenas observando as probabilidades através da porcentagem de cada cor.

Para prosseguir, pedimos que, as alunas comparassem a cor dos carrinhos com a cor da roleta e avançassem, conforme a indicação da cor em que a roleta parasse e criassem uma nova regra, mudando apenas o tamanho das partes da roleta em cada cor, para tornar justo o jogo para todas as participantes.

Uma das alunas respondeu que deveriam usar $1/3$ de cada parte da roleta para cada cor. Para nossa surpresa, com o uso da calculadora, uma outra aluna se posicionou, dizendo que seriam $33,33333\dots\%$. Depois disso, houve uma árdua discussão, e uma delas perguntou como deveriam fazer, já que, se somassem os três, não daria 100%; e isso faria com que o jogo não se tornasse justo. A discussão demorou algum tempo e precisou da intervenção do pesquisador para que chegassem à conclusão de que a diferença era tão pequena que cada cor deveria ficar com $33,33333\dots\%$, pois, mesmo assim, o jogo roleta tornar-se-ia justo. Finalizada a discussão, os alunos arrumaram a roleta, conforme a *Figura 3*.

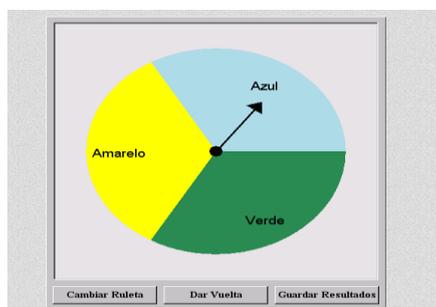


Figura 3 – Roleta organizada pelas três jogadoras, com chances iguais.

Nessa questão, ficou bem claro que existe uma dificuldade muito grande dos alunos em abstrair que uma fração pode representar uma dízima periódica e ser usada para dividir partes iguais. Sendo assim, elas desprezaram a diferença que encontraram, sem estar convencidas de que as chances seriam as mesmas para as três cores, principalmente pelo fato de uma parte, mesmo que muito pequena, haver sumido no meio dos seus cálculos. Essa situação é muito complexa para ser discutida e entendida nessa idade, visto que, aos olhos de algumas pessoas, a Matemática tem de ser uma ciência tão exata que não permita aproximações. Essa impressão é muito aflorada nessa idade, em que não existe meio termo — ou é ou não é. Parece que o fato se agrava porque estamos ainda falando de chances, e, para que jogos sejam justos, não podem existir diferenças, mesmo mínimas.

Segundo Batanero, Godino e Cañizares (2005), os computadores oferecem aos estudantes uma variedade de ferramentas para simulação que ajudam a explorar e a descobrir conceitos e princípios que, de outra forma, seriam muito mais resumidos. Isso pode reforçar a intuição probabilística.

Em seguida, pedimos que as alunas enumerassem a roleta de 1 a 6, de forma que todas as cores tivessem o mesmo tamanho, e que comparassem os resultados da roleta girada 100 vezes com os números obtidos por um dado lançado 100 vezes no programa Fathom. Perguntamos se os resultados foram iguais para esses dois procedimentos. Para responder a essa pergunta, as alunas fizeram a transformação dos resultados em porcentagem, conforme mostra a *Figura 4*.

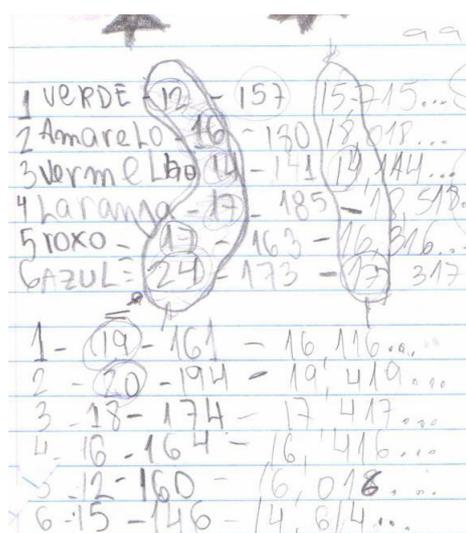


Figura 4 – Anotações dos resultados da roleta e dos resultados do lançamento de um dado.

Observando suas anotações, as alunas disseram que os resultados não coincidiram. Em seus experimentos probabilísticos, Batanero et al. (2005) notaram dificuldades também descritas por Coutinho (2001), dentre elas, a de distinguir a estimativa da probabilidade dada, através da simulação do valor teórico real, o que também foi observado em nossa pesquisa.

Pedimos que as alunas lançassem os dados 1.000 vezes e girassem a roleta a mesma quantidade de vezes. Em seguida, perguntamos se os resultados foram iguais para o dado lançado 1.000 vezes e para a roleta girada a mesma quantidade de vezes. Novamente, em resposta a essa questão, elas disseram que os resultados não coincidiram.

Continuando a atividade, pedimos que expressassem a probabilidade através de frações ou porcentagem, para cada número do dado e cada número da roleta. As respostas foram, respectivamente: $1/6$ e $16,6666...%$. Perguntamos, então, se os cálculos feitos por elas traziam resultados equivalentes ao que acontece na realidade, quando executamos a experiência. Também pedimos que, se existisse diferença, explicassem por que isso acontece. Elas disseram que os resultados são equivalentes, porque estamos tratando da probabilidade e de uma situação real. As alunas perceberam que a diferença existia, mas era muito pequena. Na situação real, as porcentagens não ficaram muito longe dos 16% calculados.

Essa comparação permite que os alunos observem e entendam que, quando fazemos cálculos probabilísticos, apesar de não termos os resultados idênticos, estamos aproximando

os valores imaginários do que aconteceria no real, prevendo os eventos através de estimativas.

Na tarefa seguinte, pedimos que as alunas simulassem o lançamento de dois dados somados 100 vezes no programa Fathom (*Figura 6*) e verificassem os resultados. Em seguida, pedimos que enumerassem a roleta de 2 a 12 (*Figura 5*), com os segmentos coloridos no mesmo tamanho cada um e também a girassem 100 vezes, verificando os resultados.



Figura 5 – Roleta organizada superiores do lançamento pelos alunos.

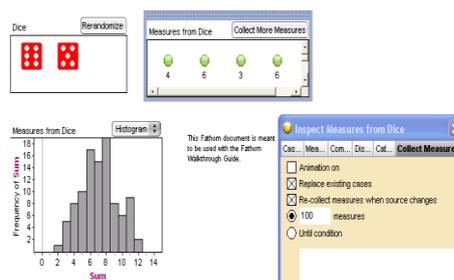


Figura 6 – Simulação da soma das faces de dois dados.

Após as simulações, perguntamos às alunas se os resultados foram iguais, próximos ou muito diferentes nas duas situações e por quê. A resposta foi que os resultados foram diferentes porque as chances haviam sido diferentes. Esta última constatação foi possibilitada, como já dissemos anteriormente, por termos trabalhado com as alunas a atividade “corrida dos dados”, publicada em Souza (2009).

Continuando, pedimos ao grupo que organizasse as cores da roleta, de forma que cada cor correspondesse a um número da soma dos dados e que todas tivessem chances idênticas.

Na *Figura 7*, pode-se observar a roleta organizada pelas alunas, indicando a probabilidade de cada cor correspondente a um número da soma das faces superiores do lançamento de dois dados.

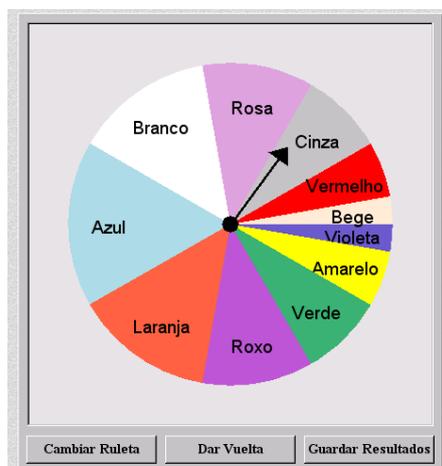


Figura 7 – Comparação da roleta com o resultado das faces superiores do lançamento de dois dados.

Finalmente, as estudantes conseguiram organizar a roleta de forma que houvesse chances iguais para cada cor correspondente a um número resultante da soma das faces superiores dos dados. Após organizar a roleta, ficou muito claro que elas haviam percebido a diferença.

Considerações finais

No decorrer de toda essa atividade, ficou nítido que a ferramenta computacional foi uma grande aliada para a aquisição e a construção dos novos conhecimentos. Porém é fundamental que as atividades estejam interligadas com a prática e com simulações reais e que sejam feitas constantes intervenções pelos professores. Sem estas e sem um bom planejamento de aula, seria impossível para o aluno autoestimular-se a utilizar jogos como esses e buscar neles informações pertinentes ao estudo da Probabilidade.

É notável que, durante todo o desenvolvimento das atividades, as alunas enfrentaram o dilema: seriam os jogos justos ou não?; ganhar seria pura questão de sorte? Isso causou desconfiância, o que estimulou o aprendizado.

Os dois *softwares* utilizados ajudaram muito: com eles fizemos as simulações de várias amostras, o que economizou um tempo precioso de aula e auxiliou as alunas a praticar na máquina aquilo que seria impossível fazer sem o auxílio desta.

Por várias vezes, as estudantes argumentaram que os resultados apresentados pelo computador não eram aleatórios e, sim, programados por alguém, o que não tornava o jogo confiável; além disso, demonstraram desconfiância durante algumas simulações. Percebemos, em algumas das falas, que os alunos julgam que os dados devem ser lançados para conferir qual dos números aconteceria mais vezes. Portanto, é possível concluir que o computador é uma ferramenta muito útil, mas o seu trabalho precisa ser referendado.

Na pesquisa aqui referida, durante todo o projeto, as alunas apresentaram significativas habilidades relativas à resolução de problemas. Destacaram-se em relação às categorias emergentes consideradas para a análise: simulação; interação e resolução de problemas; capacidade para criar métodos de coleta de dados, aplicá-los, tabulá-los e interpretá-los, usando os recursos tecnológicos. É provável que tais atividades pudessem ter sido desenvolvidas sem o uso desses recursos, de forma que as alunas construíssem os gráficos e simulassem as atividades manualmente, porém acreditamos que, nesse caso, perder-se-ia a oportunidade da construção dos diferentes tipos de gráficos e o processo de interação. Ficou evidenciado, nesta pesquisa, que, através das quatro atividades desenvolvidas, conseguimos levar os alunos à construção e à simulação dos dados, e também desenvolver um trabalho com estatística e probabilidade, em que prevaleceu a análise crítica sobre a construção mecânica, em que não há espaço para o pensamento estocástico.

Pudemos perceber, em várias falas das alunas, principalmente, uma desconfiância constante com relação aos resultados que os simuladores traziam. Esse fato evidenciou a importância da simulação para a educação estocástica, já que as alunas questionaram todo o tempo o que havia por trás da máquina e indagaram se os resultados realmente eram aleatórios.

A comparação da simulação real com a simulação feita no computador, junto com a interação no grupo, possibilitou-lhes enxergar que os recursos tecnológicos são ferramentas que podem auxiliá-los na tomada de decisões, porém os computadores não são os donos da verdade, e seus métodos podem e devem ser questionados. Conseguimos mostrar às alunas que o pensamento estatístico deve prevalecer sobre os resultados, e não o contrário.

Esta pesquisa evidenciou que os computadores podem ser nossos grandes aliados na busca do conhecimento probabilístico, mas as atividades de ensino-aprendizagem que o envolvem jamais poderão prescindir das intervenções pontuais do professor. Segundo Vygotsky (1991), a criança e o seu aparato biológico não são suficientes para que se internalizem novos conhecimentos. Neste caso, tanto a intervenção do professor quanto a relação com o grupo social foram de extrema importância para que as alunas avançassem em conceitos que ainda não haviam sido compreendidos.

Bibliografia e referências

- Batanero, C. *Los retos de la cultura estadística*. (2002). Conferência inaugural das Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística (pp. 1-11). Buenos Aires: IASI.
- Batanero, C., Godino, J. D. & Cañizares, M. J. (2005). Using simulation to bridge teacher's content and pedagogical knowledge in probability. *Proceedings of the Fifteenth International Commission on Mathematics Instruction Study* (pp.1-6), . Águas de Lindóia, Brazil: ICMI.
- Batanero, C., Godino, J., & Cañizares, M. J. (2005). Simulation as a tool to train pre-service school teachers. *Proceedings of the First MI African Regional Conference* (pp.1-8). Johannesburg. Recuperado em abril, 14, 2009, disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CMIRCr.pdf>>. Chance, B., & Rossman, A. (2006). Using simulation to teach and learn Statistics. *Proceedings of the Seventh International Conference in Teaching Statistics (ICOTS)* (pp. 1-6). Salvador, Bahia, Brazil: IASE and ISI.
- Coutinho, C. Q. S. (2001). *Introduction aux situations aléatoires dès le collège: De la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre-II*. Tese de doutorado, Universidade de Grénoble, França.
- Estepa, A. (2002). Stochastic education in the ibero-american countries. *Proceedings of the Sixth International Conference in Teaching Statistics (ICOTS)* (pp.49-52) Cape Town: IASE and ISI. Disponível em: http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/9c2_este.pdf.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Meletiou-Mavrotheris, M., & Lee, Car. (2002). Teaching students the stochastic nature of statistical concepts in an introductory statistics course. *Statistics Education Research Journal*. IASE, 1(2), Recuperado em: novembro, 8, 2010, disponível em: <[www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ1\(2\).pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ1(2).pdf)>. Martignon, L., & Kurz-Milcke, E. (2006). Educating children in stochastic modeling: games with stochastic urns and colored tinker-cubes. *Proceedings of the Seventh International Conference in Teaching Statistics (ICOTS)* (pp. 1-4). Salvador, Bahia, Brazil. : IASE and ISI.
- Lopes, C. E. (1998). *A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: Uma análise curricular*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

- Lopes, C. E. (2003). *O conhecimento profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.
- Lopes, C. E., & Moran, R. C. (1999). A estatística e a probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental. *Atas da Segunda Conferência Internacional "Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística – Desafios para o Século XXI"*. Florianópolis, Santa Catarina.
- Souza, L. O. (2009). *A Educação Estatística no Ensino Fundamental e os recursos tecnológicos*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- Vygotsky, L.S. (1991). *A formação social da mente*. 4ª. ed. São Paulo: Martins Fontes.