



"Heurísticas" propuesta innovadora en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Oscar Javier **González** Pinilla

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas
Colombia.

tujavi10@hotmail.com

Camilo **Arévalo** Vanegas

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas
Colombia.

kmilo741@hotmail.com

Resumen

El presente escrito hace alusión a una experiencia de aula dentro del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en el espacio de formación de "Problemas del Continuo (2009)", vivida por un grupo de estudiantes en torno a una situación problema donde se pretendía demostrar ciertas propiedades de los números reales, aquí se busca analizar y reflexionar sobre la resolución de problemas como medio para lograr comprender y apropiarse significativamente de un concepto desde procesos generales como la argumentación, validación y demostración; haciendo uso de las herramientas heurísticas, etapas de metacognición y las sugerencias de autores como Loren Larson (2002) y Mason (1988), para resolver problemas matemáticos. Situación que le permitió al grupo de estudiantes, observar que en los procesos de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, aprender a demostrar desde la experimentación, ejemplificación, participación y la propia experiencia ayuda a desarrollar el aprendizaje significativo de las matemáticas.

Palabras clave: Educación, Matemática, Heurísticas, Demostración, Metacognición, Enseñanza, Aprendizaje, Resolución de problemas.

Introducción

Son muchas las discusiones que hoy en día se dan frente a lo que es aprender y enseñar matemáticas, sobre la manera en que se consolidan los conceptos matemáticos en el estudiante y la manera en que los maestros pretenden llevar este conocimiento al aula. Ahora bien, partimos de que la concepción que posee el maestro de matemáticas sobre lo que en realidad son las matemáticas, es fruto o consecuencia de lo vivido por éste durante la consolidación de su profesión y el tiempo en que éste encarnó al propio estudiante, es así

como lo que en realidad él hace en el aula al momento de ejercer su profesión docente, es una copia exacta de lo que hicieron consigo o de la forma en que tuvo su acercamiento y familiarización en la etapa de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Por ello, se busca formar a un maestro en matemáticas que además de poseer sólidos conocimientos matemáticos, sea un profesor con carácter innovador e investigativo de su propia práctica, promoviendo en sus estudiantes la reflexión y análisis del conocimiento matemático que construyen. A partir de lo anterior, nace la idea de pensar en una forma metodológica para consolidar la apropiación del conocimiento en los estudiantes, basados en una experiencia de aula dentro del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas particularmente en el espacio de formación de "Problemas del Continuo (2009)", para ello se muestra una experiencia vivida por un grupo de cuatro estudiantes formándose para ser profesores, en torno a una situación problema de la que se pretendía demostrar ciertas propiedades de los números reales desde la definición de límite y convergencia de una sucesión numérica infinita y en donde se busca analizar y reflexionar sobre la resolución de problemas como medio para lograr comprender y apropiarse significativamente de un concepto, desde procesos generales como la argumentación, validación y demostración; haciendo uso de las herramientas heurísticas que plantea Polya (1945), etapas de metacognición y las sugerencias de autores como *Loren Larson* (2002) y *Mason* (1989), para resolver problemas de tipo matemático.

Referentes teóricos

El proceso que se describe en los próximos apartados, comienza cuando se intenta dar respuesta a la pregunta *¿Cómo resolver un problema de matemáticas?*, de ahí surge la investigación de las teorías de resolución de problemas, que es concebida como el proceso en el cual el sujeto o los sujetos, se enfrentan a una situación problema, en la que se debe recurrir al planteamiento de habilidades o destrezas que contribuyan a la solución de dicha situación. De ese modo los sujetos se ponen en el rol de resolutores y establecen ciertas actividades que les permiten desarrollar pensamiento matemático avanzado, a través de su experiencia con el problema. (Radford, 2006, p. 114).

En cuanto a la forma de resolver problemas en matemáticas, se acudió a las sugerencias hechas por Polya (1965), siendo una de ellas el comprender un problema, es decir, saber qué se tiene, si esto es suficiente para llegar a la solución, saber a dónde se quiere llegar. De allí se parte a otra de sus sugerencias, concebir un plan, cómo se va llegar y por qué medios se va llegar. Además propone que el trabajo debe llevar una estructura y un orden para satisfacer la solución del problema. Otra de las sugerencias es la ejecución del plan, donde a través de la estructuración se empieza a ejecutar los pasos para desarrollar un proceso metacognitivo, el cual evidenciará la solución del problema, y su última indicación es examinar la solución obtenida, que busca que la solución del problema se maneje en otros contextos, para ver la esencia del trabajo realizado y la veracidad de lo demostrado.

Ahora bien, para determinar y dotar de sentido el aprendizaje y especificar la distinción de categorías de la resolución de problemas, las heurísticas pueden ser entendidas desde dos perspectivas presentadas por autores diferentes, la primera hace mención a las heurísticas, como la representación de los procesos mentales que son utilizados para desarrollar la resolución de problemas, Polya (1965). Ya otros autores definen la palabra heurística, como el análisis de los procesos mentales que se desarrollan en la resolución de problemas, pero la cual no garantiza que se obtenga una solución del problema, sino la manera de estudiar los distintos comportamientos que surgen al enfrentarse a los procesos de resolución de un problema, Puig (1996). Es aquí cuando aparece la clasificación de las heurísticas en tres grupos, Puig (1996): *las herramientas heurísticas*, que convierten el problema original en uno análogo o similar, formulándolo en palabras más sencillas o manejándolo con términos

simples, pero aun así no se puede garantizar que el problema sea resuelto, teniendo en cuenta que los procesos metacognitivos que se generan en cada resolución de un problema son distintos; *las destrezas heurísticas*, no se deben tomar como formas de trabajo, son habilidades cognitivas por parte del resolutor que permiten desarrollar y descubrir nuevos aprendizajes a partir del razonamiento matemático, por ejemplo, en la tabulación u organización de datos, despejar una ecuación y realizar diagramas. La última categoría *las sugerencias heurísticas*, son tomadas como los mecanismos para direccionar el proceso de resolución del problema, aquellas que orientan dicho proceso, cuando una tercera persona opina o propone una pregunta que orienta o proyecta el trabajo, ejecutando un plan que se llevará a cabo para darle solución a un problema, por ejemplo tomar un problema semejante para desarrollar el proceso con la nueva situación problema.

Es necesario contemplar la resolución de problemas en matemáticas a la luz de los estándares y lineamientos de matemáticas en Colombia pues es el contexto en el que nos encontramos; donde bien es cierto que se ha trabajado y hallado su importancia dentro de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Es prudente entonces mencionar los trabajos realizados por el investigador *Orlando Mesa* (1998) quien distingue la resolución de problemas como:

“Un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está evocado a resolver [...] En matemáticas se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos” (Mesa, 1998, p. 18).

He aquí la importancia que los estándares básicos de calidad en educación matemática le da a la enseñanza de las matemáticas, el medio por el cual las matemáticas se convierten en la posibilidad de entender y comprender algunos fenómenos de la realidad misma en la que nos involucramos a diario, que como se menciona en el mismo documento se logra gracias al desarrollo de 5 procesos generales; que desde nuestra perspectiva podrían asociarse con la propuesta de heurísticas dada su estrecha relación de objetividad:

Desde la propuesta de heurísticas Puig (1996):	Los 5 procesos generales en la resolución de problemas Estándares y lineamientos de matemáticas (2006)
Las herramientas heurísticas	<i>Formular y resolver problemas</i> Comprender y crear situaciones problema es las que se genere el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y por ende, sean más significativas para los alumnos
	<i>Modelar procesos y fenómenos de la realidad</i> Donde se producen modelos figurativos, gráficos o verbales para comprender mejor el problema que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible
Las destrezas heurísticas	<i>Comunicar</i> Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas
	<i>Razonar</i> El cual permite permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones, generalizaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones.

Las sugerencias heurísticas	<p>Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos</p> <p>La construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos, donde su práctica no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones</p>
-----------------------------	--

Tabla 1: Relación de la propuesta de heurísticas Puig (1996) y los estándares y lineamientos curriculares de matemáticas en Colombia (2006)

Cabe señalar que durante el desarrollo del referente teórico se mencionaron los procesos de metacognición, éstos se refieren a los aprendizajes y conocimientos adquiridos en los procesos cognitivos que se desarrollan al solucionar un problema, al monitoreo activo y a la consecuente regulación y organización de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema (Santos, 2007, p. 59).

Teniendo en cuenta lo anterior, Schoenfeld, (1987) plantea tres niveles en los cuales se pueden divisar los procesos de metacognición:

- El conocimiento y descripción acerca de nuestro propio proceso de pensar.
- El control y la autorregulación entendida como qué tan bien es capaz un individuo de seguir lo que se hace cuando se resuelve algún problema y qué tan bien se ajusta uno al proceso.
- Las creencias e intuiciones desde las ideas acerca de las matemáticas que se encuentran en el trabajo matemático y la forma como éstas se relacionan o se identifican con la forma de resolver problemas.

Para Schoenfeld citado en Santos (2007) las heurísticas son un caso particular de las estrategias de resolución¹. Es importante hablar del aporte que se tomó según Mason, Burton & Stacey (1989) y su pensar matemáticamente, donde demuestran que lo que se busca en los estudiantes es el razonamiento matemático, que se mejora mientras más se practica y se trabaja sobre un problema, pero es primordial que ese razonamiento matemático esté dado por el interés y la motivación del estudiante, teniendo en cuenta que se debe realizar una autoconstrucción de conocimientos y conceptos, donde es muy importante tomar como referencias o evidencias escritas los cuadernos resolutores, ya que justifican el razonamiento del que hablan los autores. Además cuando el grupo decide empezar a trabajar, todo queda consignado en dicho cuaderno, teniendo en cuenta rótulos, como *estancado*, cuando existe una pausa en la resolución del problema que lleva al resolutor a informarse e investigar para salir de la dificultad que lo mantiene y *superado*, donde gracias a este procedimiento se logra superar el estancamiento y seguir el proceso de resolución; éstas son características de las que hablan estos autores y que se deben tener muy en cuenta a la hora de proponerse el trabajo en la resolución de problemas matemáticos.

Por último parece importante recurrir a algunas sugerencias que para Loren Larson citado en Polya (1965) que establece en la resolución de problemas, se recurre a cuatro de las etapas más importantes que plantea, buscar un patrón, modificar el problema, trabajar hacia atrás y generalizar. El proceso conllevado en la resolución del problema es innovador, éste se basa en la propuesta planteada por Polya, teniendo en cuenta el trabajo de experimentación en este proceso.

Dado que en la resolución de problemas se hacen presentes los procesos de enseñanza y de aprendizaje, es importante aclarar que en este trabajo se distingue perfectamente entre el proceso de enseñanza que difiere del proceso de aprendizaje, sin embargo también se debe

¹ Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Mathema.

tener claro que la enseñanza no puede entenderse más que en relación al aprendizaje. Tomando como soporte teórico a Contreras (1990), hemos de nombrar a dicho fenómeno didáctico, interconectado y en estrecha relación como *los procesos de enseñanza-aprendizaje*, siendo simultáneamente:

(...)Un fenómeno que se vive y se crea desde dentro, esto es, procesos de interacción e intercambio regidos por determinadas intenciones, en principio destinadas a hacer posible el aprendizaje; y a la vez, es un proceso determinado desde fuera, en cuanto que forma parte de la estructura de instituciones sociales entre las cuales desempeña funciones que se explican no desde las intenciones y actuaciones individuales, sino desde el papel que juega en la estructura social, sus necesidades e intereses(...)"²

Quedando así planteado *los procesos de enseñanza-aprendizaje* como un sistema de comunicación intencional que se produce en un marco institucional y en el que se generan estrategias encaminadas a provocar el aprendizaje.

Metodología

El trabajo es de carácter naturalista y empírico. Naturalista porque estudió el proceso y progreso de un grupo de estudiantes y nunca se buscó generalizar dicho proceso de trabajo, en diferentes grupos que estén desarrollando un proceso similar. Es empírico porque todos los argumentos y justificaciones son producciones nuestras, además de los cuadernos y relatos que a continuación serán presentados.

Los procesos de investigación, dejan de ser teorías o principios y se convierten en hechos concretos, pasando por dos momentos esenciales, los cuales van de la mano con los procesos vivenciales y cotidianos que se desarrollan durante el proceso investigativo, el primero es una especie de investigación formativa, se fundamenta en la vinculación entre experiencia y teoría, ya que a partir del reconocimiento de un contenido o un concepto, se generan procesos de aprendizaje en los cuales se pueden construir dichos conceptos u contenidos, el segundo; se establece cuando se genera producción de conocimiento significativo, es decir, la investigación arroja frutos convirtiéndose en trabajos reconocidos y legítimos con el aval de la comunidad académica, es una investigación propiamente dicha, Posada (2002).

Teniendo claro el campo en el que se movió el estudio o experiencia, la metodología de trabajo fue la siguiente:

Asignación de la situación problema

“Un conjunto E es el conjunto de los números entre $(0,1)$ que tiene en su expansión decimal finita únicamente al número nueve, unido con el conjunto de los recíprocos (inversos multiplicativos)”

Dentro de la resolución de problemas, se considera indispensable planear, pensar y estructurar un problema con dos características: Un riesgo motivado por la incertidumbre y un desafío para el resolutor; es decir, un problema donde no pueda asegurarse un resultado o conclusión rápida, donde se despierte la necesidad e interés por parte de los resolutores en formular una solución elaborada y discutida un “problema motivador”. Que el problema se convierta en un desafío propio del resolutor donde deba recurrir a estrategias y justificaciones desde sus propios saberes y experiencias.

Resolución del problema:

Es necesario enmarcar nuestra labor como resolutores dentro de situaciones de interacción social, donde prevalecerán los debates, confrontación de afirmaciones, argumentos y

² Fragmento tomado del texto *Enseñanza, curriculum y profesorado* de Domingo Contreras (1990): Ed. Akal. Madrid. Pág. 23-24

justificaciones, acuerdos en los que se lleguen a decisiones o conclusiones del problema de manera interactiva, El trabajo por parejas o pequeños grupos ayuda a los estudiantes a producir soluciones comunes a un problema donde se necesita la formación progresiva de un lenguaje común, adecuado a los objetos y a las relaciones que se ponen en juego en el proceso de demostración (Manin, citado por Hanna, 1983, p.71).

Método de resolución del problema:

Dado que la resolución de problemas juega un gran papel en el aprendizaje de la matemática, nos apoyaremos en el modelo de resolución de problemas que plantea George Polya (1965), el cual es un método enfocado en la resolución de problemas matemáticos. Este método se caracteriza por centrarse en cuatro pasos para resolver problemas; el cual también puede asociarse paralelamente al método en tres pasos que plantean Mason-Burton-Stacey (1989) para el mismo fin. Para llevar a cabo el proceso de resolución del problema pasaremos por cada una de estas etapas (ver referente teórico). Igualmente en el ejercicio como resolutores, se dispondrá única y exclusivamente de un lápiz y el cuaderno resolutor.

Recolección de datos:

Al indagar de los procesos metacognitivos que emergen al enfrentarse en la resolución de un problema; se debe considerar importante cada pensamiento, afirmación, idea o argumento, para ello es importante tener en cuenta métodos apropiados para la recolección de estos datos, donde se hará uso de un cuaderno resolutor. Para resolver un problema, se exige de la reflexión y analizar cada paso de la solución, por ello se usaron videograbadoras tanto de audio como de video. Esto asegurará que no se pierda información de cada momento y proceso en la solución del problema.

Análisis y categorización de los resultados:

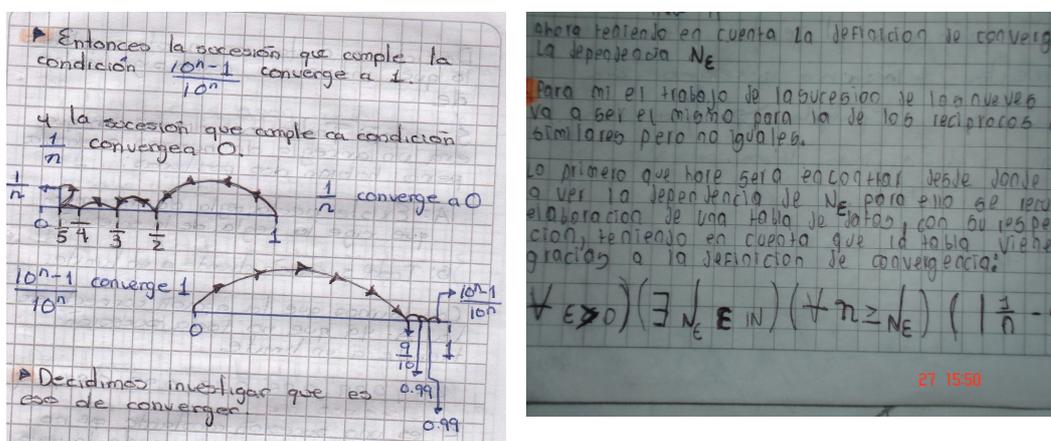
El análisis y los resultados se harán desde la triangulación de la información; los datos obtenidos en los cuadernos resolutores, los videos de las sesiones y finalmente el referente teórico adoptado, la relación de estos tres aspectos generará el surgimiento de categorías de análisis que serán discutidas y analizadas a la luz del marco teórico.

Resultados

Antes de iniciar con la serie de fases que desarrollaron el trabajo, es importante mencionar que los argumentos y justificaciones que se generaron durante la resolución del problema están plasmadas en los respectivos cuadernos de los estudiantes, que siguen las características del libro *pensar matemáticamente*, teniendo en cuenta la reflexión y el tipo de rúbricas que se manejan, por ello fue primordial mostrar la evidencia, ya que son el relato mismo del proceso conllevado y muestran el trabajo realizado en las clases, en ellos se manifiestan los pensamientos, conjeturas, ideas, experimentaciones a las que se dio lugar para llegar a una demostración matemática sólida de la situación problema.

La primera fase inicia con la implicación de una conjetura generada a partir del problema propuesto (...) "*la sucesión de números que tiene en su expansión decimal finita únicamente al número nueve y que esta entre el intervalo (0,1), converge al número 1 y la de los recíprocos multiplicativos converge a 0(...)*". Aquí evidenciamos la necesidad de evocar afirmaciones intuitivas sobre el problema, donde cada afirmación o presunción serán las que definan el rumbo que se le da a la resolución, entonces una conjetura podría considerarse como un herramienta heurística que proporciona bases para definir rumbos de resolución. Esta herramienta generó que el problema inicial se transformara en uno análogo un poco mas particular como la decisión de trabajar las sucesiones por aparte, primero la de los nueves y luego la de los recíprocos, (...) "*si llegamos a demostrar convergencia en la sucesión de los nueves, plasmaremos el trabajo realizado en la sucesión de los recíprocos y será más sencillo, que trabajar las dos al tiempo*". De aquí se desprenden dos caminos, tomar la definición de convergencia y moldearla en la situación y en la sucesión a trabajar o crear una

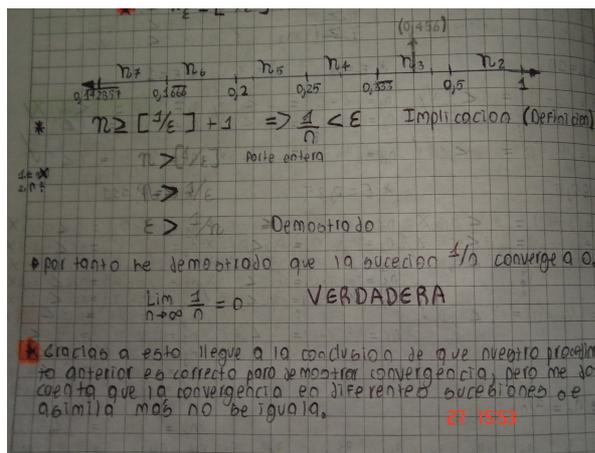
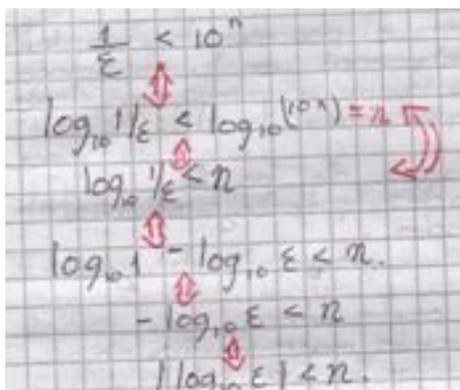
propia definición de convergencia. (...) "es mejor tomar una definición que ya esté plasmada, porque será mejor partir de algo que está dado y demostrado". Aquí vemos el poder de la decisión conjunta, que es tal vez el paso inicial mas importante en el proceso de resolución, llegar a acuerdos conjuntos en una comunidad de práctica para encaminar el trabajo y generar el diálogo en torno a la situación. Podemos entonces asociar la decisión y la discusión que surgen en la comunidad de resolutores como sugerencias heurísticas que ayudan a direccionar el problema no sólo a su resolución sino también a su comprensión. En esta fase se utilizaron las sugerencias heurísticas, ya que al escuchar al profesor y a los demás compañeros, se tomaron decisiones fundamentales para partir a demostrar, como lo fue, el plantear la conjetura, que originó todo el trabajo a realizar y la decisión de trabajar con una definición dada, que brindará las bases y planteará la estructura de conocimientos para implantar en ella nuestra propia construcción de conceptos. También se recurre a la sugerencia de comprender el problema, que enfocó el trabajo hacia el manejo y dominio de los conceptos que no se comprendían dentro de la definición de convergencia, se hizo necesario adoptar otra de las sugerencias planteadas para la resolución de problemas, como concebir un plan para seguir un proceso cognitivo ordenado y estructurado, que demuestre los pasos que se trabajarán y en la forma en que se desarrollará dicho trabajo.



Fase 1: análisis del problema

Siguiendo con el proceso, se realiza la identificación de cada una de las variables dispuestas en la definición, para comprender en lo que se debe trabajar y estructurar (...) "es primordial identificar lo que nos indica cada variable, ya que establece si manejamos y dominamos la definición(...)", de aquí surge la etapa de experimentación, en la que se realizan análisis de una manera adecuada y ordenada, se hace uso de tablas estadísticas, análisis de conjeturas, diagramas y ejercicios, es decir que se recurre a lo que Puig (1996) llama destrezas heurísticas en el que se realizan gráficas para ordenar pensamientos y ejemplos particulares para generalizar una conjeturas como se muestra en las fotos tomadas de los cuadernos resolutores. Gracias a estas destrezas se logra percibir que existe una dependencia entre las variables y hallar axiomas que identifican que el trabajo se lleva por buen camino. (...) "ya teniendo clara la dependencia debemos encontrar un patrón y una generalización que desencadene y sustente dicha dependencia"(...). Es aquí donde se empieza en realidad a abordar el problema con los requerimientos preestablecidos por la comunidad de práctica, o dicho de otra manera empezamos a ejecutar el plan que se consolida en el grupo resolutor para abordar y atacar el problema, obteniendo conjeturas e hipótesis que se intentan demostrar y que de alguna manera le dan un rumbo a la resolución del problema adecuada a las necesidades y a las motivaciones de los estudiantes.

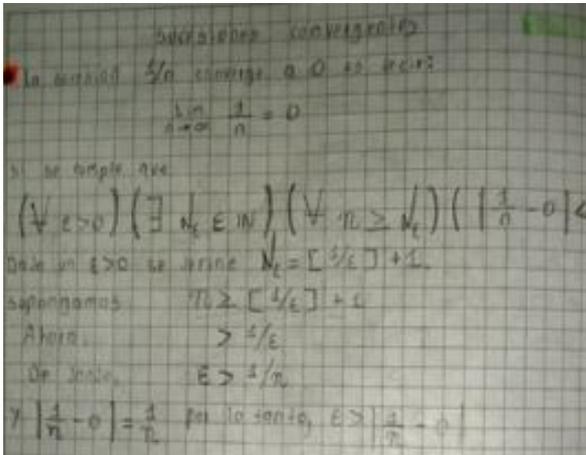
Estableciendo la generalización de la dependencia se recurre a una retrospectiva del problema, donde se explicita una implicación si y sólo si, aquí se hace uso de las destrezas heurísticas para poder llegar a demostrar dicha implicación y donde deberán reconocer si lo establecido en el plan si lleva una estructura ordenada, lógica y convincente, ya que manejarán la sugerencia de la resolución de problemas, llamada ejecución del plan, para revisar si la demostración funciona (...) *“se retomará la definición de convergencia y tomaremos la implicación de la dependencia como una hipótesis, donde tendremos la hipótesis como lo dado y la tesis a donde queremos llegar”*, ya establecida la demostración y la verificación de la definición los estudiantes admiten que demuestran que la sucesión de los nueve converge a 1, es decir que la definición de convergencia se acopla a la definición, lo que demuestra que la ejecución del plan fue satisfactoria y además trabajan la demostración partiendo de la hipótesis a la tesis y viceversa. Lo más importante es que el problema no quede hasta aquí, si bien es necesario que la retrospectiva permita a la comunidad de resolutores a contemplar otras posibilidades de solución, donde según Polya (1945) es bueno realizarse algunas preguntas finales de la solución del problema, como por ejemplo: *¿Es la solución correcta? ¿La respuesta satisface lo establecido en el problema y lo que deseábamos en el grupo?, ¿Hay una solución más sencilla?, ¿Podemos ver cómo extender nuestra solución a un caso general?* Con lo cual no se da por terminado un proceso metacognitivo dentro de una comunidad de práctica sino la formación de una empresa de aprender a demostrar en matemáticas. (Pues el grupo se conserva actualmente, intentando explicar los procesos metacognitivos que emergen en la resolución de problemas en estudiantes para profesor)



Fase 4: Reformulación de la definición.

Teniendo clara la demostración de la sucesión anterior, y sabiendo que fue una autoconstrucción, se continúa con la concepción del plan y se plantea la anterior demostración al nuevo problema, es decir, el proceso general desarrollado en la resolución del problema nos sirvió para acoplarlo a uno similar. Lo interesante es que se generalizó un proceso desarrollado en un problema para abordar otros no de manera exacta pero si siguiendo el protocolo de resolución concebido y acordado en la comunidad de práctica y haciendo uso de las heurísticas, ya que permiten concebir la solución a más de un problema en general, además se recurre a una de las sugerencias de la resolución de problemas que plasma examinar la solución obtenida, para verificar si la demostración es óptima y manejar un criterio de universalidad y por último se trabaja la modificación del problema, que al igual que la sugerencia anterior busca manejar la demostración en otros problemas y contextos relacionados con el anterior. (...) *“teniendo en cuenta que ya demostramos la convergencia en la sucesión de los nueve, aplicaremos este mismo procedimiento a la demostración de convergencia en los recíprocos, que aunque sabemos que manejará las mismas características no será igual, ya que la definición de convergencia no maneja un criterio de*

universalidad en el que todas las sucesiones se empleen del mismo modo", el haber manejado este proceso facilitó el trabajo y el empleo de las sugerencias, destrezas y herramientas heurísticas, ya que se tenía un dominio y un control de los conceptos a trabajar y sobre todo un trabajo ordenado y sincronizado.



Fase 5: planteamiento de la demostración al nuevo problema

Discusión

Teniendo en cuenta que esta experiencia en torno a la forma de aprender y enseñar matemáticas dio resultado satisfactorio con los participantes, generando un documento demostrativo, sustentando la bases teóricas trabajadas y generadas con la resolución del problema, durante éste proceso de desarrollo se hizo necesaria la implementación de la demostración, que ha de ser concebida como una de las prácticas más importantes dentro del aula de matemáticas, ya que proporciona espacios en donde los estudiantes involucran un conjunto de elementos a nivel cognitivo, para establecer conjeturas, relacionar conocimientos, reflexionar en cuanto a sus propios procesos, validar y proponer alternativas que de ser tomadas en cuenta por los docentes, pueden resultar significativas en el proceso de enseñanza que ejerce el mismo en el aula.

La demostración permite a los individuos ejercitar los conocimientos aprendidos, evidentemente las concepciones que cada docente alimenta en relación a la demostración, condicionan de alguna manera el interés que sus estudiantes puedan manifestar frente a éstas, por tal razón se planea y diseña una serie de actividades desde la concepción de límite y convergencia para estudiantes de grado undécimo donde el estudiante consolide y admita en su conocimiento este concepto matemático teniendo en cuenta que desde la propuesta de Mason, Burton y Stacey (1989), cabe aclarar que la secuencia de actividades se encuentra en la fase de aplicación, por lo tanto no se generarán resultados actualmente, se concibe el pensar matemáticamente como atacar un problema de manera eficaz e ir aprendiendo al mismo tiempo. Para ello es necesario reflexionar sobre la experiencia acumulada y la misma situación, estudiar cuidadosamente el proceso de resolución de problemas y observar cómo se encaja lo que se va aprendiendo con la experiencia, esto gracias a las tres etapas que plantean los autores como lo son: fase de ataque, de abordaje y revisión; para ello tendrán que recurrir a las estrategias heurísticas que hacen referencia a los procesos mentales que son utilizados para la resolución de problemas matemáticos, situación que le permitirá al grupo de estudiantes a la cual va dirigida la secuencia de actividades, ver que en el proceso de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, se puede aprender a demostrar matemáticamente desde la experimentación, ejemplificación, participación y sobre todo desde la propia experiencia y contacto con situaciones que involucren el uso de razonamientos lógicos. Lo anterior no sólo implica el conocimiento de teorías, propiedades y teoremas que deben

poseerse de memoria, también implica que en la demostración matemática debe tenerse en cuenta la propia y autónoma acción del estudiante por descubrir; por ello la necesidad de que éste se apropie de un problema y lo sepa traducir en acciones, formulaciones, pruebas, ejemplos y experimentaciones.

Por ello es importante y esencial que nosotros como acompañantes del proceso de resolución del problema de los estudiantes, conozcamos y hallamos interactuado con un proceso alternativo alrededor de la resolución de problemas, ya que es significativo resaltar nuestra labor como resolutores y que ésta aporte a aspectos como la interacción social entre los estudiantes, confrontación de afirmaciones, argumentos y justificaciones y que contribuyan a decisiones o conclusiones que satisfagan parcial o totalmente la situación problema.

Conclusiones

Es importante valorar una experiencia de aula como ésta aún más cuando sus autores y participantes se están preparando para ser profesores de matemáticas, ya que gracias a éste se toma conciencia de la resolución de problemas en una comunidad de práctica donde los participantes se ponen en el rol de resolutores y donde la reflexión de sus conocimientos, es decir la metacognición se relaciona estrechamente con el uso de las heurísticas y la misma práctica de resolutores, pues en la resolución de problemas se les permite descubrir, guiar y elaborar comprensiones sobre aquello que se está trabajando y el papel que entran a jugar las heurísticas, es en el desarrollo de procesos generales como la ejemplificación, la particularización, el cuestionarse, la elaboración de tablas y gráficas, la generalización, entre otros. Dichos procedimientos no son más que la práctica misma, y permiten trazar un plan de trabajo al mismo tiempo que se genera una interacción social y una negociación de significados.

Es importante nombrar aquellos momentos en los que la comunidad de práctica tuvo la sensación de no entender, no saber qué hacer, no poder ver el ¿Cómo? o el ¿Por qué? en el problema, lo que llamamos como el ¡Atascado!, donde para superarlo los resolutores vuelven y retoman lo desarrollado en el abordaje, es decir realizan una retrospcción de su proceso, reflexionan y analizan lo desarrollado por ellos mismos, se genera un autoanálisis de sus procesos y una reflexión de sus conocimientos y gracias a ello no solo se desarrolla un concepto sino se reflexiona de la misma práctica como resolutores.

Es importante recalcar la etapa de experimentación en el proceso de resolución de problemas, ya que éste lleva a que el estudiante se motive por profundizar en sus conocimientos matemáticos y establecer ciertos criterios para los cuales una buena experimentación, va a ser fruto de una futura demostración. Para nosotros "la experimentación es el proceso fundamental en la resolución o demostración de un problema", donde sí se deja al estudiante intervenir y experimentar con su conocimiento de manera autónoma y activa.

Por último, el trabajo realizado permitió considerar las heurísticas como estrategias de resolución de problemas y la metodología que se llevó a cabo, acorde al método de llevar los cuadernos del resolutor, donde se encuentra consignada la información de los procesos desarrollados por los estudiantes en la resolución del problema, organizado mediante la propuesta de Mason, Burton & Steacy (1988), es considerada por la comunidad de práctica como una propuesta innovadora que busca desarrollar la resolución de problemas en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, generando así conocimientos significativos para los estudiante y pensamiento matemático avanzado, por medio de los procesos generales dentro de las destrezas, sugerencias y herramientas heurísticas que surgen

alrededor de la resolución del problema. En consecuencia, es posible afirmar que las heurísticas desempeñan un papel fundamental en el abordaje de un problema y en el desarrollo de significados emergentes en la práctica de resolutores.

Referencias bibliográficas

- Gusmão, T. (2005). Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. Universidad de Santiago de Compostela- España.
- Mason, Burton & Stacey, J.L.K. (1989). Pensar Matemáticamente. Ed Labor, S.A. Trillo, F. (1989). Metacognición y enseñanza. Enseñanza, ICE, 7, 107-118. universidad de Salamanca
- Polya, G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. (15ª reimpresión). Serie Matemáticas. (Traducción, Prof. Julián Zugazagoitia). México: Editora Trillas.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1996). Elementos de resolución de problemas, Revista de Didáctica de las Matemáticas. n.8, p.83-90. Abril de 1996
- Puig, L. y Cerdán, F. (1996). Un curso de heurística matemática para la formación del profesorado. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas. n.8, p.83-90. Abril de 1996
- Santos, L. (2007). Resolución de problemas. Fundamentos cognitivos. Ed Trillas. Flórez Ochoa, R. (2005). Pedagogía del conocimiento 2ª. Ed Mc Grawhill.