Concepções dos Alunos de Matemática sobre o Conceito de Número

Inocêncio Fernandes **Balieiro Filho**
UNESP – Campus de Ilha Solteira
Brasil
balieiro@mat.feis.unesp.br
Marcelo **Reicher** Soares
UNESP – Campus de Bauru
reicher@fc.unesp.br
Neide Cristina Sabaraense **Balieiro**
Brasil
neidecsb@mat.feis.unesp.br

Resumo

O objetivo desse trabalho é investigar e discutir as concepções dos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática sobre o conceito de número e as possíveis transformações dessas concepções através das experiências vivenciadas durante o curso. Para tanto, com base na abordagem qualitativa de pesquisa, elaboramos um questionário com questões abertas, que foi respondido por todos os alunos do curso. Para a análise dos dados obtidos, realizamos uma revisão bibliográfica sobre o desenvolvimento do conceito de número no decorrer da História da Matemática, com o intuito de comparar essas definições com as respostas dadas pelos alunos.

Palavras chave: número, história, filosofia, educação, matemática, concepções.

Introdução

O presente trabalho é parte de um projeto que vem sendo desenvolvido por um Grupo de Estudos do Departamento de Matemática da UNESP de Ilha Solteira. Neste projeto, estamos investigando a concepção dos alunos sobre Matemática e seus fundamentos. Para isso, dentre as questões que estão sendo focadas está a discussão sobre o conceito de número.

As concepções dos professores sobre a Matemática têm sido foco de diversos estudos, uma vez que se considera que tais concepções influenciam de maneira decisiva as suas práticas. (Boavida, 1993). Considerando o papel do professor de Matemática como organizador das experiências de aprendizagem dos alunos, diversos trabalhos (Shulman, 1986; Feiman-Nemser e Floden, 1986; Thompson, 1992; Fennema e Leof, 1992) apontam que a forma como eles concebem a Matemática e o modo como se aprende Matemática interferem na sua prática. Além disso, outros autores (Ponte, 1992; Thompson, 1992, Guimarães, 1988) levantam questões como: Qual a relação entre as concepções dos professores e as dos seus alunos? Qual a relação entre as concepções dos professores e as suas práticas? Como as concepções são formadas e como elas mudam? Qual o papel dos processos de formação nestas possíveis mudanças?

Porém, para discutirmos as concepções dos professores é necessário discutirmos anteriormente as concepções sobre a Matemática. Existem diferentes tipos de concepções sobre a Matemática, tais como: a de que o cálculo é a parte mais substancial da Matemática, a mais acessível e fundamental; a que a Matemática consiste essencialmente na demonstração de proposições com base em sistemas de axiomas mais ou menos arbitrários, perspectiva em que se reconhece a influência direta do formalismo; a de que a Matemática seria o domínio do rigor absoluto e da perfeição total, na qual não haveria lugar para erros, dúvidas, hesitações ou incertezas; a concepção de que nada de novo nem de minimamente interessante ou criativo pode ser feito em Matemática, a não ser pelos "gênios".

Em suas investigações sobre as concepções que os professores têm sobre a Matemática, Thompson (1992) sintetizou em quatro grandes grupos os modelos conceituais por ela utilizados: os de Ernest e de Lerman, que derivam da Filosofia da Matemática, o de Perry (aperfeiçoado por Copes), do Aconselhamento, e o de Skemp, da Psicologia. A ideia geral que se retira destes estudos é que os professores tendem para uma visão absolutista e instrumental da Matemática, considerando-a como uma acumulação de fatos, regras, procedimentos e teoremas. Além disso, os professores têm uma cultura Matemática reduzida, isto é, sabem pouco sobre a História e a Filosofia dessa ciência. Fennema e Leof (1992) apresentam vários exemplos que sugerem que o conhecimento e a cultura matemática do professor podem ter influência no seu estilo de ensino.

A Filosofia da Matemática discute, entre outros temas, a natureza dos objetos matemáticos e do conhecimento matemático. Pode-se afirmar que as questões sobre os fundamentos da Matemática, como é o caso da definição de número, são problemas que ocuparam, e ainda ocupam, os filósofos da Matemática. Desde que a Filosofia da Matemática começou entre os gregos antigos, a Matemática tem sido uma das grandes fontes de questões que nutriu inúmeras reflexões de caráter filosófico. Desse modo, pode-se delinear, conforme algumas de suas correntes (o intuicionismo, o formalismo, o logicismo e o falibilismo) os seguintes objetivos dessa disciplina: possibilidade do conhecimento matemático, fontes do conhecimento matemático, fundamento lógico da matemática, estatuto ontológico dos objetos matemáticos, aspectos estrutural dos sistemas formais, os métodos e a teoria da demonstração, noção de verdade e os limites ou a validez dos conhecimentos matemáticos.

No trabalho proposto, ao analisarmos a definição de número, dada pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, esperamos contribuir para a Educação Matemática das seguintes formas: 1. Discutir as concepções dos alunos sobre “O que é número?” e possíveis mudanças dessas concepções durante o curso de graduação; 2. Contribuir para o conhecimento e a cultura do professor de Matemática e, como conseqüência, buscar promover mudanças em sua prática.

Nossas visões sobre o conhecimento matemático e seus objetos são formadas por meio de nossas vivências e experiências e, certamente, os alunos, ao longo dos cursos de Licenciatura em Matemática, podem ter a oportunidade de repensar suas crenças e formar novas concepções. (Thompson, 1992). Assim, temos buscado compreender quais são as visões dos alunos sobre a Matemática e seus fundamentos e se, ao longo do curso, tais visões são modificadas. Especificamente, nesse trabalho, é discutida a visão do conceito de número. Para isso, foi aplicado um questionário, para todos os alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

Dentre as 14 questões abordadas, a quinta foi: O que é número?

Para analisar e discutir os dados obtidos, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre a evolução do conceito de número no decorrer da História da Matemática. Com base nessa revisão foi possível identificar, nas respostas dadas pelos alunos, visões que estiveram presentes em diferentes momentos da história e colocar em discussão uma possível analogia entre essa evolução histórica e as mudanças nas concepções dos alunos.

Desenvolvimento Histórico do Conceito de Número

A visão de Número na Antiguidade: Gregos e Árabes

A primeira definição de número de que se tem registro histórico foi dada por Thales de Mileto (625 – 546 a.C.), provavelmente, baseado em seus conhecimentos da matemática egípcia. Conforme relatos de Aristóteles e Théon, Thales definiu *número como um sistema de unidades*. Já para os pitagóricos, ainda segundo Théon, o *número* é a arché (princípio) das coisas, bem entendido, não só no sentido quantitativo e matemático, mas inclusive no sentido qualitativo, isto é, metafísico e religioso. Ainda na Grécia Antiga, em sua obra *Física*, no livro 9, Aristóteles de Estagira (384 – 322 a.C.) define: *O número é uma pluralidade que se mede pela unidade*. Também, Euclides de Alexandria (325 – 265 a.C.), em *Elementos*, livro VII, definição 1 e 2, escreve: “Unidade é aquilo segundo o qual cada uma das coisas existentes é dita uma. E número é a quantidade composta de unidades.” Finalmente, na obra *Aritmética*, no livro I, Diofanto de Alexandria (200 – 284) define: *(...) o número que não possui algumas das particularidades precedentes, mas que possui em si uma quantidade indeterminada de unidades chama-se “arithmós" e sua marca distinta é ς*[1].

Na matemática árabe, encontramos definições dadas por dois matemáticos. Al-Khawarizmi (790 – 850), escreve: *Eu também observei que cada número é composto de unidades e que qualquer número pode ser dividido em unidades.* (Rosen, 1831). Já para o matemático Omar Khayyam (1048 – 1122):

> A Álgebra é uma arte científica. Seus objetos são o número absoluto e as grandezas mensuráveis, sendo desconhecidas, mas trazidas como algo conhecido de maneira a poder ser determinadas; esta coisa conhecida é uma quantidade ou uma razão individualmente determinada, assim que a reconhece examina-a cuidadosamente; o que se procura nesta arte, são as relações que se juntam aos dados dos problemas, que da maneira acima citada forma o objeto da álgebra. (Woepcke, 1851, p.5)

A visão de número a partir do século XVI

Na obra *L’Arithmetique*, de 1585, Simon Stevin apresenta uma definição de número, da época considerada por alguns historiadores (Eves, 1990, Gratann-Guinness, 2000) como o começo da Matemática Moderna. Ele escreve: “Definição I - A Aritmética é a ciência dos números. Definição II - Número é aquilo para o qual se explica a quantidade de cada coisa”. (Stevin, 1585, p.1). Sua definição, de certa forma, segue o padrão da definição dada por Euclides.

[1] Letra grega; Sigma minúsculo que só é utilizado no final de uma palavra.

No período de Newton e Leibniz, a definição de número continua a ser um foco de atenção dentre os matemáticos, em face de alguns tratados publicados sobre Aritmética e Álgebra. Tanto Newton, quanto Leibniz apresentam suas definições de número.

Matemático e Obra	Definição
I. Newton, *Universal Arithmetick*	Por número entendemos tanto uma multiplicidade de unidades, como a razão abstraída de qualquer quantidade para outra quantidade de mesma espécie, que tomamos para a unidade. (Newton, 1720, p.2)
G. W. Leibniz, *Oeuvres Philosophiques*	Nos números as ideias são mais precisas e mais próprias de serem distinguidas umas das outras do que em seu significado, em que não se pode observar ou medir cada igualdade e cada excesso de grandeza tão facilmente como nos números, pela razão que no espaço não saberíamos chegar pelo pensamento uma certa pequenez determinada além do que não poderíamos ir, como é a unidade no número. (Leibniz, 1765, p.113)

Euler, sem dúvidas, foi o mais importante matemático de sua época. Entretanto, outros matemáticos, destacando d'Alembert e Clairaut, também contribuíram para o desenvolvimento de certas áreas da Matemática. D'Alembert colaborou com Diderot na publicação da *Enciclopédia* e, nesta obra, apresentou suas principais concepções matemáticas em diversos artigos. No quadro abaixo, apresentamos a definição de número de Euler e de d'Alembert e Diderot.

Matemático e Obra	Definição
L. Euler, *Éléments d'Algebre*	Denomina-se grandeza ou quantidade tudo o que é susceptível de aumentar ou de diminuir. (Euler, 1774, p.1) Assim as determinações ou as medidas de grandezas de todas as espécies, retornam a esta: Que se fixar em primeiro lugar à vontade certa grandeza de mesma espécie que aquela que se quer determinar, a fim de tomar por medida ou unidade; então, que se determine a relação que a grandeza prescreve com essa medida conhecida. Esta relação se exprime sempre por números, donde se resulta que um número não é outra coisa que a relação de uma grandeza para com outra estimada arbitrariamente pela unidade. (Euler, 1774, p. 3-4).
D'Alembert e Diderot, *Encyclopédie Méthodique*	Número: diz-se vulgarmente em *Aritmética* de uma coleção ou reunião de unidades ou de coisas de mesma espécie. (D'Alembert e Diderot, 1758, p.464)

Ainda no período de Euler, para o filósofo I. Kant o número pressupõe o tempo e o espaço. (Kant, 1905). Dessa forma, Kant define o número como o resultado de um relacionamento, que implica não só a distinção dos objetos no espaço, mas também a sua sucessão no tempo.

Na transição entre os séculos XVIII e XIX, um dos matemáticos que se destaca é A. L. Cauchy, por introduzir inovações em diversas áreas da Matemática, ser o primeiro a estudar a teoria das funções analíticas, avançar de modo significativo nos estudos sobre a teoria de determinantes e ser o precursor em estabelecer o rigor na análise matemática. Cauchy também define o que entende por número e quantidade.

Matemático e Obra	Definição
Cauchy, *Cours d'Analyse*	Para evitar toda espécie de confusão na linguagem e na escrita algébrica, vamos fixar nestes preliminares o significado de vários termos e de várias notações que emprestaremos da álgebra ordinária ou da trigonometria. As explicações que daremos para este tema são necessárias para que tenhamos a certeza de ser perfeitamente compreendidos por aqueles que lerem esta obra. Vamos indicar primeiro que ideia nos parece conveniente para ligar estas duas palavras: número e quantidade. Tomaremos sempre a denominação de número no sentido que se emprega em aritmética, ao fazer nascerem os números da medida absoluta das grandezas; e empregaremos unicamente a denominação de quantidades às reais positivas ou negativas, isto é, aos números precedidos dos símbolos + ou -. (Cauchy, 1821, p.1-2)

O século XIX é marcado, especialmente, pelo surgimento da álgebra moderna. Ao longo desse século, os conceitos fundamentais da álgebra abstrata são consolidados, apresentando objetos de natureza distinta dos números reais ou complexos. Desse período, destacamos três definições de número.

Matemático e Obra	Definição
G. A. Peacock, *A Treatise on Algebra*	Os símbolos da Álgebra podem ser tomados como representantes de todas as espécies de quantidade, seja abstrata ou concreta: as operações a que estão sujeitos são perfeitamente gerais, e em nenhum aspecto são afetadas pela natureza das quantidades que os símbolos denotam, sendo determinadas exclusivamente pelas definições e pressupostos que constituem os primeiros princípios da ciência. (Peacock, 1830, p.1)
W. R. Hamilton, *Lectures on Quaternions*	O tempo considerado como uma forma de intuição é o fundamento da ideia de número. A Álgebra é, por si, a **ciência** da "ordem na progressão" ou a ciência do puro tempo.
A. De Morgan, *Elements of Algebra*	Em aritmética, usamos símbolos para números. Um símbolo é qualquer sinal de uma quantidade que não é a quantidade em si. Quando 1, 2, 3, etc., significa 1 milha, 2 milhas, 3 milhas, etc., ou 1 litro, 2 litros, 3 litros, etc., esses são chamados números concretos. Mas quando parte de toda ideia de 1, 2, etc., significando um, dois, etc., de qualquer coisa em particular como quando dizemos "seis e quatro faz dez", então os números são chamados números abstratos. (De Morgan, 1837, p.ii)

No final do século XIX e no início do século XX, nas discussões em Filosofia da Matemática, prevalecia a concepção de que a Matemática é uma ciência verdadeira. De um lado, os idealistas consideravam que toda a Matemática trabalhava simplesmente com aparências, ao passo que de outro, os empíricos sustentavam que toda a Matemática era uma aproximação a certa verdade exata sobre a qual nada tinham a dizer. Neste cenário conflitante, o estado conjetural e tumultuoso de concepções era completamente ingrato. Mas, no começo do século XX, alguns matemáticos e filósofos da Matemática puderam contestar essas concepções, pelo menos até o ponto de reduzir todas as suas proposições a certas noções fundamentais de lógica.

Sem se ocupar de derrubar ou de mover os elementos essenciais da lógica aristotélica, as investigações de Boole, Peirce, Schröder, Frege, Russell, Whitehead e vários outros lógicos contribuíram com resultados para a elaboração do cálculo das classes e do cálculo proposicional, nos quais a teoria do silogismo aristotélico parece ocupar somente um espaço. Nessa nova formulação, as possibilidades apresentadas pela lógica moderna, como instrumento científico, foram evidenciadas nas aplicações e investigações que se fizeram ao utilizá-la nos fundamentos da matemática. Neste ponto a discussão foi retomada pela Filosofia da Matemática, que nesse contexto, procurou indicar quais são as noções fundamentais intrínsecas da Matemática e assinalar as dificuldades filosóficas envolvidas na análise da noção e definição de número. A seguir, apresentamos as principais definições de número que foram desenvolvidas nesse período.

Matemático e Obra	Definição
R. Dedekind, *Essay on the Theory of Numbers*	Se considerando um sistema N simplesmente infinito, ordenados por uma aplicação φ, faz-se totalmente abstração da constituição particular dos elementos, que apenas retém o que os diferencia e que apenas se prende às relações que estabelece entre as aplicações φ que define a ordem, vamos nomear estes elementos números naturais ou números ordinais ou simplesmente números, e o elemento fundamental 1 é chamado o número fundamental da sequência de N números. Dada esta liberação de elementos de outros conteúdos (abstração), estamos autorizados a dizer que os números são uma livre criação do espírito humano.
G. Cantor, *Une Contribution a la Théorie des Ensembles*	Os números naturais são vistos como um caso particular dos números transfinitos. Cantor propôs uma definição geral de número inteiro, sejam finitos ou infinitos, na esperança de ver a comunidade matemática aceitar facilmente os números transfinitos. Desde o surgimento da noção de potência, ele insiste sobre sua característica global. Em 1878, ele escreve: Quando os conjuntos considerados são finitos (...), a noção de potência responde então àquela de número na significação de enumeração e, por conseguinte, também àquela de número inteiro positivo. Em 1882, ele acrescenta: A noção potência (...) abrange, como caso particular, a noção de número inteiro.
F. L. G. Frege, *The Foundations of Arithmetic*	O número não é abstração de objetos (...); não é uma propriedade dos objetos (...). A questão então permanece: quando se dá um número, o que sustenta nosso enunciado? O número não é um ser físico; mas ele não é subjetivo, ele não é uma representação. O número não é gerado de adições de um objeto com outro, e a atribuição de um nome novo após cada uma dessas junções não faz uma convenção. As expressões “multiplicidade”, “conjunto”, “pluralidade” são, por suas indeterminações, inaptas para trazer algum esclarecimento sobre o número. (Dummett, 1991)

Finalizando essa revisão histórica, apresentamos as definições de B. Russell e J. von Neumann, pela contribuição às nossas discussões contemporâneas sobre o conceito de número. Russell define: Um número será um conjunto de classes tais que quaisquer duas são similares entre si e nenhuma fora do conjunto é similar a qualquer uma de dentro do conjunto. (Russell, 1919). As ideias de lógica matemática de Peano e as preocupações de Frege em explicitar as noções entre os conceitos elementares e as proposições em Matemática influenciaram os trabalhos de Russel na elaboração da definição de número. A ênfase dada por Russell na formulação precisa dos conceitos fundamentais da Matemática e das suas relações com a lógica, comprova tal influência. Entretanto, o trabalho de Russell, que predomina na Filosofia da Matemática por quase um século, apresenta uma ideia ímpar: definir número através da noção de classes ou coleções. (Balieiro, 2009).

Com base nos sete axiomas propostos por Zermelo para a formalização da Teoria de Conjuntos, von Neumann (Ewald, 1999) constrói sua própria teoria e, como consequencia, elabora uma definição de número. Considerando A como um certo campo de objetos abstratos, o axioma do infinito garante a existência em A de um conjunto B com os elementos 0, {0}, {{0}}, ... , e, von Neumann utiliza o conjunto enumerável de referência no sistema de Zermelo para representar a sequência 0, 1, 2, … dos números naturais.

Sobre a Metodologia da Pesquisa: Coleta e Análise dos Dados

A Metodologia Adotada

Nossa investigação é de natureza qualitativa, já que os questionários com perguntas abertas são considerados como documentos que constituem dados para esse tipo de pesquisa. (Patton, 2002, p.4). Ainda que os dados qualitativos possam ser longos e detalhados, tornando sua análise difícil por não apresentar respostas sistemáticas ou padronizadas, as respostas abertas permitem compreender de forma mais abrangente a visão dos entrevistados e permitem ao pesquisador entender e captar ideias sem predeterminar os pontos de vista através da seleção prévia de categorias de respostas. Assim, o primeiro princípio de análise qualitativa é aprender as categorias apresentadas pelas respostas dadas pelos entrevistados, em seus próprios termos. (Lofland, 1971 apud Patton, 2002, p.21).

Nesse sentido, optamos por uma análise qualitativa lógica indutiva, pois nessa análise o pesquisador está em busca de padrões emergentes dos dados. Esses padrões podem ser representados como dimensões, categorias ou temas. Após a construção de algumas categorias, os dados são re-organizados, para procurar padrões que podem não ter sido identificados na fase inicial do processo análise (Patton, 2002, p.468).

A Coleta de Dados

Os dados foram obtidos através da aplicação de um questionário para todos os alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática, noturno, com duração de quatro anos. O questionário foi aplicado em junho de 2008, em todas as turmas, simultaneamente.

O questionário foi composto por 14 questões que procuraram investigar as concepções dos alunos sobre a Matemática e sobre os conceitos de números, conjuntos numéricos e relação. Os alunos tiveram duas horas para respondê-lo. Foi explicado aos alunos que o questionário era um instrumento de coleta de dados para a pesquisa de um Grupo de Estudo da Universidade, que não era necessária identificação e que respondê-lo era opcional. No início do questionário, o aluno apenas deveria indicar o seu ano de ingresso no Curso. Todos os alunos optaram por responder ao questionário.

Em seguida, após uma leitura inicial dos dados, optamos por trabalhar a questão sobre o conceito de número. Diante dessa escolha, percebeu-se que seria necessário elaborar um referencial teórico que servisse de apoio para nossas análises e discussões. Com isso, a partir da elaboração de uma revisão histórica da evolução do conceito de número, foi possível apontar as principais definições e ideias que estiveram presentes, ao longo do tempo, no desenvolvimento desse conceito. Após a realização dessa revisão, os questionários foram estudados com o objetivo de cruzar as definições apresentadas na revisão histórica e as ideias presentes nas respostas dos alunos, para elaborarmos nossas discussões.

Certamente, as visões e concepções são individuais e mudanças ocorrem em diferentes momentos e em diferentes níveis de abrangência para cada pessoa. Assim, para discutir mudanças ocorridas é necessário avaliar a trajetória de uma turma específica. Entretanto, como um de nossos objetivos era perceber mudanças de concepções ao longo do curso, os questionários foram separados em quatro grupos e analisados pelo ano de ingresso dos alunos no curso.

Os Dados Obtidos

O questionário foi respondido por 85 alunos, distribuídos da seguinte forma: 22 alunos ingressantes em 2008 (Grupo 1); 23 alunos ingressantes em 2007 (Grupo 2); 17 alunos ingressantes em 2006 (Grupo 3); 14 alunos ingressantes em 2005, 7 alunos ingressantes em 2004, 1 aluno ingressante em 2003 e 1 aluno ingressante em 2002 (Grupo 4). Para apresentação e para a análise dos dados, os questionários foram divididos em quatro grupos (Grupo1, 2, 3 e 4), conforme descrito acima.

Numa etapa inicial, os questionários foram lidos e, através das respostas dadas pelos alunos, foram criadas algumas categorias prévias. Em seguida, os questionários foram re-avaliados, buscando agrupar as categorias prévias que apresentavam ideias similares, criando com isso as categorias que são apresentadas abaixo. Iremos apresentar os dados obtidos, conforme os Grupos criados. Além disso, as categorias apresentadas usam as respostas formuladas pelos alunos, ou seja, são usadas as mesmas palavras dos alunos. Na segunda coluna das quatro tabelas que se seguem, a sigla NAC indica o Número de Alunos que apresentou uma resposta enquadrada na Categoria.

Grupo 1 – Alunos que ingressaram em 2008

Categoria	NAC
Número é um símbolo, uma representação ou uma representação escrita de uma quantidade	9
Número é um símbolo para contagem	3
Número é uma quantidade	2
Número é o principal objeto de estudo da Matemática	2
É um conjunto de algarismos	1
Número é um símbolo	1
Número é um algarismo	1
Não sei	2

Em Branco	1

Grupo 2 – Alunos que Ingressaram em 2007

Categoria	NAC
Número é uma forma que representa uma quantidade	13
Número é um símbolo para contagem	4
Número é um símbolo, uma representação	3
Número é uma forma de facilitar a vida	1
Número é um conjunto representado por algarismos	1
Número é elemento que unido a outro constitui uma relação	1

Grupo 3 – Alunos que ingressaram em 2006

Categoria	NAC
Número é um símbolo para contagem e para expressar uma quantidade	9
Números são símbolos	5
Números são símbolos para contar e enumerar	1
Símbolo que representa um valor	1
Significado místico	1

Grupo 4 – Alunos que ingressaram entre 2002 e 2005

Categoria	NAC
Número é uma representação (escrita ou gráfica, forma ou símbolo) de uma quantidade	11
Números são símbolos para contagem ou operação	3
Número é o elemento de um conjunto numérico	2
Número é um símbolo	2
Número é um ente Matemático que pode ser manipulado e operado	1
Número é uma Grandeza	1
Número é uma forma de expressar quantidade, de modo que cada número relaciona-se apenas com uma quantidade	1
Número é a unidade para quantidade, pois a partir dos números, as quantidades são estabelecidas	1
Número é um conjunto de todos os objetos com a mesma característica ou propriedade. Por exemplo, o símbolo 1 representa todos os conjuntos de coisas que tem quantidade um.	1

Análise dos Dados

Inicialmente, pudemos perceber que, conforme os alunos estão há mais tempo no curso, eles apresentam ideias mais diversas e elaboradas sobre o conceito de número. Isso é visto, em particular, nas respostas dadas pelos alunos do Grupo 4, ou seja, dos alunos que ingressaram no curso entre 2002 e 2005. Acreditamos que as experiências vividas ao longo do curso contribuam para isso. No panorama histórico que apresentamos, vimos que o desenvolvimento da Álgebra no século XIX promoveu um avanço nas definições de número. Pode-se conjecturar que, o fato dos alunos desse grupo terem cursado disciplinas como Estruturas Algébricas e Álgebra Linear pode ter contribuído para que, alguns deles, tenham percepções mais próximas das apresentadas pelos matemáticos daquele período. Vale salientar que a disciplina História da Matemática é anual e oferecida no último ano do curso e, na ocasião da aplicação dos questionários, esses alunos ainda estavam no primeiro semestre e, considerando o programa determinado, eles estavam estudando a história da matemática no século XVI.

Vemos também que em todos os grupos, a concepção que predomina é a de que número é uma representação ou símbolo que indica uma determinada quantidade. Essa ideia é a que aparece inicialmente, em nossos estudos, na História da Matemática, presente nas concepções de filósofos e geômetras da Grécia Antiga.

Muitos alunos definiram número como aquilo que é usado para a contagem de um conjunto de objetos (elementos), ou seja, a definição é dada mediante sua utilização. Nesse caso, nota-se que as definições apresentadas estão influenciadas pela noção de conjunto e pela ideia de número como quantidade de unidades. Essa visão é a mais explorada nas séries iniciais do ensino básico, quando se estudam os conjuntos numéricos.

Alguns alunos consideram o número apenas como um símbolo. Essa resposta aparece, sobretudo, nos questionários dos alunos que ingressaram em 2008 e que, na ocasião, eram iniciantes no curso. Isso reforça nossa opinião de que a vivência ao longo do curso pode promover reflexões mais abrangentes sobre os Fundamentos da Matemática, em especial, sobre o conceito de número.

Outro aspecto que deve ser destacado é a ideia de ordem que aparece na concepção de 7 alunos, sendo 1 aluno do Grupo 4, 3 alunos do Grupo 3 e 3 alunos do Grupo 2. Uma concepção similar aparece na formalização da teoria dos números naturais, proposta por Dedekind.

Considerando a definição de número proposta por Russell, vemos que apenas um aluno, do Grupo 4, apresentou uma visão próxima dessa definição, em sua resposta. A concepção por trás da proposta de von Neumann não apareceu nas respostas dos alunos. Talvez, isso se deve ao fato de que ela não aparece nos livros textos usados na graduação.

Considerações Finais

Apesar da definição de número formulada por Russell ter completado mais de um século, notamos que grande parte (ou, talvez, todos) dos alunos egressos de cursos de graduação em Matemática não tem contato algum com essas discussões. Mas poderíamos nos perguntar: Por que é importante para os futuros professores de matemática e futuros matemáticos tomar conhecimento sobre os temas abordados pela Filosofia da Matemática ou, em particular, sobre o conceito de número? Podemos apontar inúmeras razões para isso, mas a principal delas reside no fato do conceito de número fazer parte dos Fundamentos da Matemática que caracterizam uma vertente significativa da Filosofia da Matemática. Para os futuros professores, o conhecimento sobre esse assunto pode despertar reflexões acerca das suas concepções sobre o que é a Matemática e, consequentemente, suas concepções sobre o ensino e a aprendizagem. E, para os matemáticos, que, em geral, trabalham com a ideia de que toda a Matemática pode ser construída a partir da Teoria de Conjuntos, os Fundamentos da Matemática podem promover uma reflexão sobre a noção de um sistema matemático formal que sustente aquela teoria.

Os professores que lecionam no curso comentaram que a aplicação do questionário promoveu uma discussão entre os alunos sobre as questões abordadas e, além disso, eles passaram a questionar os docentes sobre suas percepções a respeito do conceito de número.

Dando prosseguimento em nossa pesquisa, pretendemos aprofundar as discussões sobre a concepção dos alunos sobre o conceito de números para estudar suas possíveis implicações no ensino a na aprendizagem da Matemática.

Referências Bibliográficas

Aristote. (1862) *Physique*. Tome II. Trad. J. B. Saint-Hilaire. Paris: Ladgrange.

Balieiro Filho, I. F. (2009). A definição matemática de número estabelecida por Bertrand Russell. Em Anais do IV SIPEM – Seminário de Pesquisa em Educação Matemática. : Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Boavida, A. M. (1993). Contributo para a compreensão das representações pessoais dos professores sobre a resolução de problemas. Em D. Fernandes, A. Borralho e G. Amaro (eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de Professores, e Desenvolvimento Curricular.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Cantor, G. (1883). Une contribution a la théorie des ensembles. Em *Acta Mathematica*, nº 2, p. 311-328.

Cauchy, A. L. (1821). *Cours d'Analyse de L'Ecole Royale Polytechnique*. Paris: Debure.

D'Alembert e Diderot D. (1785). *Encyclopédie Méthodique*. Tome 2, Paris: Panckoucke.

De Morgan, A. (1837). *Elements of Algebra*. London: Taylor and Walton.

Dedekind, R. (1963). *Essay on the Theory of Numbers*. Trad. W. W. Deman. New York: Dover.

Diophante (1926). *Les six livres arithmétiques et le livre des nombres polygones.* Trad. P. V. Eecke. Bruges: Desclée de Brouwer.

Dummett, M. (1991). *Frege: Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Harvard University Press.

Euclides (2009). *Os Elementos.* Trad. I. Bicudo. São Paulo: Fundação Editora da UNESP.

Euler. L. (1774). *Élémens d'Algebre*. Tome Premier. Lyon: Jean-Marie Bruyset. Original: Vollständige Anleitung zur Algebra , 1770.

Eves, H. (1990). *An Introduction to the History of Mathematics*. New York: Saunders College Publishing.

Ewald, W. (1999). *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics*. Volume I, New York: Oxford University Press.

Feiman-Nemser, S. e Floden, R. E. (1986). The Cultures of teaching. Em M. C. Wittrock (ed.), *Handbook of research on teaching*. New York: Macmillan.

Fennema, E. e Loef, M. (1992). Teacher's knowledge and its impact. Em D. A. Grouws (ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.

Grattan-Guinness, I. (2000). *From the Calculus to Set Theory 1630-1910: An Introductory History*. New Jersey: Princeton University Press.

Guimarães, H. M. (1988). *Ensinar matemática: concepções e práticas* (tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Hamilton, W. R. (1853). *Lectures on quaternions*. Dublin: Hodges and Smith.

Kant, I. (1905). *Critique de la Raison Pure.* Trad. A. Tremesaygues & B. Pacaud. Paris: Félix Alcan, 1905. Versão Original: *Kritik der reinen Vernunft,* Zweite hin und wieder verbesserte Auflage, 1787.

Leibniz, G. W. (1765). *Oeuevres Philosophiques*. Amsterdam: Jean Schreuder.

Newton, I. (1720). *Universal Arithmetick: or, a Treatise of Arithmetical Composition and Resolution*. Trad. J. Raphson. London: J. Senex. Versão original: *Aritmetica Universalis, sive de compositione et resolutione aritmetica liber*, 1707.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Thousand Oaks: Sage.

Peacock, G. (1830). *A Treatise on Algebra*. London: J. & J. J. Deighton.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos e J. P. Ponte, *Educação matemática: Temas de investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Rosen, F. (1831). *The Algebra of Mohammed Ben Musa*. London: The Oriental Translation Fund.

Russell, B. (1919). Introduction to Mathematical Philosophy. London: George Allen & Unwin.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher.*

Stevin, S. (1585). *L'Arithmetique.* Leyde: Christophle Plantin.

Théon (1892). *Exposition des Connaissances Mathématiques Utiles pour la Lectures de Platan*. Trad. J. Dupuis. Paris: Hachette.

Thompson, A. G. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. Em D. A. Grouws (ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.

Woepcke, F. (1851). *L'Algèbre D'Omar Alkhayyami.* Paris: Benjamin Duprat.