



Estudio de clase como propuesta en México 4 y 6 grado

Orlando Daniel **Jiménez** Longoria
Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho”
México

ordanielitillo@hotmail.com

Jorge Luis **Ramos** Ramírez
Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho”
México

alemania39_458@hotmail.com

Resumen

El trabajo presenta los resultados y el análisis de una investigación al desarrollar un estudio de clase, con un enfoque japonés en el contexto mexicano. Actividad que busca favorecer la formación de profesores de matemáticas. El estudio de clases se desarrolla en tres momentos diseño, aplicación y evaluación; en la primera interactuó el Cuerpo Académico de Matemáticas de la Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho” diseñando estrategias y actividades que posteriormente, en la siguiente fase se aplicaron con un grupo de cuarto y sexto año de educación básica. Al aplicar el plan se reunió nuevamente el cuerpo académico para evaluar, analizar y sistematizar lo sucedido durante la clase. Encontrando que el estudio de clases resulta una práctica favorable para desarrollar las habilidades propias del profesor en el ámbito matemático dado que durante el análisis se plantean las fallas y se proponen soluciones viables al contexto de cada escuela.

Palabras clave: estudio de clase, propuesta, matemáticas, enseñanza, fracciones, trabajo en colectivo, docente, revisión, análisis de práctica docente.

Introducción

El estudio de clases en Japón, es un nuevo modelo educativo que actualmente se implementa en diferentes países, pues arroja mejores resultados en los niveles de aprovechamiento en lo que a matemáticas se refiere. Más que nada trata de que los profesores trabajen colectivamente para mejorar los métodos pedagógicos a la vez que se convierten en críticos de su misma enseñanza. El estudio de clase se basa en la participación de varios docentes, los cuales diseñan una sesión de clase matemática, la que se expone a la valoración y crítica de los compañeros para lograr una mejor preparación de las clases a desempeñar en un salón de clase determinado. Dicha clase se desarrolla con un grupo de alumnos y es

videograbada. Posteriormente se analiza lo sucedido durante la sesión, se valora y se sistematiza la información que permita mejorar los resultados de futuras clases.

Estudio de clase

El estudio de clase se puede definir como una praxis en la cual un grupo determinado de maestros analiza la práctica y resultados del docente para determinar las situaciones que aseguran el éxito o que puedan causar un fracaso rotundo.

El estudio de clases se divide en tres momentos “consiste en la preparación; la clase a investigar y sesiones de revisión” (ISODA; 2007). La primera etapa que desarrolla el estudio de clase es la de la preparación en la cual se trata de transformar un proyecto del curriculum o contenido del libro de texto para implementarse en el aula. Este proceso comienza desde la selección del tema del cual se tratará la clase así como los materiales a utilizar, el propósito que se logra obtener con la misma para proseguir con el refinamiento de ésta.

De igual forma el autor se expresa del estudio de clases como un medio para promover el trabajo colectivo por medio de la cooperación y la superación en equipo al mismo tiempo que cada uno de los integrantes del equipo mejora en su práctica docente. Proporciona los medios necesarios para que la interacción entre profesores, directivos, supervisores y demás actores propios del medio educativo compartan experiencias.

El objetivo del trabajo fue determinar la viabilidad de aplicación del proceso de estudio de clases en el contexto mexicano, determinar las diversas circunstancias en las que el proceso favorece la labor docente así como analizar los resultados obtenidos dentro de la aplicación de las técnicas de enseñanza japonesa principalmente el enfoque comunicativo y la apropiación de los conceptos matemáticos como tales.

La preparación

En el documento se darán los resultados de un estudio de clase que se aplicó en los grupos de cuarto y sexto grado de educación básica, con el contenido de Fracciones (relación parte todo y fracciones equivalentes). Primeramente, como el estudio de clase lo plantea se preparó la secuencia didáctica que se desarrollaría en el aula. Para la elección del tema, las estrategias y los materiales a aplicar, se tuvo que recurrir a los libros de texto de matemáticas de Japón y observar en videos como distribuyen las actividades y tomar algunos consejos en el diseño del plan clase que se aplicaría.

Los planes de clase elaborados se presentaron a un grupo de docentes, profesores del Cuerpo Académico de Matemáticas de la Escuela Normal “Manuel Ávila Camacho”, de Zacatecas, México para obtener otros puntos de vista acerca de cómo abordar el contenido de fracciones, así como para recibir algunas críticas para propiciar un mejor plan de clase que cumpla con el propósito de la clase a desarrollar “*la opinión de los profesores que participan, el mejoramiento del nivel de las técnicas de enseñanza y la amplitud de la red de los profesores, entran todos en juego en este proceso*” (ISODA; 2007).

Durante el proceso de la planeación se desarrolló en conjunto con la intención de ampliar los resultados en el tema de fracciones que resulta uno de los más complejos en la educación básica, en el cuarto año se diseñaron actividades con la intención de mostrar la relación parte todo mientras que en el sexto se enfoca más a la equivalencia de fracciones.

Para cuarto grado la primera actividad constaba en entregar un tramo de listón a los

alumnos con una medida de 1.25 m con la intención de que ellos midieran y cortaran un tramo que únicamente midiera 1 m para que las actividades siguientes giraran en torno a ese metro. La pregunta central sería ¿de cuántos metros es el tramo más pequeño que quedó? La pregunta se plantea con la intención de que el alumno se enfrentara a la problemática de no poder emplear subunidades del metro.

El alumno tendrá que plantear las respuestas y sobre todo como parte de evaluación formulará las hipótesis que sustenten sus respuestas, de igual forma durante este diálogo se buscaría que el alumno empleará un vocabulario matemático adecuado.

Para continuar con la reflexión se le entregaría al alumno otros dos tramos de un metro cada uno, con la intención de que los tres segmentos q miden un metro fueran divididos en tres, cuatro y cinco partes para que posteriormente fueran comparados con el tramo que había sobrado en un principio y determinara en cuál de ellos encajaba. En ese momento se plantearía una nueva pregunta ¿Cómo se podría expresar el tramo de listón restante por medio de una fracción? la pregunta es específica en la cuestión de que exige una respuesta en fracciones, es decir nos tenemos que dirigir y adentrar en el objetivo que se quiere lograr.

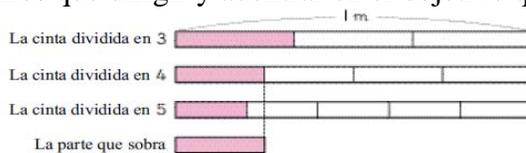


Figura 1. Diagrama del trabajo en clase.

Se busca que el trabajo comparativo induzca al niño a proponer ideas y propuestas a partir de lo que observa, de igual forma para ejercitar la tendencia de expresar un resultado en fracciones y que pueda determinar cómo obtener los valores del numerador y denominador se plantea la misma pregunta con las diferentes fracciones que se obtienen al dividir los metros, es decir $1/5$ y $1/3$.

Como cierre de la actividad se propone que los alumnos determinen que valor pertenece tanto al denominador como al numerador y lo expresen por medio de participaciones para establecer una relación general, es decir enunciar una regularidad y valor matemático que le permita desarrollar su lenguaje matemático.

La primera actividad que se sugería era presentar a los alumnos un par de fracciones las cuales eran $3/4$ y $7/4$ y posteriormente elaborar una pregunta ¿se pueden comparar? la siguiente encomienda fue ¿podremos comparar $2/3$ y $3/4$? La siguiente indicación que se presentó fue expresar $2/3$ con $1/6$, $1/9$ y $1/12$, esto se pretendía hacerlo verbalmente para que los alumnos tuvieran tiempo de reflexionar sobre como poder hacer dicha representación. Posteriormente se presentará una tabla, la cual busca algunos números que multiplicados o divididos por el numerador y el denominador nos dé como resultado una fracción equivalente a la primera fracción presentada que en este caso fue $2/3$ y $8/12$.



Figura 2. Multiplicación y división para sacar equivalencias

Como complemento y relacionando con la actividad anterior se tendría que expresar $3/4$ utilizando $1/8$, $1/12$ y $1/16$, esta indicación se apoyaba con una pequeña tabla la cual ayudaría a buscar a los alumnos el número necesario para multiplicar y obtener la fracción en cualquiera de las opciones que se solicitaban.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{4} = \frac{3 \times \square}{4 \times \square} = \frac{\square}{8} \\ \frac{3}{4} = \frac{3 \times \square}{4 \times \square} = \frac{\square}{12} \\ \frac{3}{4} = \frac{3 \times \square}{4 \times \square} = \frac{\square}{16} \end{array}$$

Figura 3. Fracciones equivalentes

La siguiente actividad pretendía seguir ejercitando la transformación de fracciones en alguna de sus equivalencias, pero esta vez solo mostrando dos fracciones: $2/3$ y $3/4$, poniendo en seguida un espacio para su respuesta, evitando poner las multiplicaciones que elaboran para conocer el resultado, de alguna forma para realizar una evaluación sobre las actividades ya elaboradas. Para finalizar con este plan clase a manera de reflexión se presentaría a los alumnos algunas de las reglas vistas en los procesos utilizados en cada una de las actividades, para institucionalizar los aprendizajes referentes a las fracciones equivalentes. La siguiente actividad pretendía seguir ejercitando la transformación de fracciones en alguna de sus equivalencias, pero esta vez solo mostrando dos fracciones: $2/3$ y $3/4$, poniendo en seguida un espacio para su respuesta, evitando poner las multiplicaciones que elaboran para conocer el resultado, de alguna forma para realizar una evaluación sobre las actividades ya elaboradas. Para finalizar con este plan clase a manera de reflexión se presentaría a los alumnos algunas de las reglas vistas en los procesos utilizados en cada una de las actividades, para institucionalizar los aprendizajes referentes a las fracciones equivalentes.

Las principales sugerencias que se hicieron fue el sustituir el tema de la clase pues se tenía pensado denominarlo comparación de fracciones, pero el comparar fracciones y equivalencia de fracciones son dos temas diferentes, que si bien tienen alguna relación, se perdería el propósito principal de la actividad. Un cambio más en este plan clase fue sustituir las expresiones $1/6$, $1/9$ y $1/12$ en la indicación: representar $2/3$ en $1/6$, $1/9$ y $1/12$ pues no resultaría muy clara la consigna para los alumnos.

Estas recomendaciones, para ambos grupos, se elaboraron en un círculo de revisión en conjunto con varios maestros con la finalidad de mejorar el plan de clase “el propósito de esta sesión de revisión es explorar las maneras de mejorar la clase analizando cualquiera disparidad entre los objetivos que se plantearon y los planes que se desarrollaron para lograrlos” (ISODA; 2007).

La clase a investigar

Este paso constó en la aplicación del plan clase frente a un grupo, el cual en este caso fue con el de cuarto año (alumnos con edades entre 9 y 10 años de edad) de la Escuela Primaria “Ma. Guadalupe Belmonte Romo”, de la ciudad de Guadalupe, Zac. México. Así como con alumnos de sexto grado de la escuela “Salvador Varela” de la ciudad de Zacatecas, Zac. (Alumnos cuyas

edades fluctúan entre los 11 y los 12 años).

Los docentes participantes en el estudio de clase, fungieron como observadores de la clase, pues se requiere participar directamente con la clase para así tener elementos que permitan evaluar el proceso “*la clase es observada por una cantidad –variable- de profesores*” (ISODA; 2007).

En la clase de cuarto grado se aplicó la siguiente planeación:

- Preguntar al alumno acerca de cuántos centímetros integran un metro.
- ¿De qué otras maneras podemos representar un metro?
- Ejemplos en el pizarrón
- Repartir por binas un cordón de 125 centímetros.
- Pedir que de ahí corten un tramo de un metro.
- Preguntar ¿de cuántos metros es la parte que sobra?
- Escuchar algunas respuestas y pedir que éstas sean argumentadas.
- Pedir que dividan el metro en tres, cuatro y cinco partes iguales.
- Comparación del tramo restante con los metros que fueron divididos y determinar en cuál de ellos encaja.
- Con base en las participaciones preguntar:
- ¿cómo expresarían la longitud del pedazo restante a través de una fracción?
- Por medio de fichas con números ellos tendrán que expresar lo anterior.
- Preguntar ¿cuántos pedazos de $\frac{1}{4}$ son iguales a un metro?
- Hacer uso de las fichas numéricas.
- De igual forma tendrán que expresar por medio de una fracción las partes que sobran del entero si se toma esa cuarta parte.
- Ahora harán lo mismo y tendrán que escribir como se expresaría el entero completo que se encuentra dividido en 4 partes.
- Cuestionar ¿cómo se expresaría el mismo metro pero que está dividido en tres y cinco partes iguales?
- ¿cuál es la longitud de una de esas partes expresada en fracción?
- Cuestionar acerca de la escritura de las fracciones y la función de sus partes.
- Definir que representa el número de arriba y el de abajo a partir de la relación que encuentran en las diversas fracciones que se encuentran en el pizarrón.
- Utilizar un par de tarjetas con las palabras “numerador” y “denominador” y cuestionar en donde iría cada una.
- Cuestionar que otras regularidades o semejanzas encuentran en las fracciones.

Dentro de lo planeado se comenzó a trabajar primeramente dando la instrucción de que tendrían que medir un metro y cortar lo que sobrara del listón, por lo que posteriormente se le entregó a cada pareja de alumnos el listón que tendrían que recortar, este trabajo fue planteado en binas con la intención de que comenzarán a expresar sus ideas desde el inicio de la actividad para que posteriormente les resultara más sencillo expresar sus resultados.

El desarrollo de esta actividad comenzó como se tenía planeada pero no llegó al final que se tenía esperado debido a que no se había contemplado el error de medición, por lo que a pesar de haber utilizado una regla graduada, los alumnos habían cortado su listón obteniendo resultados diferentes al esperado, los cuales variaban desde uno o dos hasta los diez centímetros, lo que creo una confusión tanto en el profesor como en los alumnos, finalmente la solución fue que el profesor anotó en el pizarrón la medida esperada para cada tramo de listón. Continuando con el trabajo concreto se entregaron los otros dos listones de un metro con la intención de que los dividiera en tres, cuatro y cinco partes iguales, aquí de nueva cuenta la atención se desvió debido a que algunos alumnos no lograron el objetivo, como un medio de improvisación se

terminó haciendo uso de un solo juego de listones que contaban con las características necesarias para proceder al trabajo de reflexión.

Se planteó la pregunta ¿de cuántos metros es la parte que sobró del listón? –de inmediato varias voces sugirieron hacer uso de las subunidades del metro diciendo que eran 25 centímetros- se les indicó que el resultado tendría que ser expresado en metros como se pedía en la pregunta- en ese momento un alumno expuso que podía ser por medio de las fracciones- en este punto la clase estaba retomando el camino, al recibir una respuesta positiva se planteó la pregunta ¿y qué fracción de metro sería? Por parte del profesor, los alumnos por su parte comenzaron a cuestionarse entre ellos y buscar una posible solución, para apoyarlos se sugirió que compararan el tramo en cuestión con los metros que se habían dividido para ver en cual encajaba- para esto se indicó que una alumna pasara al frente con la intención de llevar a cabo la comparación, al final se mostró que el tramo restante era de igual tamaño que las partes que integraban el metro que estaba dividido en cuatro partes y en ese momento- sería un cuarto profe- sugirió un alumno a manera de pregunta- a pesar de que la respuesta era correcta se procedió a preguntar el por qué de aquella idea con la intención de que el resto de los alumnos reflexionara y sobre todo de hacer un uso del lenguaje matemático correcto- en ese momento el mismo alumno responde que es un cuarto porque es una de cuatro.

Era necesario comenzar a observar las habilidades referentes a la escritura de las fracciones por lo que se plantea la problemática de cómo escribir un cuarto, para esto se muestran unas tarjetas numéricas con la intención de que ellos planteen una posible respuesta- ¿Qué números utilizaremos para escribir un cuarto?- un cinco, menciona un alumno- ¿por qué un cinco?- porque son veinticinco centímetros- como se observa el alumno aun no ha entendido la intención de la expresión en fracción, por lo cual los alumnos le hacen ver su error- se plantea la pregunta ¿en cuántas partes dividimos el metro? Los alumnos responden que en cuatro, se pregunta y a cuántas partes es igual el listón, los alumnos responden que a una parte, nuevamente se plantea la cuestión, ¿qué números utilizaremos para escribir una fracción? Entonces hacen mención del uno y del cuatro. El profesor cuestiona- ¿Cómo se escribe una fracción?- se utiliza una casita, responde un alumno haciendo referencia a la simbología de la división- no es cierto- se utiliza una rayita con un número arriba y otro abajo- en ese momento se le da la indicación de que pase al pizarrón y coloque las fichas de manera que se exprese la fracción de un cuarto. Al pasar y colocar las fichas las coloca de manera incorrecta dado que el cuatro lo coloca arriba y el uno abajo- ¿será correcto?- algunos alumnos dicen que sí y otros cuantos responden lo contrario- entonces se cuestiona el por qué de la negativa- porque el uno debe ir arriba, debe estar como se lee “un cuarto” entonces el uno va primero- con dicha respuesta convence al grupo y obtiene una respuesta correcta.

Para confirmar que la estructura de la fracción escrita había quedado comprendida se prosiguió a cuestionar a una alumna el origen de los números cuatro y uno, la alumna observaba la fracción pero no lograba expresar la idea, entonces fue que una de sus compañeras le explicó que el cuatro es de las partes en que se dividió el metro y señalaba el metro dividido en cuatro partes iguales, y el uno es porque solamente estamos tomando una parte de esas cuatro- el objetivo había sido logrado, se estaba estableciendo la relación parte todo, es decir el alumno tomaba conciencia de que una fracción representa una parte de un entero.

Una vez que los alumnos identificaron el origen de las partes que integran una fracción solamente quedaba un punto por cubrir de la planeación, que era el establecer la relación e integración fraccionaria de un entero, Profesor.- y para expresar el entero completo en fracción

¿cómo le haríamos?-sería un entero o cuatro cuartos comenta un alumno-o dos medios complementa otro- ¿seguros? Ese metro que dividimos en cuatro partes ¿cómo se expresaría?- cuatro cuartos responden los alumnos. En este momento se solicitó que el alumno pasará al frente a colocar las fichas y formará la fracción correspondiente, de igual forma el comentario del segundo compañero dio la pauta para que la relación de un entero expresado en fracción resultara sencilla, ya que podría permitir la comparación entre ellas y notar la regularidad de que cuando el numerador y denominador son iguales se habla de un entero. Los alumnos sacaron la composición de las fracciones mediante las partes en las que habían dividido el metro y las partes que se ocupaban para completarlo, así surgieron las fracciones tres tercios, cinco quintos y dos medios (fracción sugerida por un alumno a pesar de no encontrarse un listón con esas características), posterior a su escritura en el pizarrón se planteó la pregunta acerca de qué similitudes existían respecto a esas fracciones, tras un breve análisis los alumnos concluyeron que cuando en un número racional el numerador y el denominador son iguales esa fracción es igual a un entero. Dichas regularidades vienen a ser el clímax de la clase ya que son la base fundamental de las clases de matemáticas en Japón y resultan el cierre de la clase.

Cabe mencionar que durante todo el proceso se nombró constantemente a cada una de las partes de la fracción con la intención de ir haciendo que el alumno se familiarice con los términos y pueda establecer un concepto propio.

En el grupo de sexto grado se desarrolló la siguiente planeación:

SITUACIONES DIDÁCTICAS
-Presentar a los alumnos dos tarjetas que contengan fracciones equivalentes $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{4}$ cuestionar ¿en que se parecen? Orillándolos a que se fijen en que tienen denominadores iguales. Cuestionar ¿Cómo le hiciste para saber esto?
-Posteriormente presentar otras dos tarjetas $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ para contrastar con las primeras fracciones y cuestionar nuevamente en que se parecen y en que son diferentes a las primeras fracciones mostradas. ¿Qué podemos hacer para que sean iguales?
-Encontrar una fracción que sea igual a $\frac{2}{3}$ pero en lugar de 3 tenga 6. Y si en vez de 3 tuviéramos 9, y 12.
-Pasar algunos alumnos para que demuestren como hicieron para encontrar estas fracciones.
-En una lamina colocar los números faltantes. Dando la indicación de que tendrán que representar $\frac{3}{4}$ utilizando dieciseisavos, doceavos y octavos. ¿Cómo le hicieron? ¿Por qué hicieron esto?
-Mediante las participaciones lanzar una pregunta ¿Cuál es la relación entre los numeradores y denominadores en estas fracciones?
-Después de varias participaciones presentar a los alumnos unas láminas en las cuales identifiquen la relación entre numeradores y denominadores de fracciones equivalentes.
-Para finalizar solicitar la invención de una idea de acuerdo a las participaciones y al trabajo realizado sobre cómo sacar fracciones equivalentes.
-Socializar algunas ideas de los alumnos.

La clase como está establecida en el plan comenzó presentando a los alumnos dos tarjetas de foami donde se expresaban las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{4}$ y haciendo un cuestionamiento ¿se parecen en algo esas fracciones? para posteriormente preguntar ¿en qué? las participaciones de los alumnos eran sin un orden a lo que se cuestionó nuevamente ¿se parecen o no se parecen estas fracciones? En esta situación los alumnos expresaban que se parecían en el de “abajo” si nombrarlo por su nombre: denominador. Aquí comenzó un pequeño problema pues no todos los alumnos reconocían las partes de la fracción, algunos confundían aun el numerador con el denominador, por lo que se tuvo que orillar la clase para primeramente dejar en claro cuáles son las partes de la fracción y evitar llamar el de arriba y el de abajo cuestionando sobre el de arriba ¿Qué nos dice? A lo que respondieron –nos dice cuantas partes agarramos- ¿y el de abajo? – Cuantas partes son-de esta forma los alumnos llegaron a la conclusión de que el numerador nos decía cuantas partes tomábamos y el denominador el total de partes en que se dividió, así ya no

se refirieron como “el de arriba y el de abajo” sino como numerador y denominador.

El siguiente paso fue mostrar a los alumnos otra pareja de fracciones las cuales eran $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{3}$ y se pegaron en el pizarrón debajo de las fracciones colocadas anteriormente. Aquí los alumnos encontraron que estas fracciones no tenían el mismo denominador. La siguiente actividad fue transformar estas fracciones a sus equivalentes, pero que compartieran su denominador. Para ello se preguntó ¿qué tendríamos que hacer para que estas fracciones se parecieran? Recibiendo como respuesta convirtiéndolas a decimales ¿y cómo las tendríamos que convertir? -Por producto cruzado- mencionó una niña; la indicación fue pasar a la alumna al pizarrón para demostrar esta multiplicación y ver el proceso que se utiliza para demostrar lo que en su participación demostró. La niña efectuó una multiplicación cruzada, multiplicando tres por tres y dos por cuatro, sumando el producto de ambas para formar el numerador ¿qué es lo que estas buscando con esto? -que sea equivalente- ¿qué es ser equivalente? -que se parecen- ¿y qué tenemos que hacer para que estas fracciones se parezcan? -Multiplicar- dijo un alumno ¿para qué serviría? Se pasó al alumno que participó oralmente para que escriba en el pizarrón lo que nos quiso decir, de esta forma el resto del grupo comprende y observa mejor la participación de su compañero.

El alumno registró los números tres, seis, nueve y doce debajo de la fracción $\frac{2}{3}$ y debajo de la fracción $\frac{3}{4}$ registró los números cuatro, ocho y doce. El alumno se detuvo a escribir los números en ambos casos hasta llegar al número doce, cuestionándole si sólo era el cambio en los dos denominadores de las fracciones a lo que la respuesta fue negativa, pues se tendría que cambiar el numerador también -sí multipliqué 2 veces, el de arriba también se tiene que multiplicar por 2. El alumno escribe en el pizarrón, a un lado de la fracción de $\frac{3}{4}$ una nueva fracción que es $\frac{9}{12}$ y del lado de la otra fracción registró $\frac{8}{12}$. Este alumno llegó a representar ambas fracciones con denominador común, utilizando fracciones equivalentes para llegar a esta representación. Sí este era uno de los propósitos de la clase, llegar a sacar fracciones equivalentes, hasta este punto no se conocía un procedimiento en sí para poder sacar dichas fracciones, esto solo significaba que el alumno que participó sabía cómo obtener fracciones equivalentes. Al término del registro se lanzó una pregunta grupal ¿por qué hizo eso? ¿Qué fue lo que hizo? Aquí ya se parecen en algo nuestras fracciones ¿en qué se parecen las fracciones que acabamos de sacar? -en que el denominador es igual- ¿Qué fue lo que hicimos para que fuera igual? -sacar múltiplos- ¿Para qué sacamos múltiplos? -para que saliera igual y puedan ser equivalentes- esta fracción ¿qué es de ésta? (refiriéndose a la fracción inicial y a la fracción escrita por el alumno -equivalente- y que significa equivalente -que son iguales- mencionaron los niños.

Como siguiente actividad se pegó en el pizarrón una lámina que serviría para que los alumnos encontraran fracciones equivalentes (Figura 3), la indicación fue analizarla para que posteriormente explicaran lo que tendrían que hacer. Se pasó a una alumna al pizarrón para completar la tabla; ¿qué tenemos que hacer? la alumna mencionó -para saber el resultado tenemos que poner la tabla de multiplicar para que salga el número del lugar en blanco-¿Qué es lo que nos pide primero? -colocar los números que faltan- menciono la niña. ¿Qué fracción tenemos primero? - $\frac{3}{4}$ - ¿Y cuál queremos llegar? A que nuestra fracción ¿tenga un qué? -Doceavos- ¿qué tenemos que hacer entonces? 4×3 para que salga el 12.

Los alumnos se mostraron participativos y la mayoría comprendió esta regularidad, pero era necesario asegurarse de que esto quedara comprendido. Como quedaba aun un ejercicio de esta lámina por resolver ($\frac{3}{4}$ a su equivalencia en octavos); los ejemplos resueltos quedaban ahí,

enseguida se paso a un alumno el cual demostraba cierta duda al estar desarrollándose las participaciones de sus compañeros ¿Qué tenemos que hacer ahí? -pasar de cuartos- mencionó, ¿a qué? -a octavos- el niño se queda observando el problema establecido en la lámina, pero sin resolver nada con una expresión de duda en su rostro ¿qué tenemos que hacer para pasar de cuartos a octavos? -no sé profe- aquí se trató de hacer recordar al alumno el proceso por el cual se realizaron los ejercicios anteriores, al igual que con las preguntas ¿Cómo le hicimos? ¿Por qué? ¿Para qué? de este modo se puede atraer el pensamiento del alumno sobre un punto en particular en una clase, *hatsumon* (ISODA; 2007) lo denominan los japoneses, los cuestionamientos ayudan a guiar tanto la clase como el pensamiento del alumno de tal forma se va siguiendo el propósito central de ella. Otro niño ayudó a su compañero a contestar; el alumno pasa al pizarrón y registra en los espacios en blanco el número 2 en los espacios que denotan la multiplicación del numerador y denominador, en el espacio de numerador de la fracción equivalente que se busca registra el número 6. Entonces se cuestionó ¿por qué por 2? -Porque 4×2 dan 8 y nos está pidiendo octavos- señaló el alumno -¡ya le entendí!- se escucharon murmullos, de esta forma los alumnos transformaron la fracción $3/4$ en su equivalente $6/8$.

Enseguida paso otra alumna a resolver la segunda incógnita sobre convertir los $3/4$ a dieciseisavos ¿qué tenemos que hacer para pasar de cuartos a dieciseisavos? La niña dijo - multiplicar 4×4 (16)- esto fue registrado en la lámina ¿y arriba como sería? - 3×4 - ¿cuál sería el resultado?- $12/16$ - ¿Cómo le hiciste para saber que tenías que multiplicar por 4? -es que el denominador nos dice que número quiere que salga, obligatoriamente necesitamos un número que multiplicado por 4 nos de 16 y es el 4. Y así se tiene que multiplicar por el mismo el de arriba- señaló la alumna ¿por qué multiplicarlo por el cuatro pues?-porque teníamos que multiplicar el número para dar 16 y multiplicando 4 por 4 es 16-.

Después de esto se lanzó una pregunta ¿Qué relación existe entre los numeradores y denominadores de estas fracciones? esto para ir guiando a la clase a formular su regla matemática respecto a la obtención de fracciones equivalentes, a esto respondieron -son equivalentes y se multiplican por el mismo número-. Esta participación se acercó al propósito de la clase, pero faltó clarificar la idea. Posteriormente a la participación se pegó una nueva lámina la cual era identificar los números necesarios para obtener fracciones equivalentes apoyándose en multiplicación y división del numerador y denominador de las fracciones para llegar a su equivalencia (Tabla 1). Las incógnitas presentadas fueron ¿qué tendremos que hacer aquí? para pasar de dos tercios a tener cuatro sextos - 2×2 y 3×2 - dijeron los alumnos, aquí se demostró que encuentran ya la regularidad matemática, multiplicar el numerador y denominador de las fracciones por el mismo número. De la misma manera contestaron el siguiente ejercicio. A pesar de no haber trabajado con la división, al ver la tabla, fue sencillo contestar esos espacios pues como se sabía que lo que afectara al numerador tenía que hacerlo con el denominador, fue sencillo contestar el ejercicio.

Al tener comprendido esto se cuestionó a los alumnos sobre la relación que tiene el numerador y denominador de las fracciones; los niños llegaron a la conclusión de que se pueden multiplicar y dividir por el mismo número. Entonces se lanzó una nueva pregunta ¿qué es lo que tenemos que hacer con el numerador y denominador para tener una fracción equivalente? - Multiplicar el numerador y denominador por el mismo número- se escuchaba en el aula así que para complementar se cuestionó sobre si sólo multiplicar recibiendo como respuesta una negativa y la frase: dividiendo también. En este punto se recapitula lo aprendido hasta ahora para generar un comentario final y cuidadoso acerca del trabajo de los alumnos en términos de sofisticación

matemática, los japoneses denominan a este paso: *matome* (ISODA; 2007), así que de esta manera se solicitó a los alumnos que en su cuaderno escriban una reglita en la cual nos digan cómo obtener fracciones equivalentes.

Al momento de escribir la regla matemática se le denomina *Neriage* según los japoneses, nombran así a este paso, cuando las ideas de los alumnos se pulen para obtener una idea matemática integrada en una discusión generalizada de la clase (ISODA; 2007).

Para concluir con la clase y observar si el propósito de la misma se alcanzó, se pidió a varios alumnos dar lectura a la regla escrita en su cuaderno, un alumno comentó -para sacar fracciones equivalentes se tiene que multiplicar el de arriba y el de abajo, por ejemplo de $10/20$ un número equivalente es $20/40$, pero se volvía a mencionar el nombre común de las partes de la fracción así que fue necesario resaltar ese punto para corregirlas. Enseguida se pidió la lectura de otra regla redactada -para tener una fracción equivalente tenemos que multiplicar o dividir por el mismo número-¿Qué tenemos que multiplicar o dividir? Fue necesario lanzar esta pregunta para complementar la definición. Después al alumno que no había comprendido el procedimiento para transformar fracciones en sus equivalentes leyó -para sacar una fracción equivalente tienes que sacar el denominador, no. Tienes que multiplicar el denominador y el denominador por el mismo número ejemplo $2/3$; 2×2 y 3×2 igual a $4/6$ -.

Sesión de revisión

En la última parte del estudio de clase se hace una remembranza de las clases aplicadas en la cual se evalúa y se discuten los resultados que se obtuvieron, esta sesión de revisión se hace con los maestros observadores “*las opiniones de los profesores que participan, el mejoramiento del nivel de las técnicas de enseñanza y la amplitud de la red de los profesores, entran todos en juego en este proceso*” (ISODA; 2007).

En esta actividad participaron los docentes, desde su perspectiva, externando cuáles fueron los aciertos y errores en la aplicación de este plan clase, así como la experiencia que dejó la aplicación del mismo. La intención primordial era rescatar los elementos que ayudan a proporcionar una educación matemática de calidad y sobre todo que sea comprensible para los niños y que a la vez puedan hacer uso de ello para su vida cotidiana.

Para las sesiones de revisión se reunió el mismo grupo de docentes que realizó la revisión de la planeación y que observó el proceso de aplicación con la finalidad de realizar una revisión de lo sucedido dentro de ellas y sobre todo de los aspectos que se deben modificar para mejorar la práctica docente. Los elementos que se analizaron durante las sesiones de revisión constaron de diversos medios, destacando las notas tomadas por los docentes observadores, así como las impresiones del propio docente aplicador anotadas dentro de su diario de clase, de igual forma como se mencionó al principio se contaba con las grabaciones de las clases que se habían realizado para profundizar en el análisis y poder elaborar registros de la clase para su posterior análisis y notación en el trabajo escrito que se encuentra en parte aquí.

Durante la revisión se hizo notar la importancia de planear las actividades con base a las regularidades matemáticas y sobre todo que estas sean enunciadas y redactadas por los propios alumnos a manera de cierre ya que es el momento cúlmine de la clase en la cual se desarrolla y sobre todo resulta un rasgo a evaluar, la competencia de hacer un uso correcto de un lenguaje matemático sin importar la situación o el contexto del problema es factible cuando el trabajo del maestro logra una reflexión en los alumnos, es este quien de esta forma crea sus propios conceptos.

Las redacciones de los alumnos hablan por sí solas del logro y nivel de desarrollo de los conceptos. En lo relativo a la relación parte todo en el cuarto año los alumnos desarrollaron lo siguiente: el numerador indica cuantas partes se toman del entero y el denominador las partes en las que se divide el entero, cuando el numerador y denominador son iguales la fracción es igual a un entero. Por otro lado en el trabajo con fracciones equivalentes se obtuvo: para sacar fracciones equivalentes es necesario multiplicar o dividir tanto el numerador como el denominador de una fracción por un mismo número. Esto indica que la metodología japonesa del trabajo por medio de regularidades matemáticas facilita la reflexión en los alumnos llevándolos a mejorar sustancialmente su entendimiento y pensamiento lógico matemático.

Se hizo notar que uno de los factores que aportó en gran medida al logro de objetivos fue el uso de problemas sencillos con cifras pequeñas ya que en ambos casos las regularidades matemáticas resultaban evidentes, es decir la actividad no se centró en dificultar el camino al alumno hacia un resultado, sino facilitárselo y encaminar las preguntas hacia dichas regularidades que le permitirán dar el paso hacia la resolución de problemas cada vez más complejos.

Dentro de la sesión de revisión también se hicieron notar los errores al momento de ejecutar el plan de clase, al igual que aquellos elementos que fueron imprevistos. En la clase del cuarto año se hace notorio un elemento que es un hecho matemático conocido, los errores de medición, en ningún momento se hicieron comentarios acerca de este fenómeno por parte del equipo de trabajo, lo que llevó a una prolongación en el tiempo de la clase y resultó ser una distracción para los niños y que en ciertos momentos dispersó la atención. Para desarrollar las actividades de manera correcta es necesario que la totalidad de los alumnos cuenten con una base de conocimientos que le permitan llegar a los resultados necesarios y que a su vez le permitan expresar sus ideas y pensamientos para llegar a una clase como la que se desea.

Por otro lado en el caso del sexto grado se hizo mención al planteamiento de las consignas, se debe tener cuidado con lo que se pregunta. En este caso se observó una reacción en los alumnos ¿Cómo que una fracción diferente? hay que tener cuidado con la indicación pues se buscaba la misma fracción expresada con otro denominador, no una fracción diferente, hay que checar bien las indicaciones, para no confundir a los alumnos, fue el consejo que expresó la maestra.

Una situación problema que se encontró en ambas clases fue la presentación de las actividades con los alumnos la recomendación para ambos profesores fue dosificar los ejercicios, ir de uno por uno, no mostrar los tres ejercicios al mismo tiempo para que así los alumnos vayan construyendo poco a poco sus resultados y no lo vean como una tarea compleja, además de que la actividad fue muy grupal, hubiera sido pertinente trabajarlo individualmente y posterior a esto contrastar algunos de los procedimientos empleados por los alumnos para que por sí mismos identificaran las relaciones numéricas para llegar al denominador que se les pedía.

Durante las revisiones se hizo notoria la relación entre un contenido y otro debido a que los alumnos que se encontraban en el sexto año al trabajar con las fracciones equivalentes deben contar con el referente de la relación parte todo para establecer de que al multiplicar cada elemento de una fracción por un número en común cambia la apariencia de la misma, pero la relación que existe entre el numerador y el denominador sigue siendo la misma, es decir que se conserva la porción que se representa en la fracción inicial. Es necesario decir que se determinó que el alumno puede desarrollar una habilidad mecánica para encontrar las fracciones

equivalentes, pero no tendría una reflexión y conceptualización necesaria para poder explicar de manera matemática la relación entre los elementos que integran una fracción, por otro lado con las habilidades propuestas en la clase de cuarto año se facilitarían el desarrollo del entendimiento de lo mencionado anteriormente, ya que el alumno podría establecer que la relación de uno a uno en el numerador y el denominador se conserva, haciendo que el alumno vaya conociendo y explicando a su manera hasta los cambios matemáticos que parecen más complejos.

Los aciertos encontrados con la aplicación de esta propuesta didáctica fue que los alumnos construían el conocimiento de manera autónoma. Las principales dificultades que se presentaron en la aplicación de la propuesta fueron que los alumnos no están acostumbrados a manejar conceptos matemáticos. En general se puede concluir que la aplicación de esta propuesta, como lo es el estudio de clases, resulta favorable tanto para los alumnos como para los docentes, pues en los alumnos genera aprendizajes y en los docentes contribuye en la actualización de los saberes, es una estrategia en donde conjuntamente aprenden alumnos y maestros y cada vez se propicia un mayor aprendizaje. el compromiso queda abierto para implementar esta estrategia didáctica en todos los niveles y de esta manera obtener mejores resultados en los niveles cognitivos de los alumnos y de esta forma hacer crecer la educación.

Bibliografía y referencias

- Isoda, M., Arcabi, A., Mena Lorca, A. (2007).El Estudio de Clase Japonés en MATEMÁTICAS. *Ediciones Universitarias de Valparaíso*. 25-120
- Isoda, M., Olfos,R.(2009) "El estudio de clases y las demandas curriculares. La Enseñanza de la Multiplicación." *Ediciones Universitarias de Valparaíso*. 15-36