



O Estudo de Função Afim na fatura de energia elétrica por meio da Modelagem Matemática e da Engenharia Didática

Emerson **Tortola**

Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão
Brasil

emersontortola@hotmail.com

Veridiana **Rezende**

Universidade Estadual do Paraná – Campo Mourão
Brasil

rezendeveridiana@gmail.com

Resumo

O presente trabalho refere-se aos resultados obtidos em uma pesquisa de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus de Campo Mourão, realizada com uma turma de alunos do 1º Ano do Ensino Médio no município de Terra Boa, Estado do Paraná, Brasil. Foi desenvolvida com o intuito de contribuir com o estudo do conteúdo Função Afim, cujo objetivo foi verificar se uma sequência de atividades didáticas elaborada segundo os preceitos da Engenharia Didática e embasada nos princípios da Modelagem Matemática poderia contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo. Para elaboração da sequência de atividades nos baseamos na fatura de energia elétrica emitida pela Copel – Companhia Paranaense de Energia e em vários livros, artigos, teses e dissertações, sempre atentos aos requisitos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e Diretrizes Curriculares Estaduais do Estado do Paraná.

Palavras chave: educação matemática, engenharia didática, função afim, modelagem matemática.

Introdução

Este trabalho resulta da preocupação dos autores com o ensino de Função, em especial o tópico Função Afim, pois muitas vezes o seu ensino é em grande parte teórico, sem muitas relações com o cotidiano (PIRES, 2009). Desta forma, buscamos na Modelagem Matemática alternativas para estreitar a relação do conteúdo Função Afim com o dia-a-dia dos alunos, visando proporcionar melhor compreensão. Pensando nesta relação entre conteúdo e cotidiano, recorreremos à fatura de energia elétrica emitida pela Copel, por ser um documento de fácil acesso a todos os alunos da turma, na busca de possibilidades de estudo do conteúdo proposto.

A turma escolhida para realização da pesquisa foi uma turma de 1º Ano do Ensino Médio do turno matutino de uma escola pública da rede estadual de ensino do município de Terra Boa, Estado do Paraná, Brasil. Esta turma era composta por 37 alunos, que foram divididos em 9 grupos para a realização das atividades, com o intuito de proporcionar aos alunos um ambiente propício à discussão e favorável ao estudo do conteúdo Função Afim.

Como metodologia, utilizamos a Engenharia Didática, que sugere a elaboração de uma sequência didática com atividades que auxiliam no estudo do conteúdo proposto. Esta metodologia propõe para cada atividade que se realizem análises *a priori*, descrevendo os objetivos da atividade, o que esperávamos dos alunos nas resoluções e quais as expectativas e possíveis reações dos alunos durante a realização das atividades e após o estudo do conteúdo por meio das atividades propostas na sequência didática, que se realizem as análises *a posteriori*, descrevendo os resultados obtidos pela observação dos alunos no momento da interação e resolução das atividades e das respostas apresentadas. O objetivo com estas análises é que se verifique por meio da comparação entre ambas, como os alunos se saíram nas atividades, permitindo a constatação se houve ou não a compreensão dos conceitos desejados, no nosso caso, referentes ao conteúdo Função Afim.

Além da sequência didática optamos pela realização de um pré-teste e de um pós-teste, respectivamente antes e depois de propor a sequência de atividades. Estes testes foram elaborados de forma que apresentassem vários aspectos em comum, para possibilitar a comparação dos resultados e permitir verificar se houve ou não avanço no conhecimento referente ao conteúdo proposto.

Neste artigo, descrevemos sucintamente a Modelagem Matemática, que fundamenta nossa pesquisa, a Engenharia Didática, metodologia que nos orienta quanto aos procedimentos adotados para o desenvolvimento do trabalho, seguida de uma breve descrição das atividades propostas na sequência didática e a descrição de uma das atividades, acompanhadas das análises realizadas. E por fim, nas considerações finais apresentamos as conclusões obtidas a partir da confrontação entre os resultados apresentados no pré-teste e no pós-teste.

Modelagem Matemática

Optamos pela utilização da Modelagem Matemática, pois acreditamos que ela pode ser uma boa alternativa para contribuir no estabelecimento de relações mais consistentes entre os conteúdos matemáticos estudados em sala de aula e os conceitos matemáticos aplicados no cotidiano, colaborando para o desgarramento dos moldes tradicionais em que o professor é visto como o elemento central da sala de aula, no qual “Ele apresenta o conteúdo oralmente, parte de definições e exemplos, segue com exercícios de fixação, e imagina-se que o aluno aprendeu pela reprodução” (SANTOS E BISOGNIN, 2007, p.101).

Não é este o ensino de Matemática que pretendemos para nossos alunos, portanto, buscamos na Modelagem Matemática subsídios para a elaboração das atividades da sequência didática e de forma geral, para a fundamentação de nossa pesquisa.

Acreditamos que a Modelagem Matemática, pode ser entendida a partir da perspectiva apresentada por D’Ambrósio (1986), quando afirma que “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial” (p.11). Percebemos que D’Ambrósio (1986) trata a

Modelagem Matemática como um processo que visa promover o ensino da Matemática, de forma que os alunos deixem de ter por base problemas fictícios, que muitas vezes não fazem sentido no dia-a-dia, e passem a trabalhar mais com problemas do cotidiano a fim de que os alunos vejam sentido nos conteúdos que estão estudando.

Outros autores também defendem o uso da Modelagem Matemática, em especial no âmbito da educação. Podemos citar alguns, como Almeida e Dias (2004) que consideram a Modelagem Matemática uma boa alternativa para despertar maior interesse e desenvolver um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática; Burak (1992) que concebe a Modelagem Matemática como um método de ensino que se constitui em um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (p.62); e Caldeira (2004) que se refere à Modelagem como um sistema de aprendizagem, sendo uma forma de questionar os conteúdos, dinamizar sua compreensão e acreditar na possibilidade de um currículo mais dinâmico e crítico, de acordo com as necessidades da época e da sociedade, buscando a autonomia dos alunos, enquanto cidadãos.

Entretanto, dentre os vários autores que discutem sobre Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, para a realização desta pesquisa nos baseamos principalmente nas ideias apresentadas por Biembengut e Hein (2003) quando sugerem a Modelagem Matemática como uma estratégia que pode ser favorável ao ensino da Matemática e por Barbosa (2001) quando se refere à Modelagem Matemática como uma alternativa que “propicia um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (p.6).

Ambas as referências defendem o uso da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática como uma ferramenta que pode motivar os alunos despertando interesse e gosto pelo estudo da Matemática e conseqüentemente facilitando o seu estudo, bem como pode possibilitar uma compreensão mais crítica dos conteúdos por meio das discussões e reflexões realizadas em sala de aula.

Para Biembengut e Hein (2003) “A *Modelagem Matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p.16). Os mesmos autores consideram que “matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir” (p.13).

De acordo com Biembengut e Hein (2003) o processo de Modelagem Matemática envolve uma série de procedimentos que podem ser agrupados em três etapas, que apresentamos a seguir, com as devidas ações que foram realizadas em cada uma.

1ª Etapa – Interação. Refere-se ao contato inicial dos alunos com a situação-problema, o estudo da situação e caso seja necessário, a busca de mais informações na intenção de promover a familiarização com o tema.

2ª Etapa – Matematização. Momento em que se faz a identificação ou formulação do problema, o levantamento de hipóteses e que se busca uma solução para o problema proposto a partir da construção de um modelo, que segundo os autores Biembengut e Hein (2003) pode ser “um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébrica, ou gráfico, ou representação, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução” (p. 14).

3ª Etapa – Modelo Matemático. É nesta etapa em que verificamos e realizamos a validação do Modelo obtido na etapa anterior, a fim de verificar a sua confiabilidade de utilização na situação-problema e caso não seja viável, os alunos juntamente com o professor, devem retornar à segunda etapa, ajustando as hipóteses e variáveis, até chegarem a um modelo que melhor se adéque à situação-problema em estudo.

Como podemos perceber cada etapa não é independente das demais, necessitando ser rigorosamente cumprida em um determinado tempo para dar sequência na pesquisa, pelo contrário, estas etapas estão interligadas, podendo ser retomadas sempre que se achar necessário.

Barbosa (2004) acredita que o ambiente de Modelagem está associado à “problematização e investigação” (p.3), pois numa atividade de Modelagem fazem-se necessário o levantamento de questões acerca do tema, referentes à problematização; e a busca, seleção e organização de dados e informações que contribuam na resolução do problema, referentes à investigação.

Este mesmo autor classifica as atividades de Modelagem Matemática em três casos, que ficaram conhecidos como casos de Barbosa: sendo que no primeiro caso o professor apresenta um tema, especificando um problema e deixando todos os dados e informações necessárias à disposição, cabendo ao aluno apenas a seleção, organização dos dados e resolução do problema. Já no segundo caso, o professor disponibiliza o tema com o problema, no entanto, faz-se necessário que os alunos busquem as informações e colem os dados por meio de pesquisas para que seja possível a solução do problema. E por fim, no terceiro caso, fica a critério dos alunos a escolha do tema, identificação e formulação do problema, busca de informações e coletas de dados e resolução do problema proposto.

A partir da especificação destas fases, percebemos que a Modelagem Matemática visa priorizar o estudante, deixa de focar no professor a responsabilidade pela construção do conhecimento e a cada caso vai compartilhando essa responsabilidade com os alunos, tornando-os sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo.

Foram nestes dois últimos autores citados que nos embasamos para a organização e realização da pesquisa, buscando proporcionar aos alunos, por meio da sequência de atividades, um ambiente propício à discussão e favorável à construção de um conhecimento mais crítico e reflexivo, como sugerido por Barbosa (2001), buscando enquadrá-la no segundo caso esquematizado por Barbosa (2004) e respeitando as três etapas sugeridas por Biembengut e Hein (2003), que se referem ao processo de Modelagem Matemática.

Engenharia Didática

A Engenharia Didática é uma metodologia considerada recente na Educação Matemática, tendo como sua principal precursora a pesquisadora francesa Michèle Artigue. Segundo Artigue (1996) esta metodologia recebe este nome por considerar o papel do professor semelhante ao trabalho do engenheiro que precisa preparar com cautela seus projetos, no caso do professor, suas aulas e suas atividades. A autora sintetiza a Engenharia Didática como uma metodologia de investigação que se caracteriza “por um esquema experimental baseado em *realizações didáticas* na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino” (p.196).

Outros dois autores que também se baseiam nas ideias de Artigue foram utilizados para fundamentar nossa pesquisa: Almouloud (2007) e Machado (2008).

Segundo Machado (2008) “(...) a singularidade da Engenharia Didática não repousa sobre seus objetivos, mas em suas características de funcionamento metodológico” (p.237), dentre as quais destacamos o fato do pesquisador ter que se inserir no lócus da investigação, a realização de análises *a priori* e análises *a posteriori* e a validação, que é feita internamente a partir do confronto entre essas análises.

Por ser uma metodologia que auxilia tanto no planejamento como na execução da pesquisa, Machado (2008) afirma que a Engenharia Didática possui “dupla função” (p.234), podendo ser compreendida tanto como uma metodologia de pesquisa, ao planejar e organizar um projeto, como uma metodologia de ensino, ao colocar em prática este projeto, seguindo as recomendações feitas por esta metodologia.

Estes três autores: Artigue (1996), Almouloud (2007) e Machado (2008) destacam a Engenharia didática como sendo composta por quatro fases, que mencionaremos na sequência, junto com as ações que realizamos em nossa pesquisa correspondente a cada uma das fases.

Primeira fase – Análises Preliminares: Esta fase propõe a realização de uma análise geral da situação, estabelecendo metas, criando estratégias, realizando pesquisas bibliográficas a respeito do tema escolhido para estudo e investigação do ambiente e turma a serem pesquisados. Alguns fatores foram decisivos na escolha da turma, como o fato do primeiro autor deste trabalho ser o professor regente da disciplina de Física e já conhecê-la, além da professora regente da disciplina de Matemática se mostrar interessada em nossa proposta, pois tivemos a cautela de planejar a pesquisa para desenvolvê-la de acordo com o planejamento de ensino feito pela professora, sendo assim, não interferimos na sua organização dos conteúdos.

Outro de nossos objetivos foi planejar a sequência didática, fazendo primeiramente uma pesquisa bibliográfica. Nesta pesquisa, buscamos inicialmente nos Parâmetros Curriculares Nacionais e Diretrizes Curriculares Estaduais do Estado do Paraná quais são os conceitos de Função Afim que devem ser abordados no 1º Ano do Ensino Médio. Em seguida, realizamos um estudo teórico das várias concepções de Modelagem Matemática, e buscamos em livros, artigos, teses e dissertações sugestões, tanto para a abordagem do conteúdo Função Afim, como para a elaboração das atividades da sequência didática, encerrando este primeiro momento com a elaboração das questões pertinentes ao pré-teste.

Segunda fase – da concepção e da análise *a priori*: Esta fase é dedicada à organização e planejamento da Engenharia, é neste momento que fazemos a esquematização de um roteiro a ser seguido. Isto é, a partir dos estudos realizados e das considerações obtidas na fase anterior, elaboramos as atividades da sequência didática, apresentando para cada atividade os objetivos, as características, o que se esperava dos alunos e as possíveis estratégias e dificuldades que eles viriam apresentar.

Terceira fase – Experimentação: Esta fase se inicia no momento em que ocorre o primeiro contato do pesquisador com os alunos envolvidos com a pesquisa. Ela supõe como o professor/pesquisador deve agir em sala de aula. Machado (2008) destaca alguns pontos para os quais o professor/pesquisador deve estar atento neste momento, como o estabelecimento do contrato didático, no qual ele explicita aos alunos seus objetivos e condições de realização da pesquisa, como deve ser a aplicação da sequência de atividades, do pré-teste e do pós-teste e como devem ser realizados os registros dessas aplicações.

Quarta fase – análise *a posteriori* e validação: Esta fase se apóia nos dados obtidos na

realização das atividades propostas na sequência didática, observando o rendimento dos alunos. Momento em que foi realizada a confrontação das análises *a priori* com as análises *a posteriori*, no qual observamos se o que esperávamos dos alunos realmente aconteceu e se o rendimento foi positivo. Mas para a validação da pesquisa e conclusões, levamos em consideração os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste, comparando-os para verificar se a realização da sequência de atividades contribuiu para a compreensão do conteúdo Função Afim e se os objetivos e expectativas do pesquisador com a sequência didática foram satisfatórios.

E para o encerramento da pesquisa, reservamos um último momento para a observação dos resultados e conclusões obtidas, a fim de verificar se havia necessidade de alterações nas atividades ou sugestões para a realização e aplicação da sequência em outros momentos, e talvez por outros professores.

Sequência de Atividades

A Sequência Didática é constituída por um conjunto de sete atividades que envolvem o tema escolhido para a realização do trabalho: a Função Afim na fatura de energia elétrica, e trata de uma sequência organizada de acordo com os princípios da Engenharia Didática e fundamentada pela Modelagem Matemática.

A realização do estudo do conteúdo Função Afim por meio da sequência de atividades durou doze aulas, incluindo a realização do pré e pós-testes, sendo estas aulas cedidas pela professora regente da disciplina de Matemática da turma escolhida, com a autorização da Direção da Escola. Durante a realização dos estudos, os alunos se organizaram em oito equipes com 4 ou 5 alunos, mais uma dupla, o que contribuiu na discussão e estudo do conteúdo.

Nesta sequência didática propomos as atividades de modo que cada uma contemple um tópico que contribuísse na construção do conceito de Função Afim, isto é, a Atividade 1 traz questões sobre a fatura de energia elétrica, a Atividade 2 introduz a ideia de relação e dependência, a Atividade 3 formaliza o conceito de variáveis dependentes e independentes e possibilita o estudo do Domínio, Imagem e Contradomínio da função, a Atividade 4 estimula a representação da situação por meio de uma expressão e institucionaliza a ideia de função, a Atividade 5 formaliza o conceito de Função Afim e apresenta a Função Linear como um caso particular, a Atividade 6 faz uma revisão dos conceitos estudados nas atividades anteriores e aborda os conceitos de par ordenado, plano cartesiano e representação gráfica da Função Afim, e por fim, a Atividade 7 proporciona um ambiente de reflexão e avaliação do estudo realizado.

Como a sequência didática e as análises são extensas, optamos por apresentar neste texto apenas uma das atividades (a 4ª atividade da sequência didática) proposta em nossa pesquisa juntamente de suas análises, e também as questões dos pré e pós – testes seguidos das análises.

Atividade 4 – Quanto é pago pela energia consumida?

Apresentamos a atividade na íntegra no Apêndice A e a seguir apresentamos as análises *a priori*, as análises *a posteriori* e a validação, que foram realizadas para esta atividade. Destacamos que para a realização destas análises foram consideradas apenas as atividades de cinco grupos escolhidos por sorteio, devido aos prazos de realização da pesquisa.

Análise a priori

Características da Atividade: A atividade inicia-se questionando se os alunos já pensaram

como são feitos os cálculos dos valores pagos na fatura de energia elétrica pelas Companhias de Energia elétrica, para que se interessem com o tema da atividade. O segundo item relembra a tarifa cobrada pelo consumo de kWh, induzindo o aluno a deduzir o cálculo que deve ser realizado.

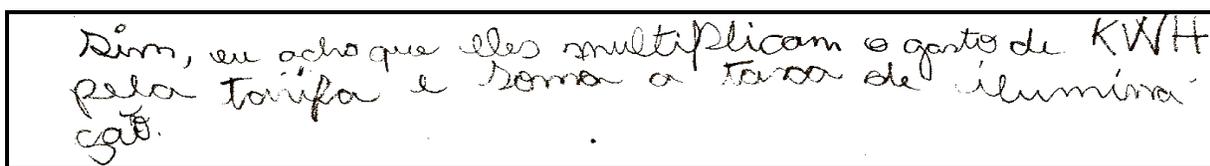
Nesta atividade foi solicitado aos alunos calcular o valor a ser pago pelo consumo de kWh de cada aparelho elétrico de sua casa que já haviam citado na Atividade 2, podendo descobrir qual o valor pago total pelo consumo mensal de kWh dos aparelhos. No entanto, a atividade deixou claro que este preço poderia não ser o valor total cobrado na fatura, pois nela podem aparecer outras cobranças como, por exemplo, a iluminação pública do município, que deveria ser desconsiderada neste momento para a comparação dos cálculos realizados. A atividade foi encerrada com um comentário que formaliza a ideia de função, trocando o termo dependência, pelo termo função. Este foi um momento oportuno para realizar uma intervenção, pois foi neste momento que os estudantes tiveram a primeira ideia formal do que é uma função.

Objetivos: Nossa intenção com esta atividade, que consistia no cálculo do valor a ser pago pelo consumo mensal dos aparelhos elétricos, foi que os alunos formalizassem a ideia de função, em especial a Função Linear, caso particular da Função Afim. Para isto, os alunos deveriam buscar uma forma de transcrever suas descrições dos cálculos realizados em uma expressão matemática (por meio de letras e símbolos) que melhor representasse estes cálculos. Com isso pretendíamos também que os estudantes aprendessem como é calculado o preço a ser pago pelo consumo em kWh dos aparelhos pelas Companhias de Energia Elétrica.

Prováveis estratégias e dificuldades: Acreditávamos que para o cálculo e preenchimento da tabela os alunos não encontrariam dificuldades. O uso da calculadora poderia ser uma das saídas neste caso, pois os cálculos eram semelhantes para todos os aparelhos. Pensávamos que a maior dificuldade que poderia surgir seria no momento de escrever a função em termos de símbolos, pois acreditávamos que os alunos não estavam acostumados a representar algebricamente situações, o que poderia ocasionar algumas dúvidas. Nesta parte de transcrever o procedimento que indica a descrição dos cálculos realizados na atividade, sugerimos o uso das letras iniciais de cada variável como, por exemplo, V para valor pago e C para consumo em kWh para facilitar na compreensão da representação algébrica das variáveis. Recomendamos ainda a substituição dos valores fixos, para que os alunos lembrem que por serem valores fixos, são constantes por isso, não precisam ser representado por letras, o que poderia ser feito por alguns alunos. Para esta atividade, esperávamos ser necessária a intervenção do pesquisador em alguns momentos, talvez até mesmo necessitando de um atendimento nas equipes.

Análise a posteriori

Percebemos que os alunos já estavam interessados com a atividade, pois quando questionamos se eles sabiam como eram realizados os cálculos para a cobrança de energia pelas companhias de energia elétrica, apenas um grupo respondeu que não, pensamos que os outros aproveitaram os estudos que já realizaram e tentaram descrever o processo, comentando sobre o computador, os registros nas casas e sobre a tarifa. No relato a seguir percebemos a interação da aluna com os estudos realizados:



Sim, eu acho que eles multiplicam o gasto de kWh pela tarifa e soma a taxa de iluminação pública.

Figura 1. Protocolo de Experimentação – Atividade 4 / item a) – Aluna AB / Grupo 7

A atividade 4 foi realizada em apenas uma aula, pois muitos itens exigiam respostas pessoais e recapitulavam alguns conceitos presentes em atividades anteriores da sequência didática, então bastava consultar a atividade já resolvida ou a fatura de energia elétrica.

Aparelho Elétrico	Consumo em kWh	Valor pago (RS)
DVP	0,5	0,22
ar condicionado	20	9,16
chuveiro	4,5	2,06
computador	15,3	7,09
geladeira	93,6	42,88
geladeira	93,6	42,88
gel	9	4,12
impressora	1,28	0,58
liquidificador	0,15	0,06
lâmpada	0,012	0,005
telefone SF	32	14,66
TV	2	0,91
ventilador	1,8	0,82
vestido game	0,13	0,33
sem	0,4	0,18

Figura 2. Protocolo de Experimentação – Atividade 4 / item c) – Aluno RS / Grupo 1

O que havia de diferente é que nesta atividade eles calculariam o preço a ser pago pelo consumo em kWh dos aparelhos elétricos sem levar em consideração os outros valores cobrados na fatura, a novidade era a construção da primeira função, que representava o modelo matemático da situação. Para conseguirem chegar a esta função foi necessária a ajuda do pesquisador apenas para explicar que a expressão pedida para representar a situação resulta da explicação de como eles realizaram os cálculos para preencher a tabela, calculando o valor pago em reais a partir do consumo em kWh, no entanto esta explicação seria dada por meio de uma expressão matemática, na qual os valores seriam representados por letras.

Notamos que dentre os grupos analisados, os grupos 1, 7 e 8 chegaram na expressão matemática que representa o modelo matemático para esta situação, os outros grupos tiveram a necessidade de explicar os procedimentos utilizados, não conseguindo transcrever matematicamente o pensamento realizado. A expressão obtida pelos grupos foi:

$$V = C \times T$$

$V = \text{Valor pago}$ $C = \text{Consumo}$ $T = \text{tarifa}$

Figura 3. Protocolo de Experimentação – Atividade 4 / item f) – Aluna GS / Grupo 6

Validação

Acreditávamos que a calculadora poderia ser um auxílio na solução desta atividade, no entanto, nos surpreendemos ao observar que muitos alunos não sabiam representar os números racionais na calculadora, sendo assim, cometeram vários erros, pois não lembravam que a propriedade comutativa não vale para a divisão. Foi necessária, neste momento, a intervenção do pesquisador evidenciando por meio de contra-exemplos a não validade da propriedade comutativa para a divisão.

Como esperávamos, os alunos necessitaram de ajuda no momento de construir a função, sendo necessário o acompanhamento do pesquisador grupo a grupo, mas com o auxílio do pesquisador, a maioria dos grupos obteve sucesso na obtenção da função desejada, alguns necessitaram explicar a função, não achando suficiente sua expressão, enquanto os outros compreenderam que apenas especificar a variável envolvida era suficiente para o entendimento, pois a função encontrada já determinava as operações que deviam ser realizadas.

Comparação entre o pré e pós-teste

No pré-teste e no pós-teste, realizados respectivamente no primeiro e último dia da pesquisa, tivemos a cautela de propor questões semelhantes, para que pudéssemos fazer as análises e comparações que fossem necessárias. Ambos possuíam três questões, cuja validação, comparação entre as respostas do pré e pós-teste, apresentamos a seguir.

Questão 1: O que significa função em Matemática? Comente.

No pré-teste muitos alunos reconheceram a importância do conteúdo Função na Matemática, mas sem saberem justificar o porquê desta importância e sem conseguir o seu significado. Já no pós-teste os alunos apresentaram argumentações mais consistentes quanto à importância deste conteúdo na Matemática e citaram várias características das Funções, como observamos nos protocolos a seguir.

Figura 4. Protocolo de Experimentação – Questão 1 do Pré-teste – Aluna SC / Grupo 5

Figura 5. Protocolo de Experimentação – Questão 1 do Pós-teste – Aluna SC / Grupo 5

Observe que ambos os protocolos apresentados nas Figuras 4 e 5 são da mesma aluna, no entanto o primeiro corresponde ao Pré-teste e o segundo ao Pós-teste. No Pré-teste a aluna se refere a função como uma soma, mostrando como ela vê a Matemática ligada apenas às quatro operações elementares, além de nem conseguir concluir seu raciocínio quando cita a serventia do conteúdo. Já no Pós-teste a aluna consegue estabelecer relações entre os conceitos estudados e o conteúdo proposto, destacando que Função está relacionada com gráfico, variáveis dependentes e independentes e domínio, imagem e contradomínio da função.

Questão 2: Você poderia dar um exemplo de uma situação que envolve o conteúdo funções?

O objetivo desta questão foi verificar se os alunos conseguiam identificar a ideia intuitiva de função em situações do cotidiano. No pré-teste grande parte dos alunos deixou esta questão sem responder e dos que responderam, uns relacionaram o conteúdo com gráficos e outros citaram o exemplo do posto de gasolina, que relaciona o preço pago com a quantidade de litros

abastecidos, cujo exemplo encontra-se no livro didático utilizado pelos alunos no nono ano do Ensino Fundamental. No pós-teste a maioria dos alunos citou como exemplo a fatura de energia elétrica e indicou a situação apresentada na questão 3, mas poucos identificaram uma situação diferente destas.

A variação do número da população de uma certa cidade durante os anos

Figura 6. Protocolo de experimentação – Questão 2 do Pré-teste – Aluna LL / Grupo 7

A velocidade de um carro em função do tempo que ele leva para chegar ao seu destino final

Figura 7. Protocolo de experimentação – Questão 2 do Pós-teste – Aluna LL / Grupo 7

Nota-se que no momento do pré-teste a aluna já possuía um conhecimento prévio sobre funções e que se fundamentou após a realização das atividades propostas na sequência didática, pois no pós-teste esta mesma aluna apresenta um exemplo que deixa claro a dependência entre as variáveis: tempo e velocidade, que são estudadas na disciplina de Física.

Questão 3: na terceira questão, apresentamos uma situação com o esboço de um gráfico e pedimos para que os alunos identificassem alguns conceitos, como variável dependente e independente, domínio, imagem e contradomínio da função e reta crescente ou decrescente.

No pré-teste muitos deixaram a questão sem responder, outros atribuíram valores fixos às variáveis e nenhum mencionou os conjuntos numéricos na identificação do Domínio, Imagem e Contradomínio, o resultado que mais obteve sucesso foi a classificação da reta como crescente. No pós-teste, poucos deixaram a questão correspondente sem responder e a maioria citou os conjuntos numéricos, apresentando até mesmo justificativas para as respostas.

Considerações Finais

A partir das observações realizadas durante o estudo do conteúdo Função Afim, por meio da resolução das atividades propostas na sequência didática, da confrontação entre as análises *a priori* e análises *a posteriori* de cada atividade, e das conclusões obtidas por meio da comparação entre o pré-teste e pós-teste, percebemos que houve avanço em relação ao estudo proposto.

Notamos que quando foi proposta a realização da pesquisa, os alunos não acreditaram muito na possibilidade de estudar o conteúdo Função Afim, por meio de uma sequência didática composta por atividades baseadas na fatura de energia elétrica emitida pela Copel, a mesma que eles recebem mensalmente em suas residências.

Entretanto, conforme eram propostas as novas atividades percebemos a empolgação dos alunos em solucionarem os problemas apresentados, proporcionando discussões acerca do tema, reflexões sobre suas respostas e análises mais críticas da situação.

Este avanço apresentado pelos alunos em relação ao conceito de Função Afim fica perceptível quando fazemos a comparação entre os resultados obtidos no pré-teste com os resultados obtidos com o pós-teste, pois enquanto no pré-teste muitos dos alunos deixaram várias

questões em branco, sem mesmo tentar apresentar uma resposta para as questões propostas, notamos no pós-teste que a maioria dos alunos se esforçaram para responder a todas as questões. Outro fato que evidencia este avanço são os argumentos apresentados pelos alunos nas respostas, pois no pós-teste os alunos conseguiram expor suas ideias sobre as questões de forma clara e concisa, defendendo-as e mostrando que sabiam do que estavam escrevendo.

Consideramos esta pesquisa satisfatória devido aos resultados obtidos, e deixamos a sugestão aos interessados pelo ensino e aprendizagem do conteúdo Função Afim, o uso das atividades elaboradas para esta sequência de ensino, mas alertamos que o papel do professor na realização de atividades como esta é fundamental para que o aluno não pense que é apenas mais uma atividade, o professor deve se sentir motivado e mostrar isso aos alunos para que eles também possam se motivar e apresentarem maior sucesso no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo proposto.

Bibliografia e referências

- Almeida, L. M. W. & Dias, M. R. (2004). Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*. Rio Claro.
- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Engenharia Didática*. Curitiba: Ed. UFPR.
- Artigue, M. (1996). Engenharia Didática. Brun, J. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Piaget.
- Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. (Tese de Doutorado). Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veriati*, 4, 73-80.
- Biembengut, M. S. & Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no ensino*. São Paulo: Contexto.
- Brasil, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - Matemática*. Brasília: MEC/SEMTEC.
- Burak, D. (1992). *Modelagem Matemática: Ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. (Tese de Doutorado). Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.
- Caldeira, A. D. (2004). Modelagem Matemática: produção e dissociação da realidade. *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Recife: UFPE.
- D'Ambrósio, U. (1986). *Da realidade à ação: reflexos sobre educação e matemática*. São Paulo: Summus.
- Machado, S. D. A. (2008). Educação Matemática. Uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC.
- Paraná, Secretaria de Estado da Educação, Superintendência da Educação. (2007). *Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica*. Curitiba: SEED.
- Pires, R. F. (2009). O uso da Modelagem Matemática na construção do conceito de Função. (Dissertação de Mestrado). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Santos, L. M. M. & Bisognin, V. (2007). Experiências de ensino por meio da modelagem matemática na educação fundamental. Barbosa, J. C.; Caldeira, A. D. & Araújo, J. L. *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM.



Apêndice A

Atividade 4 – Quanto é pago pela energia consumida?



- a) Você já pensou como as Companhias de Energia elétrica realizam os cálculos para a cobrança da energia elétrica? Pense e descreva como podem ser realizados estes cálculos.
- b) Qual é o valor da tarifa cobrada por kWh na residência que vocês estão analisando?
(Lembre-se que você já pesquisou este valor em sua conta de energia elétrica na Atividade 1).
- c) Com base no item anterior e a partir da tabela construída no item a) da Atividade 2, construa uma nova tabela calculando quanto é pago pelo consumo em kWh dos aparelhos mais utilizados nesta residência.

Aparelho Elétrico	Consumo em kWh	Valor pago (R\$)

- d) A partir da Tabela construída no item anterior, calcule o valor total pago pelo consumo em kWh dos aparelhos elétricos desta casa. Este valor se aproxima do valor apresentado pela conta de energia elétrica? Justifique.

(Lembre-se de descontar o que é cobrado além do consumo de kWh, por exemplo, a taxa de iluminação pública do município).

- e) Descreva como você realizou o cálculo para obter os valores apresentados na última coluna do item c), correspondente ao valor pago de acordo com o consumo em kWh de cada aparelho?
- f) Escreva a expressão matemática que lhe permitiu fazer o cálculo citado no item anterior que representa o valor pago pelo consumo em kWh de cada aparelho. Para isto, utilize letras para representar as variáveis envolvidas, como por exemplo, V para valor pago. Não se esqueça de especificar o que cada letra representa, e substituir os valores que são fixos.

✓ Observe que com a expressão matemática que você escreveu no item f), você pode calcular o valor a ser pago, referente ao consumo mensal em kWh, de cada aparelho elétrico desta residência, pois esta expressão representa justamente o Valor (em reais) em **função** do Consumo mensal (em kWh).

