



Geometria Analítica e os Registros de Representação Semiótica

Joseide Justin **Dallemole**

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da
Universidade Luterana do Brasil
Brasil

jjdallemole@yahoo.com.br

Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**

Universidade Luterana do Brasil
Brasil

claudiag@ulbra.br

Resumo

Este artigo apresenta a investigação com o conteúdo de Geometria Analítica e a teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica utilizando o Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA). A pesquisa visou investigar as dificuldades de alunos de Licenciatura em Matemática na conversão dos Registros em Geometria Analítica, nos conteúdos de Reta e Circunferência, e as possíveis contribuições do sistema SIENA para a identificação destas possíveis dificuldades e na recuperação individualizada destes conteúdos. Adotou-se a metodologia qualitativa, com ênfase no método de estudo de caso. Abrangeu dez alunos do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Luterana do Brasil/Canoas. Constatou-se que os acadêmicos, na realização das conversões propostas nas questões, apresentaram uma compreensão limitada destes conteúdos, tendo dificuldades de visualização, interpretação e abstração, e dificuldades em realizar tratamentos requeridos pelas questões nos testes realizados. Após estudos de recuperação, no SIENA, os alunos apresentaram melhora em seu desempenho.

Palavras chave: Educação Matemática, Registros de Representação Semiótica, Geometria Analítica, Ensino e Aprendizagem, Tecnologias de Informação e Comunicação.

Introdução

Esta investigação faz parte do convênio de pesquisa, firmado desde 2005, entre o grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna (ULL) em Tenerife, Espanha, juntamente com o grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECM), da Universidade

Luterana do Brasil (ULBRA). A pesquisa que está sendo realizada por estes grupos tem como título: Inovando o Currículo de Matemática através da Incorporação das Novas Tecnologias, e como um dos resultados, está o desenvolvimento do Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), o qual é um sistema inteligente para apoiar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, e permite estudo, avaliação e recuperação de conteúdos de uma disciplina qualquer, aliando a tecnologia, enquanto recurso pedagógico, à este processo.

Foi desenvolvida uma investigação baseada na teoria de Duval, sobre os Registros de Representação Semiótica, com o conteúdo de Geometria Analítica, utilizando para sua implementação o sistema inteligente SIENA. Segundo Duval (2004), muitos alunos apresentam dificuldades na compreensão em Matemática, sendo necessária uma abordagem cognitiva dos temas tratados, procurando descrever o funcionamento cognitivo que leva o aluno a compreender e efetuar os diferentes processos matemáticos propostos nesta disciplina. Assim, o autor entende que as atividades cognitivas que requerem esses processos matemáticos estão ligadas a utilização de uma variedade de representações semióticas. Segundo Damm (2002) em diversas pesquisas, em Educação Matemática, constatou-se que os alunos apresentam dificuldades de efetuar a conversão entre os diferentes registros de representação de um objeto matemático.

No ensino e aprendizagem de Geometria Analítica, de acordo com Silva (2006), constata-se que muitos alunos apresentam dificuldades ao lidar com as diversas representações gráficas e algébricas de curvas planas. Duval (apud Silva 2006), afirma que a razão das dificuldades está no fato do aluno desconhecer a correspondência semiótica entre o registro das representações gráficas e da escrita algébrica. As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006), afirmam que a Geometria Analítica possibilita a articulação entre a geometria e a álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas por meio de equações, e o entendimento de equações por meio de figuras geométricas, abandonando a apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando a memorização excessiva de fórmulas. Evidencia-se, assim, a necessidade da utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica (gráfico e algébrico) e do desenvolvimento de um trabalho didático que promova a articulação e a conversão entre esses registros.

A preocupação com tais dificuldades associada à formação de professores de Matemática e a relevância da teoria dos Registros de Representação Semiótica, levou ao interesse em investigar quais as possíveis dificuldades que alunos de Licenciatura em Matemática apresentam em relação à conversão entre os Registros de Representação Semiótica na Geometria Analítica, nos conteúdos de Reta e Circunferência, e as contribuições do sistema inteligente SIENA para a identificação destas dificuldades e na recuperação individualizada destes conteúdos.

Para alcançar esses objetivos foram traçados os seguintes objetivos específicos: desenvolver um grafo para implementação no sistema SIENA, com o conteúdo de Geometria Analítica (Reta e Circunferência), relacionando com os Registros de Representação Semiótica; investigar questões e atividades didáticas sobre Reta e Circunferência, em livros do Ensino Médio, ligadas a conversão entre os Registros de Representação Semiótica; desenvolver o banco de questões para os testes adaptativos e implementar no sistema SIENA; desenvolver uma sequência didática com os conceitos de Reta e Circunferência e implementar no sistema informático SIENA para que cada aluno realizasse a recuperação, conforme as dificuldades que possivelmente viessem a apresentar nesses conceitos; implementar¹ uma experiência no sistema

¹ Implementar está sendo utilizado, nessa investigação, no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar.

SIENA com o tema Geometria Analítica (Reta e Circunferência) e os Registros de Representação Semiótica.

Sistema Informático SIENA

O Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) é um sistema inteligente para apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo qualquer (MORENO ET AL., 2007). O SIENA foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK e GOWIN, 1988), sendo denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O PCIG não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, os conceitos são colocados de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o PCIG deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos nodos (conceitos no grafo) dos conceitos prévios, seguindo para os conceitos fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

O sistema é composto por um PCIG ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante, e ligado ao grafo está a sequência didática para cada conceito avaliado, conforme a figura 1.

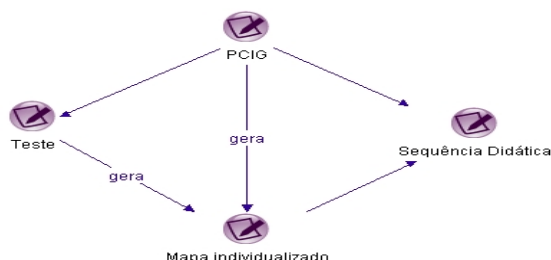


Figura 1. Esquema do sistema SIENA.

Para cada conceito do PCIG devem ser cadastradas perguntas, que irão compor o banco de questões dos testes adaptativos de cada nodo, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis, sendo necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau de sua dificuldade; a resposta verdadeira; a possibilidade de responder a pergunta considerando exclusivamente sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. O teste adaptativo estima o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante. Para isso o teste adaptativo vai lançando perguntas aleatórias ao aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do estudante ao teste, se o aluno vai contestando corretamente, o sistema vai aumentando o grau de dificuldade das perguntas, e ao contrário, se a partir de um determinado momento o aluno não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte. O sistema dispõe de um mecanismo de parada, quando já não pode obter uma maior estimativa sobre ao grau de conhecimento de um conceito, ou quando não existam mais perguntas. A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG, e começa a avaliar os conceitos, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado, pelo professor, no teste.

O sistema possui dois bancos de dados, no primeiro é possível observar quantos testes o aluno realizou no nodo², e as respectivas notas alcançadas por ele. O segundo apresenta as questões realizadas pelo aluno no respectivo teste do nodo anteriormente acessado, quais foram respondidas corretamente e quais não, qual a opção de resposta escolhida pelo aluno, sendo que os números 0, 1, 2 e 3 correspondem respectivamente as opções a, b, c, e d, o tempo, em segundos, que restava para o aluno responder cada questão no momento em que enviou a sua opção de resposta, além de apresentar novamente a nota alcançada pelo aluno e a veracidade do teste. As figuras 2 e 3 apresentam respectivamente o primeiro e segundo banco de dados fornecidos pelo SIENA.

Fecha de creación	Acabado	Nota
10.04.2010	true	0.954 Ver Borrar
10.04.2010	true	0.445 Ver Borrar
10.04.2010	true	0.338 Ver Borrar

[Atrás](#)

Figura 2. Exemplo de um banco de dados fornecido pelo SIENA de um nodo do PCIG.

Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
0	false	55	A reta que faz um ângulo de 60° com o eixo das abscissas é	0.100
3	true	185	A reta com coeficiente linear positivo é	0.100
2	true	72	Duas retas r e s têm coeficientes angulares iguais a A e B respectivamente. Para que elas sejam perpendiculares a relação verdadeira é	0.143
2	false	233	Os pontos A de abscissa 2 e ordenada 1; B de abscissa 0 e ordenada 3 e C de abscissa -1 e ordenada 1 determinam um triângulo, então a altura relativa ao lado BC é	0.226
3	false	259	O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A de abscissa "a" e ordenada 1 e B de abscissa 2 e ordenada "b" é	0.226
0	false	67	O par de retas paralelas é	0.226
1	false	16	O ponto de ordenada -1 e abscissa 2 pertence a reta	0.226

[Atrás](#)

Figura3. Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um nodo do PCIG.

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste, para informar quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos; a segunda opção oportuniza, ao aluno, realizar o teste e estudar os nodos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar no PCIG. Todos os nodos do PCIG estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos nodos em que apresenta dificuldades.

Pressupostos Teóricos

Os Registros de Representações Semióticas são “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (Duval, 1993 apud DAMM, 2002, p.143). Segundo Machado

² São os títulos dos conceitos que fazem parte do grafo PCIG.

(2003) essa teoria é um importante instrumento de pesquisa concernente à aquisição de conhecimentos matemáticos e à organização de situações de aprendizagem desses conhecimentos. Para Duval (2003, p. 13) “é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.”

Duval (2004), afirma que a Matemática permite uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Existem quatro tipos diferentes de representações semióticas, segundo Duval (2003, p.14), representadas na figura 4.

	Representação Discursiva	Representação não-discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais). Forma racional: argumentação a partir de observações, de crenças...; dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva; Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: numéricas (binárias, decimal, fracionária...); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistema de coordenadas; Interpolação, extrapolação.

Figura 4. Quadro da classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

Conforme Damm (2002), toda a comunicação estabelecida na Matemática é com base em representações. Os objetos estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes formas de representações semióticas. A autora salienta ainda que a Matemática trabalha com objetos abstratos, que não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis, necessitando, para sua apreensão, o uso de representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos, pois permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento matemático. Sendo fundamental, para compreensão da Matemática, que o aluno faça a distinção entre o objeto matemático e sua representação. A formação de uma representação de um registro, de acordo com Damm (2002), pode ser comparada à realização de uma tarefa de descrição, em que é necessária uma seleção de características e de dados do conteúdo a ser representado, e depende de regras que asseguram seu reconhecimento e possibilidade de utilização para tratamento.

Segundo D'Amore (2005) a construção de conceitos matemáticos depende muito da capacidade de utilizar vários registros de representação semiótica de tais conceitos, representando-os em um dado registro, tratando tais representações no interior de um mesmo registro e fazendo a conversão de um registro para outro. Os tratamentos para Duval (2003) são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões de representações são, segundo Duval (2003, p.16), “transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados. Para o autor é necessário distinguir o tratamento da conversão, e se esta consiste em uma simples mudança de registros ou em uma mobilização em paralelo de dois registros diferentes.

Um dos problemas do ensino da Matemática é que, na maioria das vezes, só é levado em consideração as atividades cognitivas de formação de representações e os tratamentos necessários a cada uma, mas no entanto o que garante a apreensão conceitual do objeto

matemático é a coordenação, pelo aluno, entre vários registros de representação (DAMM, 2002; DUVAL, 2003).

Metodologia da Investigação

Nesta investigação foi adotada uma abordagem qualitativa com um enfoque no método de um estudo de caso, seguindo as seguintes etapas: desenvolvimento do referencial teórico sobre Registros de Representação Semiótica com os conteúdos de Geometria Analítica; período de estudos na ULL para familiarização com o ambiente virtual SIENA; construção do cenário virtual de investigação, o qual teve as seguintes ações: desenvolvimento do PCIG dos nodos sobre os conteúdos de Reta e Circunferência e a conversão entre os Registros de Representação Semiótica, desenvolvimento do banco de questões de cada nodo do PCIG, desenvolvimento da sequência didática para a recuperação de cada nodo de acordo com o tema proposto; realização da experiência utilizando o Sistema SIENA, com 10 alunos de diferentes semestres do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil –ULBRA, campus Canoas; análise dos resultados a partir dos dados colhidos durante a experiência.

Os principais instrumentos de coletas de dados foram: o questionário para coleta de informações gerais para determinar o perfil dos estudantes participantes do experimento, os bancos de dados do SIENA, os registros do desenvolvimento das questões pelos alunos. Também foram utilizados outros instrumentos para coletar informações como: observações realizadas durante a experiência, opiniões e comentários dos alunos sobre as questões e a sequência didática e as filmagens realizadas durante a experiência.

O Cenário Virtual de Investigação

Para a implementação da experiência no SIENA construiu-se inicialmente um esquema, conforme figura 5, com os conceitos prévios, básicos, intermediários e conceitos avançados, com simulações que poderiam ser construídas com o auxílio dos *softwares winplot e flash*, sobre os conteúdos de Reta e Circunferência, para as questões e atividades didáticas.

Conceitos Avançados: ✓ Simulação gráfica que represente o lançamento de um míssil à um determinado alvo; ✓ Animação gráfica que represente a translação de uma circunferência paralelamente ao eixo das abscissas, simulando uma bicicleta andando em um plano; ✓ Simulação de engrenagens; ✓ Simulação de um sistema articulado de polias circulares de diferentes tamanhos cujos pontos animados sempre se encontram.	
Conceitos Intermediários: Lugar Geométrico:	
Reta: ✓ Postulados de Euclides: 2 pontos determinam uma reta (R. Ling. Natural); ✓ Relação de Pitágoras na determinação da equação de uma reta; ✓ Equação geral da reta (R. Algébrica); ✓ Equação reduzida da reta (R. Algébrica); ✓ Coeficiente angular e linear da reta; ✓ Posições relativas entre retas (paralelismo, perpendicularismo, concorrência); ✓ Equação paramétrica da reta (R. Algébrica); ✓ Representação gráfica da reta; ✓ Distância entre ponto e reta; ✓ Área da região triangular.	Circunferência: ✓ Definição através da distância entre o centro e um ponto qualquer de uma circunferência (R. Ling. Natural); ✓ Equação geral e reduzida da circunferência (R. Algébrica); ✓ Estudo do raio e centro a partir da sua equação geral e reduzida; ✓ Comprimento da circunferência e área limitada pela circunferência; ✓ Equação polar e paramétrica da circunferência (R. Algébrica); ✓ Representação gráfica da circunferência; ✓ Translação da circunferência.
Conceitos básicos:	
✓ Eixo real; ✓ Segmento orientado; ✓ Sistema cartesiano ortogonal; ✓ Quadrantes;	✓ Representação de um ponto; ✓ Representação, construção e medida de um segmento.
Conceitos Prévios:	
✓ Quatro operações, potenciação, radiciação; ✓ Valor absoluto; ✓ Teorema de Pitágoras; ✓ Resolução de equações e sistemas de equações;	✓ Trigonometria; ✓ Trigonometria no triângulo retângulo.

Figura 5. Esquema com conceitos de reta e circunferência.

A seguir, desenvolveu-se o PCIG, com os seguintes nodos: *Conversão da Representação*

Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta; Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Gráfica e da Representação Gráfica para a Língua Natural da Reta; Conversão da Representação Algébrica para a Representação Gráfica da Reta; Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Reta; Conversão da Representação Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Circunferência; Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Gráfica e da Representação Gráfica para a Língua Natural da Circunferência; Conversão da Representação Algébrica para a Representação Gráfica da Circunferência; Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Circunferência.

O banco de questões, para o desenvolvimento dos testes adaptativos, é composto de 30 questões em cada nodo do PCIG, as quais estão de acordo com a conversão entre os registros apresentados nestes nodos, e divididas em 10 fáceis, 10 médias e 10 difíceis, sendo que cada questão possui quatro alternativas de respostas e um tempo, em segundos, para a sua resolução, conforme o nível de dificuldade e o tempo estimado para a resolução. A figura 6 apresenta dois exemplos de questões do nodo *Conversão da Representação Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*.

1) Uma reta que passa na origem e é perpendicular a outra reta que passamos pontos de abscissas três e zero e ordenadas zero e dois respectivamente tem pontos na forma: a) $(x, -2/3x)$ b) $(2x, -x/3)$ c) $(x, -3/2x)$ d) $(2x, -3x)$	2) Sobre a equação da reta $-kx - 2y + 4 = 0$, onde k é um número real não negativo podemos afirmar que quando k varia em valores crescentes: a) A reta gira em torno do ponto de abscissa zero e ordenada quatro no sentido anti-horário. b) A reta se desloca verticalmente passando pelo ponto de abscissa zero e ordenada quatro. c) A reta gira em torno do ponto de abscissa zero e ordenada dois no sentido horário. d) A reta se desloca horizontalmente na direção positiva passando pelo ponto de abscissa zero e ordenada quatro.
--	--

Figura 6. Exemplos de questões do nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*.

As atividades de recuperação, para os alunos que apresentassem dificuldades nos testes adaptativos, foram organizadas em sequências didáticas para cada nodo das conversões propostas no PCIG, integrando as Tecnologias de Informação e Comunicação. Para a construção destas atividades foram utilizados *softwares* como: *power point*, *JClic*, *winplot*, *flash*, e foram disponibilizados *sites* que abordam o conteúdo estudado, para possível consulta pelos alunos.

O *design* da página inicial, em cada nodo, contém documentos digitais, onde há *links* de acesso às atividades didáticas as quais contêm: um histórico e aplicações da Geometria Analítica; apresentações em *power point* salvas em *html*, com explicações ilustradas para a revisão do conteúdo de Reta e Circunferência; exercícios interativos com jogos de associação simples e complexa, frases com lacunas para preencher, *quizes*³, jogo batalha naval, exercício de completar as coordenadas de pontos em um mapa, problemas com animações gráficas; e *links* dos *sites* para os alunos acessarem. A figura 7 apresenta o *design* do cenário da sequência

³ *Quizes* são jogos de perguntas com opções de respostas.

didática com os links de acesso às atividades e sites do nodo *Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Reta*.

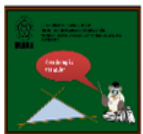
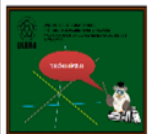
UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Pesquisa para dissertação em Registros de Representação Semiótica e Geometria Analítica:
Uma Experiência com o Ambiente Virtual SIENA.

Joseide Justin Dallemole

ULBRA

ATIVIDADES RECOMENDADAS PARA REVISÃO

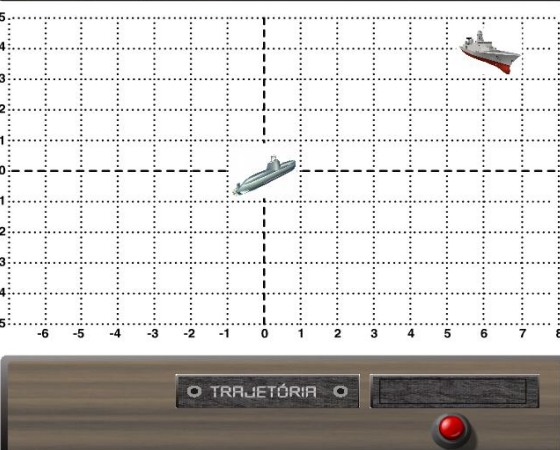
	REGIÃO TRIANGULAR	POSIÇÕES RELATIVAS	PONTOS E INTERSEÇÕES DE RETAS	COEFICIENTES DA RETA	ÂNGULOS	SITES RECOMENDADOS
						

ATIVIDADE DO JClic	BATALHA NAVAL	MAPA
		
Com esta atividade será possível rever conceitos relacionados a Geometria Analítica.	Nesta atividade você precisa encontrar e digitar a equação reduzida da reta que intersecta dos dois barcos.	Determine a posição (coordenadas) dos pontos no mapa.

Figura 7. Cenário da sequência didática do nodo Conversão da Rep. Gráfica para a Rep. Algébrica Reta.

Na figura 8, apresentam-se exemplos de atividades criadas no *software flash*, como o jogo Batalha Naval, onde o aluno escreve a equação da reta que permite ao míssil, à ser lançado pelo submarino (caso o aluno escreva a equação correta), atingir e explodir o navio, e escrever as coordenadas de pontos em um mapa as quais são atividades didáticas para o nodo *Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Reta*.

BATALHA NAVAL



TRAJETÓRIA

Geometria Analítica | Sua presença nos mapas



Escreva o ponto com coordenadas de longitude(horizantal) & latitude(vertical)

Figura 8. Atividades didáticas em *flash* desenvolvidas para o SIENA.

Resultados

O desempenho dos alunos foi analisado através dos dois bancos de dados, gerado pelo SIENA, para cada teste realizado pelos alunos em cada nodo do PCIG, as notas estão compreendidas no intervalo $[0,1$ e $1)$, sendo que foi estabelecido o índice 0,6 para o desempenho considerado satisfatório para cada nodo.

A seguir ilustra-se, na figura 9, o gráfico com os resultados dos alunos no teste 1, para cada nodo do PCIG, conforme a notas fornecidas pelo banco de dados do SIENA.

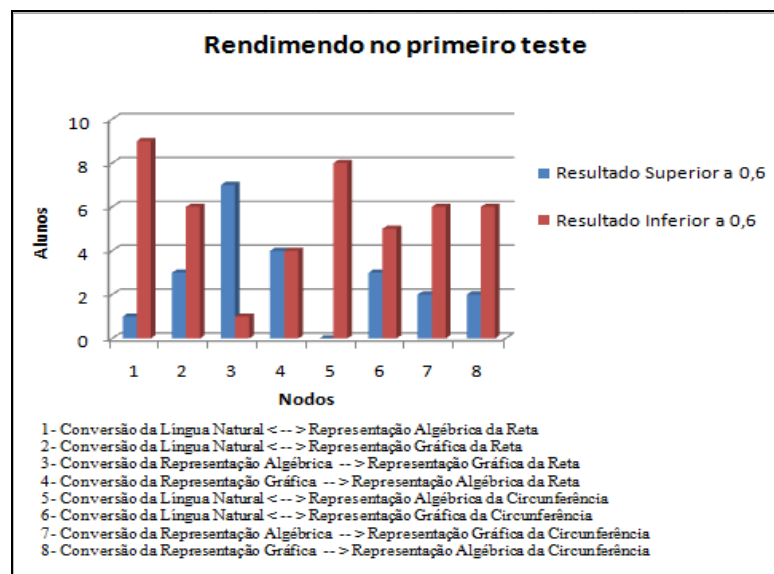


Figura 9. Gráfico do rendimento dos alunos no primeiro teste em cada nodo do PCIG.

Observou-se que, no primeiro teste, nos nodos 1 e 5, denominados como, *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta* e *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Circunferência*, que um maior número de alunos apresentaram dificuldades. Evidencia-se, neste grupo de alunos pesquisados, maior dificuldade na conversão entre os registros que envolvem a língua natural e o algébrico, tanto para o conteúdo de Reta quanto para o de Circunferência.

Em contraste, no nodo *Conversão da Representação Algébrica para a Representação Gráfica da Reta*, a maioria dos alunos atingiram um resultado superior a 0,6. Além disso, observou-se que em todos os nodos ao menos um aluno apresentou desempenho inferior a 0,6, fazendo com que o SIENA, a cada nodo em que um aluno não obteve tal resultado, o direcionasse a realizar estudos de revisão e atividades didáticas propostas na sequência didática, a fim de possibilitar uma recuperação individualizada do conteúdo proposto no nodo não aprovado, para então realizar um segundo teste no mesmo.

Após os estudos de recuperação, os dados fornecidos pelo banco de dados do SIENA, apontaram uma melhora significativa no desempenho dos alunos, embora, alguns não tenham, ainda, atingido o resultado considerado satisfatório no segundo teste, necessitando voltar a realizar os estudos de recuperação, para então realizar um terceiro teste, caso se dispusessem. No segundo teste, observou-se que o nodo 1, *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*,

continuou apresentando um maior número de alunos com dificuldades, e pelo menos um aluno ainda apresentou dificuldades, necessitando realizar novamente estudos de recuperação para realizar um terceiro teste.

Com relação aos alunos que se dispuseram a realizar um terceiro teste nos nodos em que não alcançaram o resultado considerado satisfatório, os dados apontam que no nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*, dois dos cinco alunos que realizaram o teste obtiveram resultados abaixo de 0,6, enquanto que nos demais nodos em que os alunos que realizaram o terceiro teste, todos obtiveram desempenho superior a este. A tabela 1, ilustra estes dados apresentando o rendimento dos alunos em cada teste realizado para cada nodo do PCIG.

Tabela 1

Desempenho dos alunos em cada nodo do PCIG

Alunos	Testes	Nodos							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	Teste 1	0,964	0,496	0,966	0,797	0,273	0,941	0,995	0,889
	Teste 2		0,855			0,458			
	Teste 3					0,976			
2	Teste 1	0,2	0,143	0,2	0,1	0,273	0,2	0,2	0,1
	Teste 2	0,226	0,663	0,333	0,651	0,396	0,605	0,751	
	Teste 3	0,472		0,692					
3	Teste 1	0,338	não fez	não fez	não fez	não fez	não fez	não fez	não fez
	Teste 2	0,445							
	Teste 3	0,954							
4	Teste 1	0,143	0,496	0,982	0,226	0,368	0,338	0,333	0,143
	Teste 2	0,445	0,923		0,819	0,76	0,747	0,923	0,678
	Teste 3	0,76							
5	Teste 1	0,1	0,304	0,728	0,999	0,226	0,338	0,273	0,2
	Teste 2	0,944	0,496			0,396	0,338	0,855	0,368
	Teste 3		0,751			0,887	0,98		0,801
6	Teste 1	0,2	0,143	0,821	0,1	0,338	0,226	0,1	0,2
	Teste 2	0,304	0,143		0,143	0,98	0,273		0,467
	Teste 3	0,338					0,779		
7	Teste 1	0,2	0,143	não fez	não fez	não fez	não fez	não fez	não fez
	Teste 2	0,678	0,988						
	Teste 3								
8	Teste 1	0,143	0,93	0,987	0,273	0,304	0,797	0,304	0,163
	Teste 2	0,98			0,747	0,979		0,535	0,333
	Teste 3							0,663	0,663
9	Teste 1	0,143	0,663	0,605	0,96	0,2	0,999	0,724	0,988
	Teste 2	0,847				0,982			
	Teste 3								
10	Teste 1	0,2	0,899	0,605	0,922	0,273	0,434	0,226	0,999
	Teste 2	0,226				0,939	0,988	0,333	

Nodos
 1- Conversão da Língua Natural <--> Representação Algébrica da Reta
 2- Conversão da Língua Natural <--> Representação Gráfica da Reta
 3- Conversão da Representação Algébrica --> Representação Gráfica da Reta
 4- Conversão da Representação Gráfica --> Representação Algébrica da Reta
 5- Conversão da Língua Natural <--> Representação Algébrica da Circunferência
 6- Conversão da Língua Natural <--> Representação Gráfica da Circunferência
 7- Conversão da Representação Algébrica --> Representação Gráfica da Circunferência
 8- Conversão da Representação Gráfica --> Representação Algébrica da Circunferência

Percebeu-se que as dificuldades apresentadas no primeiro teste foram reduzidas à medida em que os alunos não aprovados realizavam os estudos de recuperação e as atividades didáticas propostas na sequência didática respectiva a cada nodo do PCIG, no intervalo destes testes, porém não foram sanadas completamente.

Os registros dos alunos no desenvolvimento das questões em cada nodo revelaram as seguintes dificuldades na realização das conversões propostas pelas mesmas: identificar e visualizar nos registros algébricos e gráficos das retas os coeficientes angular e linear, bem como

em realizar cálculos para encontrá-los, ou seja nos tratamentos envolvidos nestes cálculos ; relacionar o coeficiente angular com o ângulo correspondente e com os conceitos de paralelismo e perpendicularismo; em escrever na forma numérica ou representar graficamente as coordenadas de um ponto, as quais apresentavam-se escritas no registro língua natural, tanto no conteúdo de Reta quanto no de Circunferência; nos tratamentos envolvidos na relação de Pitágoras; realizar tratamentos para encontrar pontos de intersecção entre as retas apresentadas no registro algébrico; em tratamentos que implicaram em passar uma equação da forma geral para a forma reduzida, tanto em equações de Retas quanto de Circunferências; relacionar a ordem dos quadrantes; resolver questões que abordaram mais elementos, como por exemplo, encontrar a equação da reta que passava em um ponto e é perpendicular a outra reta que continha pontos ou equação definida; em realizar tratamentos com pontos na forma algébrica; na interpretação, visualização e na escrita algébrica em questões que apresentaram elementos abstratos, como os parâmetros, cuja a variação representava a translação da circunferência no registro gráfico. Ainda em relação a Circunferência, dificuldades em: realizar tratamentos relacionados ao cálculo dos quadrados dos binômios, ao cálculo do raio, ao cálculo para encontrar o centro, ou então em visualizá-lo na sua representação algébrica; representar graficamente a equação de uma circunferência, mesmo esta apresentando-se na forma reduzida, ou seja, em realizar a conversão do registro algébrico para o gráfico. A figura 10 apresenta o erro de um aluno no cálculo para encontrar o raio da circunferência com base em dois pontos (centro e outro ponto da circunferência), como aconteceu com o aluno 8, que tomou o ponto do centro da circunferência errado.

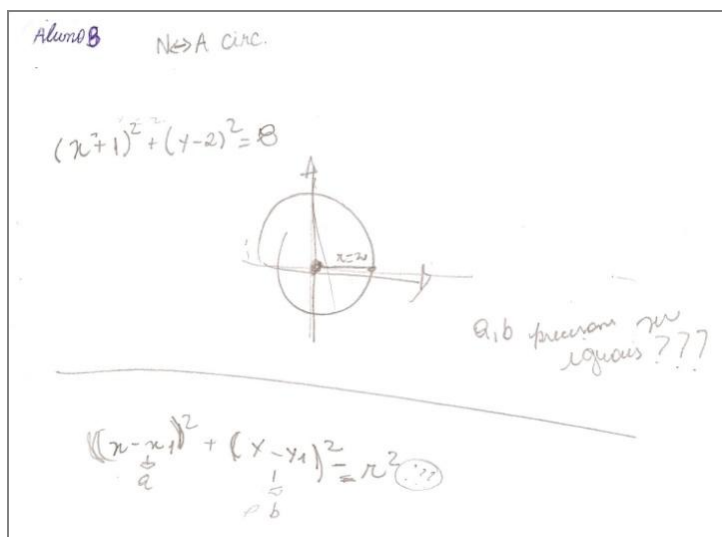


Figura 10. Registro do aluno 8.

Conclusão

Os alunos apresentaram uma compreensão limitada acerca dos conteúdos de Reta e Circunferência, demonstrando dificuldades de visualização, interpretação e abstração. Constatou-se a necessidade, no nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica da Reta*, de melhorar o caminho metodológico percorrido pela sequência didática elaborada, a fim de melhor contribuir para sanar as dificuldades conforme apresentadas pelos alunos pesquisados.

O sistema inteligente SIENA mostrou-se eficiente, contribuindo para a identificação das dificuldades individuais dos dez alunos pesquisados, em relação à conversão entre os Registros de Representação Semiótica, língua natural, algébrico e gráfico, no conteúdo de Geometria Analítica, abordando Reta e Circunferência, e na recuperação dos conceitos nos quais estes alunos apresentaram dificuldades. Todos os alunos, após estudos de recuperação, apresentaram melhores resultados nos testes realizados. Porém, sugere-se para pesquisas futuras, uma ampliação da sequência didática para cada conceito, abordando a revisão do conteúdo, à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, com exercícios e atividades resolvidas para melhor exemplificá-lo, e a construção de mais atividades didáticas interativas que contemplem a conversão proposta em cada nodo, para assim, oferecer aos alunos uma maior possibilidade de sanar suas dificuldades individuais.

Bibliografia e Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/ Seb (2006).
- D'AMORE, Bruno. (2005). *Epistemologia e Didática da Matemática*. 1.ed. São Paulo: Escrituras Editora.
- DAMM, Regina Flemming. (2002). Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. *Educação Matemática: uma introdução*. 2.ed. São Paulo: EDUC, p. 135-153.
- DUVAL, Raymond.(2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus, p.11-33.
- DUVAL, Raymond. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Trad. em casteliano de Myriam Veja Reestrepo. Universidade Del Valle: Peter Lang.
- SILVA, Carlos Roberto da. (2006). *Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático*. São Paulo: PUC, Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- MORENO, Lorenzo et al. (2007). Hacia um Sistema Inteligente basado em Mapas Conceptuales Evolucionados para la Automación de un Aprendizaje Significativ. Aplicación a La Enseñanza Universitaria de la Jerarquía de Memoria. In: *XIII Jornadas de Enseñanza Universitaria de La Informática*. Teruell, Espanha (julho de 2007).