



As conexões entre simetrias e artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais.

Luciana Ferreira dos Santos

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

Lfsantos20@gmail.com

Rosinalda Aurora de Melo Teles

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

rosinaldateles@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma dissertação de mestrado em Educação Matemática e Tecnológica defendida em 2010 na UFPE. Nosso objetivo é discutir as conexões entre simetrias (rotação, translação e reflexão) com as artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Na coleta e interpretação dos dados utilizamos etapas do método da análise do conteúdo de Bardin (2009), que permitiu mapearmos 200 atividades extraídas de 17 coleções de livros didáticos que articulam as simetrias (rotação, translação e reflexão) com as artes visuais. Como resultado, identificamos expressões artísticas (pintura, gravura, dobradura, padrões e desenhos) integradas ao três tipos de simetria. Observamos que, predomina a simetria de reflexão em detrimento das demais; as propriedades das simetrias não são abordadas de forma explícita. No entanto, a diversidade de expressões artísticas e reproduções obras de artes inserem o aluno ao mundo da cultura visual, atribuindo significado ao conteúdo da simetria.

Palavras chave: simetria, artes visuais, livros didáticos, interdisciplinaridade.

Introdução

Atualmente, observa-se um esforço das redes de ensino, assim como do MEC, em explicitar claramente os princípios que deverão nortear o trabalho pedagógico desenvolvido nas escolas de ensino fundamental. No que se refere ao ensino da matemática, o Guia do livro didático de matemática (BRASIL, 2010), destaca dois princípios: o da contextualização e o da interdisciplinaridade.

Neste artigo temos como enfoque, o princípio da interdisciplinaridade, defendido pelo Guia (ibid.), como fundamental para que a inter-relação entre a Matemática e outras áreas do saber científico ou tecnológico aconteçam. Do mesmo modo, a proposta de reforma curricular do PCNM (Brasil, 2000), compreende a interdisciplinaridade,

a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência (p. 21).

Nessa perspectiva de mudança, vemos na interdisciplinaridade a possibilidade de refletir sobre questões relacionadas ao ensino-aprendizagem da Geometria articulados às artes visuais. O PCN de matemática (Brasil, 1997), recomenda que, o ensino de Geometria leve o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode acontecer através da exploração de formas em obras de artes, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc.

Deste modo, compreendemos que a articulação entre Geometria e artes visuais pode ampliar nosso olhar, sob as diferentes possibilidades de expressão do espaço e forma, além de provocar o pensamento e a sensibilidade do educando. Ao apreciar ou produzir uma obra de arte a criança ou adulto pode desenvolver habilidades como pensamento concreto, senso de proporção, espaço, volumes e planos. Tal como, a competência de apreciar elementos da linguagem visual: textura, linha, cor, ponto e composição.

Nesse sentido, este estudo tem como objetivo discutir as conexões entre simetrias (rotação, translação e reflexão) com as artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. Escolhemos, o estudo dessas temáticas, porque o Guia (Brasil, 2007; 2008) indica interconexões entre o ensino da Simetria e das Artes visuais nos livros didáticos dos anos iniciais. Além disso, o livro didático é um material presente em todas as escolas e lares do Brasil. Tem auxiliado o planejamento e na gestão das aulas dos docentes, assumindo o papel de texto de referência tanto para o professor, quanto para o aluno.

As Simetrias e Artes Visuais: pontos de encontro

Ao olharmos para as pinturas de Volpí, as gravuras de Odetto Guersoni ou cerâmicas Marajoaras dos Indígenas brasileiros, encontraremos a utilização intuitiva ou não dos diversos tipos de simetria. Coloquialmente a palavra “Simetria” é utilizada como sinônimo

de beleza, igualdade, regularidade e proporcionalidade, visto que, os movimentos simétricos se associam a aspectos estéticos.

Nas Artes, percebemos as Simetrias nas múltiplas manifestações artísticas. Os artistas abstratos buscam na Simetria à “ordem e lei”, à métrica exata, à perfeição. Para outros artistas plásticos, a exatidão simétrica significa a prisão, desta forma buscam na assimetria a arbitrariedades e a liberdade.

De acordo com Weyl (1997) o artista realiza intuitivamente as leis matemáticas que têm origem na simetria da natureza. Ainda conforme esse autor, “raramente a assimetria é mera ausência de simetria. Mesmo nos desenhos assimétricos pode-se sentir a simetria como norma da qual se desvia sob a força de caráter não formal” (p.25). O artista holandês Maurits Cornelis Escher, por exemplo, influenciado pela arte islâmica aplicou a geometria dos mosaicos muçulmanos em seus desenhos com repetições matemáticas, hoje difundidos em todas escolas de artes plásticas do mundo. Podemos observar na gravura “Cisnes”, talhada em madeira, que o movimento representado é uma translação.

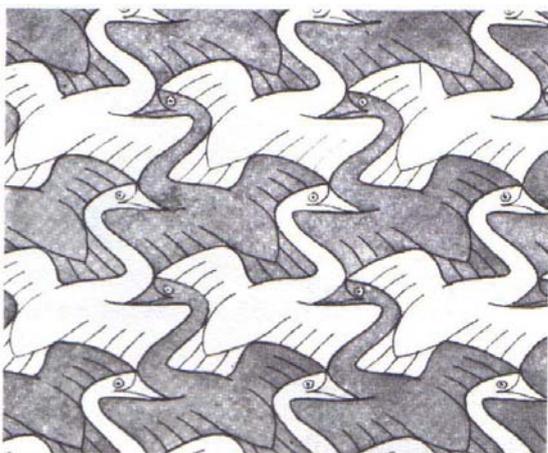


Figura 01. ESCHER, Maurice. Cisnes. Entalhe em madeira, 20 x 32 cm, 1956. Disponível em: <http://www.pen.k12.va.us/Div/Winchester/jhhs/math/escher/angels.jpg>.

Podemos identificar, nessa figura, a divisão regular do plano, com os pássaros se deslocando para mesma direção. Tanto a preservação da distância entre os pássaros quanto à invariância das figuras são atributos relevantes para o conceito de translação e qualquer outra isometria.

Os povos indígenas brasileiros também, em seus ornamentos (como chapéus, cestos, peneiras), mostram-nos diferentes trançados e figuras geométricas com conceitos simétricos. Acreditamos que os padrões presentes na natureza - a exemplo da pele das cobras e do casco de uma tartaruga, os hexaedros dispostos nos favos de mel, a distribuição dos grãos de milho numa espiga - inspiram os indígenas a construir suas obras.

Dessa forma, entendemos que a Simetria torna-se elemento de referência para produção de obras de arte, sejam estas orgânicas ou abstratas, no espaço bidimensional ou tridimensional. Além disso, o ensino da arte traz a possibilidade do criar, da leitura (apreciação interpretativa) e da contextualização (histórica, antropológica e/ou estética), essas ações são fundamentais na matemática ou qualquer área de conhecimento, por cultivar no aluno a capacidade de apreender, analisar e intervir na realidade a de forma

crítica e criativa, de modo que possa mudá-la. Tomar a arte como ponto de partida para o trabalho com Simetria é uma forma de significar o conteúdo, e estabelecer laços entre campos de saber.

Simetria sob o ponto de vista matemático.

A simetria sobre o ponto de vista matemático é um subconjunto da isometria que é um tipo de transformação geometria. Segundo Mabuchi (2000) as transformações geométricas podem ser divididas em isometria e homotetia. A isometrias conserva distâncias: $AB=t(A)t(B)$ e por consequência ângulos. Enquanto a homotetia, diz respeito à ampliação e à redução de imagens, conservando as propriedades de semelhanças.

Neste estudo iremos nos deter apenas as isometrias, Siqueira (2000), por sua vez, considera que a Simetria tem como elementos essenciais da formulação os conceitos de isometria e de invariância de uma figura por um grupo de isometrias. No plano, as isometrias produzem três tipos básicos de movimento:

- rotações em torno de um ponto;
- translações;
- reflexões em relação a uma reta.

A Simetria de Rotação para Lopes e Nasser (1996, p. 105) é “uma rotação de centro O e um ângulo $\hat{\alpha}$ é uma transformação em que a imagem é obtida girando-se cada ponto da figura segundo um arco de circunferência de centro O , percorrendo um ângulo $\hat{\alpha}$ (no sentido horário ou anti-horário)”.

Na Simetria de translações as figuras deslizam ao longo de uma direção, a uma distância T . De acordo com Rodhe (1997, p. 10), “a translação corresponde a uma operação simples de simetria e corresponde à repetição periódica de motivos que se repetem numa dada direção”. Nesse sentido, podemos apontar dois elementos característicos da Simetria de Translação: o comprimento de translação e a repetição da forma.

Em relação à Simetria de Reflexão é considera uma das mais conhecidas, segundo Lopes e Nasser (1996, p.102), ela acontece quando: “(I) a linha que une cada par de pontos correspondentes é perpendicular ao eixo de simetria e se (II) dois pontos correspondentes estão à mesma distância (perpendicular) do eixo de simetria, em lados opostos”.

De acordo com Ripligger (2006), essas simetrias constam nos documentos oficiais do país e estão presentes também nas discussões sobre os conteúdos no ensino da matemática. Para autora, essas Simetrias (reflexão, rotação e translação) podem ser amplamente desenvolvidas em sala de aula, pois estão presentes no nosso cotidiano .

Procedimentos metodológicos

Com o objetivo de discutir as conexões entre simetrias (rotação, translação e reflexão) com as artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais. Realizamos a coleta e análise em dezessete coleções de livros didáticos de matemática aprovados pelo

Programa de Livros Didáticos - PNLD¹ de 2010 com circulação até 2012. Para isso, tomamos por base os estudos de Bardin (2009) e sobre análise de conteúdo, sendo definida pela autora, como

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimento temático e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens (p. 44).

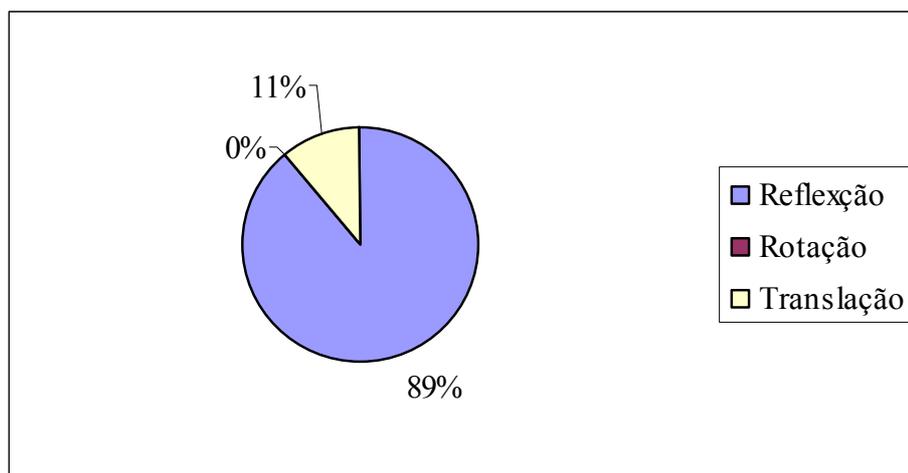
A organização de nossa pesquisa tomou por base três pólos cronológicos indicados no estudo de Bardin (2009): pré-análise; exploração do material e tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. A pré-análise, consiste na organização da coleta a escolha dos livros didáticos a ser submetido à análise, também a formulação de hipóteses e objetivos, a elaboração de indicadores, e a realizamos uma edição de material que em nossa pesquisa aconteceu através da codificação das atividades por coleção e volume em tabelas. Na segunda etapa, realizados a exploração através da seleção das atividades e categorização delas por coleção e volume. Por fim, realizamos o tratamento dos resultados obtidos e interpretação dos dados.

Discussão dos resultados

Em nosso estudo, identificamos duzentas atividades que articulam Simetria e Artes visuais nos livros didáticos. Nelas predomina a Simetria do tipo reflexão (89% do total), enquanto apenas 11% das atividades abordam a Simetria de Translação, as atividades com Simetria de Rotação não foram identificadas, como podemos observar no gráfico abaixo.

Gráfico 01:

Tipos de simetrias presentes nos livros didáticos



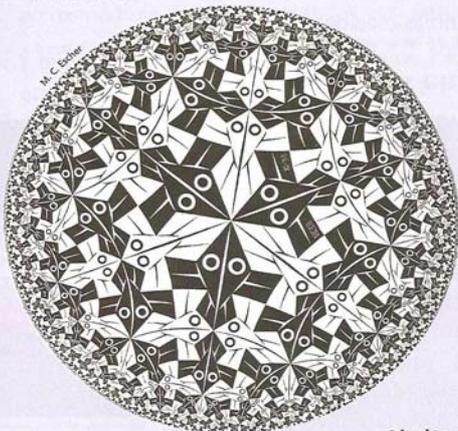
Os dados revelam que os autores dos livros didáticos analisados privilegiam a Simetria Reflexão, em detrimento das demais. Percebemos que o trabalho com a simetria de rotação pouco aparecem nos livros, aspecto já constatado pelo Guia do Livro Didático

¹ Programa Nacional do livro didático

(Brasil 2007, 2008), embora Mega (2001) recomende em sua pesquisa que a Simetria de Rotação deva ser a primeira apresentada às crianças, pela familiaridade que elas têm com essa simetria na sua vida diária. Contudo, a ausência de atividades que abordem este tipo de simetria, não significa inexistência de figuras com rotação. Identificamos atividades, cujas figuras são de rotação, mas trabalha-se reflexão. Como podemos verificar no exemplo a seguir:

Nosso artista

Simetria é também sinônimo de beleza de linhas e formas resultante do equilíbrio.
O artista gráfico Maurits Cornelis Escher nasceu na Holanda e viveu de 1898 a 1972.



Seus trabalhos exploram ideias fascinantes e relações matemáticas.
Em 1922 esteve em Granada, na Espanha, onde visitou o Alhambra — palácio construído pelos mouros por volta do século XIV. Lá Escher se encantou com a simetria e a regularidade das formas, que vieram a influenciar sua obra. *Interdisciplinaridade com História.* Veja um de seus trabalhos e repare na regularidade e na simetria das formas.

Limite circular I, de M. C. Escher, 1958.

3. Observe a obra e descreva o que você vê.
4. Procure eixos de simetria. Apoie a régua sobre as imagens e tente perceber se as partes coincidiriam, caso a figura fosse dobrada.
5. Em malhas como estas, faça desenhos que apresentem regularidade e simetria.



Forneça cópias das malhas para os alunos desenharem.

TROQUE IDEIAS

Exponha seu trabalho para a classe.

Figura 02. Aidar, M. (2008), Ler Mundo – Matemática. São Paulo: Editora Scipione, 4, 193.

A atividade acima registrada apresenta uma figura com rotação, mas tem-se como finalidade identificar eixos de Simetria. Na atividade cinco, solicita-se que os alunos desenhem, nas malhas apresentadas, figuras com regularidade, ou seja, construam uma figura com translações.

Com relação ao ensino da arte, a atividade acima trabalha ações importantes como a apreciação de imagens, ao solicitar a observação e descrição da imagem. A contextualização nas informações sobre o artista e produção em malha quadriculada. Contudo, poderíamos explorar a rotação que inicia com figuras, a repetição, percepção das cores. Nos livros analisados, além das Gravuras de Escher encontramos atividades com dobraduras, pinturas que possibilitavam trabalhar a simetria de rotação.

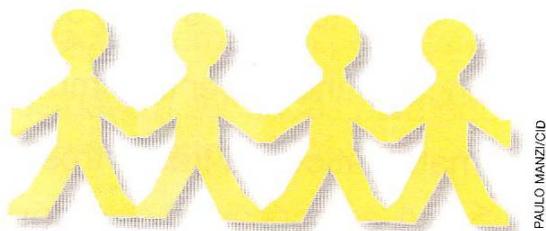
Simetria de Translação

A translação está presente em 22 atividades nas modalidades artísticas padrão e dobradura. Ressaltamos que apenas duas delas são com dobradura, na qual o recorte remete a ideia de deslocamento. Nesse tipo de Simetria, analisamos aspectos referentes à conservação de distância no deslocamento de uma figura, à conservação de forma, de tamanho, de ângulo, assim como se a atividade indica se a direção da figura no deslocamento deve ser mantida.

No conjunto de figuras observadas, não identificamos nas atividades indícios que levassem o educando a perceber que as figuras devem manter a direção ao serem deslocadas. Quanto à conservação da distância entre as figuras, observamos figuras que apareciam conjugadas sem a necessidade de estabelecer distâncias. Contudo, nas figuras desconexas não identificamos, explicitações com relação conservação da distância entre uma figura e outro ponto que deveria ser preservado no deslocamento.

Assim como, não identificamos observações com relação à conservação de forma, comprimento e ângulos das figuras, essencial para construção de uma figura com simetria de translação.

2. Observe este recorte:



- a) Será que você consegue fazer um recorte parecido? Peça ajuda em casa. Na próxima aula, quem conseguiu fazer pode explicar à turma.
- b) Faça, com seus colegas, um painel com os recortes produzidos por todos.

Figura 03: Milani, E. et al. (2008), Projeto conviver matemática. São Paulo: Editora Moderna, 3, 121.

Na atividade acima, não observamos qualquer questionamento que leve o aluno pensar sobre a regularidade, a forma ou comprimento das figuras que foram conservadas ao realizar o deslocamento. Tais indagações poderiam estimular o aluno a pensar sobre conceitos matemáticos na imagem.

A falta de explicitação de conceitos na simetria é verificada em diversos estudos sobre as transformações geométricas, como o de Silva e Lima (2008), Mega (2001) e Ripligger (2006), e em outros que constataram o enfoque intuitivo na abordagem da simetria no ensino fundamental. Entendemos que o trabalho com simetria deve acontecer, sim, de forma intuitiva, desde que a formalização do conceito também aconteça.

No que se refere às artes visuais, encontramos atividades com padrões que traziam informações sobre os povos indígenas, locais que o tapete ou cesta foi produzidos, segundo Barbosa (2002) o acesso à cultura de outros povos é fundamental para construção da nossa identidade cultural, visto que a identidade é encontrada entre nossas diferenças.

Simetria de Reflexão

A Simetria de reflexão está presente em 89% das atividades que articulam simetria e artes visuais, através das modalidades artísticas - desenho, dobradura, arquitetura, gravura e pintura -, contudo, observamos que não se faz menção a equidistância, embora algumas atividades oportunizem a explicitação dessa propriedade. Como no exemplo seguinte:

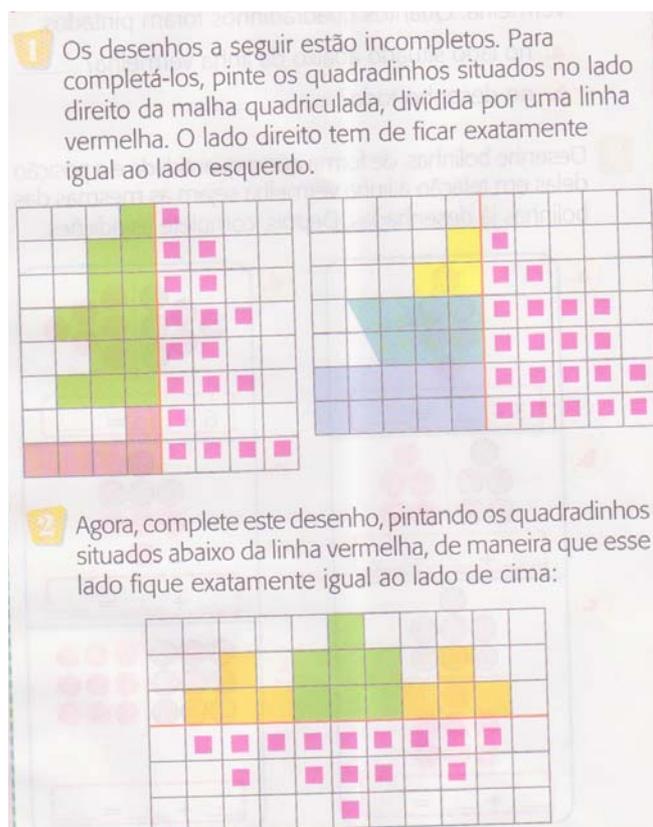


Figura 04. Tossato. C. M. et al. (2007), Coleção Hoje é dia de matemática. Curitiba: Editora Positivo, 2, 121.

O enunciado da atividade acima estimula o aluno a utilizar a malha quadriculada como unidade medida para construir o desenho. Entendemos que, implicitamente, a atividade propõe que o aluno complete a imagem estabelecendo pontos na malha quadriculada com a mesma distância em relação ao eixo da parte conhecida da figura.

Outra propriedade da simetria de reflexão é a perpendicularidade que também aparece de forma implícita nas modalidades artísticas. Na atividade a seguir, embora seja possível traçar retas perpendiculares com precisão, até porque, a malha quadriculada facilita, essa propriedade não é explorada. Observamos a figura abaixo exposta.

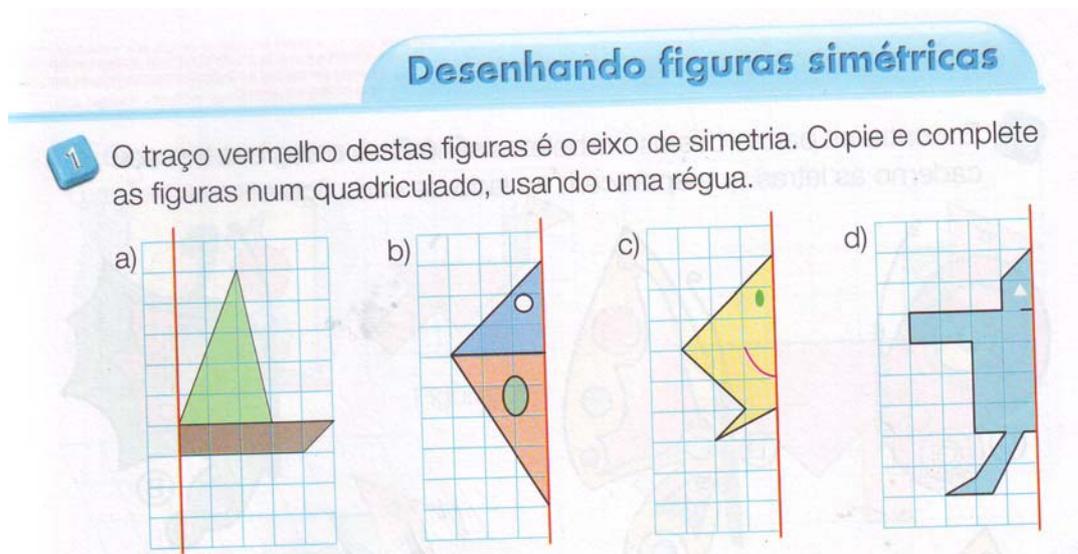


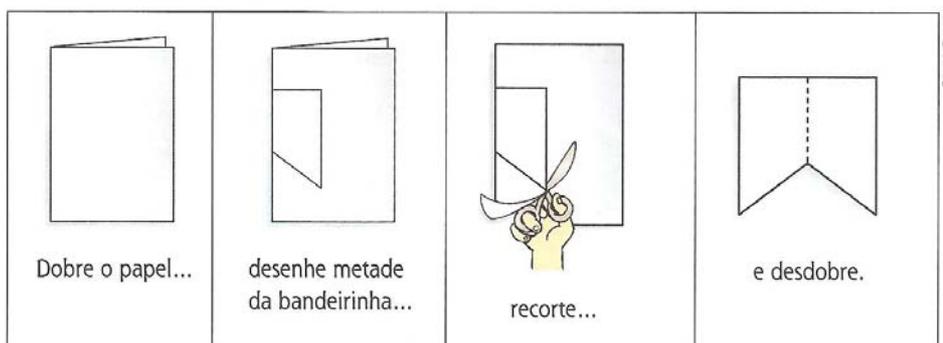
Figura 05: Sanchez, L. B. et al. (2008) Fazendo e compreendendo matemática. 4ª edição reformulada. São Paulo: Editora Saraiva, 3,179.

Quanto à conservação (de forma, de comprimento, de alinhamento dos pontos) diversas atividades abordam essa propriedade a partir da sobreposição de uma figura à outra. Percebemos isso através da enunciação das palavras. O estudo de Silva e Lima (2008) observa que a maioria dos autores privilegia a abordagem por sobreposição de figuras. No entanto, percebemos que isso acontece sem se esclarecer que o que está sendo observado é a conservação de forma, comprimento e ângulos nas figuras produzidas. Vemos no exemplo a seguir.

Simetria

Você sabe fazer uma bandeirinha? Não? É hora de aprender!

iniciais 10



Professor, fale aos alunos sobre a obra de Volpi e as famosas *Bandeirinhas*. Incentive os alunos a fazer composições com as bandeirinhas.

Quando a bandeirinha é dobrada ao meio, as duas partes coincidem. Dizemos, então, que a bandeirinha é uma figura que apresenta **simetria**. A linha que passa pela dobra é chamada de **eixo de simetria**.

Figura 06: Bordeaux, A. L. et al.(2008). Bem – me-quer. São Paulo: Editora Brasil, 3, 71.

Entendemos que a enunciação *as duas partes coincidem*, sugere a ideia de conservação de forma e comprimento. Explicitar, contudo, tais aspectos podem facilitar a compreensão do aluno sobre Simetria. Ainda que, a simetria de reflexão este presente em 178 atividades, não são todas que identificamos a leitura de obras de artes e contextualizações. Mas podemos afirmar que praticamente todas as atividades propõem a produção artística seja através da criação por meio do desenho, pintura, dobradura ou gravura ou cópia de imagens.

Considerações, a título de conclusão.

Neste artigo foram trazidos elementos que nos fazem refletir sobre a abordagem dos tipos de Simetria em livros didáticos de matemática para os anos iniciais. Verificamos que predomina a Simetria de Reflexão, enquanto a de Translação é pouco abordada e a de Rotação praticamente inexistente. Esses dados nos levaram ao seguinte questionamento: por que essa opção pela ampla abordagem da Simetria de Reflexão em detrimento das outras?

Ressaltamos que, não encontramos recomendações explícitas quanto ao tipo de Simetria a ser abordado ao longo das séries iniciais em documentos oficiais. O PCN (Brasil, 1997) sugere que se identifiquem características das figuras geométricas, percebendo-se semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição (simetrias), mas não faz referência ao tipo de simetria a ser trabalhado ao longo dos anos iniciais.

O Guia do Livro Didático (Brasil, 2007, 2008), embora conceitue os três tipos básicos de simetria (rotação, reflexão e translação), não faz indicações quanto à distribuição dos diferentes tipos de simetria nas coleções. Desse modo, fica a critério dos autores de livros didáticos escolherem o tipo de Simetria a ser trabalhado. Consideramos que as simetrias de rotação, reflexão e translação produzem tipos diferentes de transformação, e todas estão presentes no vocabulário e nas brincadeiras das crianças, através de denominações como

giros, trocas, deslizamentos. Então, por que não propor atividades com esses diversos tipos existentes?

Compreendemos que, a interface entre as Simetrias de diversos tipos e Artes visuais nos livros didáticos de matemática para séries iniciais não é a ideal, mas não podemos negar que este material didático está oportunizará aos estudantes o acesso a conceitos da linguagem visual; sua história em diferentes tempos, lugares, estéticas, culturas, e suas técnicas; a vivência de processos de descobertas sensoriais, processos de criação e de leituras de imagens.

Desejamos que o nosso estudo gere mais pesquisas sobre esta temática, que envolva ideias importantes sobre a possibilidade da abordagem de conteúdos matemáticos de modo significativo e interdisciplinar, contribuindo assim para minimizar a fragmentação das disciplinas e construir uma visão de totalidade.

Referências bibliográficas

- Barbosa, A. M. (2002). *As mutações do conceito e da prática*. Em A. M. Barbosa (Org.) *Inquietações e mudanças no ensino da arte*.(pp.15-22). São Paulo: Cortez.
- Bardin, L. (2009). *Análise de Conteúdo*. 5ª edição. Lisboa: Edições 70.
- Brasil.(1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais - v.3 -Matemática*. Brasília: MEC.
- _____. (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*, parte 1-Bases Legais. Brasília: MEC.
- _____. (2007). *Guia do Livro Didático - Matemático - Séries/ anos iniciais do Ensino Fundamental*. PNLD. Brasília: MEC.
- _____. (2008). *Guia do Livro Didático - Matemática - Séries/ anos finais do Ensino Fundamental*. PNLD. Brasília: MEC.
- _____. (2010). *Guia do Livro Didático - Matemática – Séries iniciais do Ensino Fundamental*. PNLD. Brasília: MEC, 2010.
- Mabuchi, S. T. (2000). *Transformações geométricas - a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares*. Dissertação de Mestrado, Universidade Pontificadora de São Paulo, São Paulo.
- Mega, Élio.(2001). *Ensino/Aprendizagem da rotação na 5ª série: um estudo comparativo em relação ao material utilizado*.Dissertação Mestrado em Educação Matemática, Universidade Católica de São Paul, são Paulo.
- Lopes, M. L. & Nasser, L.(1996). *Geometria: na era da imagem e do movimento*. Rio de Janeiro: UFRJ.
- Ripplinger, H. M. G. (2006). *Simetria nas práticas escolares*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Rede, G. (1997). *Simetria: Rigor e imaginação*. Porto Alegre: Edipucrs.
- Silva, E. O. & Lima, I. M. (2008). *Análise de livros didáticos do ensino fundamental: o caso da simetria de reflexão*. Anais XVI CONIC - congresso de iniciação científica da UFPE. CD- Ron.
- Siqueira, J. E. (2000). *Explorando a simetria de reflexão: uma seqüência didática no Cabri-Géomètre*. Monografia (Licenciatura) – Recife. UFPE/PE.
- Weyl, H. *Simetria* (1997). Trad. Victor Baranauskas - São Paulo: Edusp.