



Desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo con tecnología

Patricia **Camarena** Gallardo
 Instituto Politécnico Nacional
 México
 pcamarena@ipn.mx
 Elena Fabiola **Ruiz** Ledesma
 Instituto Politécnico Nacional
 México
 elen_fruiz@yahoo.com.mx

Resumen

El pensamiento proporcional puede ser desarrollado a través del concepto de proporción, en estudiantes de educación primaria. Este concepto matemático puede construirse de forma cualitativa y cuantitativa, lo que se correlaciona con el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo, respectivamente. La investigación que se reporta en este trabajo incide sólo en el pensamiento proporcional cualitativo, dentro de lo cualitativo también se incluye lo intuitivo, lo cual se basa en la experiencia, en lo empírico y en lo perceptual que se apoya en los sentidos. Se desarrolla un programa computacional interactivo para apoyo de la construcción del concepto de proporción de forma cualitativa. Para lo cual se construyen los indicadores de este concepto y los del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo, se muestra el diseño de actividades didácticas y su inserción en el programa computacional interactivo, así como su implementación, para finalizar con el y análisis y discusión de los resultados.

Palabras clave: Proporción, pensamiento proporcional, programa computacional interactivo, Matemática en el Contexto de las Ciencias, acciones didácticas, acciones computacionales, tecnología.

Introducción

El desarrollo del pensamiento proporcional es importante desde los niveles educativos básicos, de ello depende que los niños puedan comprender y enfrentar situaciones de la vida diaria que se vinculan con el concepto de proporción. A su vez, tal como lo establece Piaget (1978) para que *el estudiante de nivel básico logre dar sentido y significado a la proporción es fundamental desarrollar su pensamiento proporcional, tanto el cualitativo como el cuantitativo*. Es decir, para el desarrollo del pensamiento proporcional se requiere, entre otros, que el sujeto construya el concepto de proporción, y para que pueda construir este concepto se requiere contar

con un pensamiento proporcional. Dicho de otra forma, existe una relación bidireccional entre el concepto matemático de proporción y el pensamiento proporcional.

Para que un niño identifique lo proporcional, de acuerdo a Piaget (1978), esto lo debe hacer partiendo de lo concreto para llegar a lo abstracto. Asimismo, la construcción de este concepto matemático se presenta a nivel cualitativo y cuantitativo, lo que determina los pensamientos proporcionales cualitativo y cuantitativo, respectivamente.

Por otro lado, el concepto de proporción incide en otros conocimientos como la regla de tres, la variación, razón de cambio y derivada, entre otros más. Si el concepto de proporción no es construido adecuadamente en el estudiante durante su trayecto en la educación básica, entonces, en los niveles educativos posteriores tendrán serios problemas en la construcción de nuevos conceptos matemáticos que hacen uso de éste, tanto de forma explícita como implícita. Por lo anterior, es importante desarrollar este concepto en los niños e igualmente importante es desarrollar su pensamiento proporcional.

Desde otra perspectiva, en la actualidad, en el contexto educativo existe la posibilidad de diseñar y desarrollar materiales tecnológicos de tipo interactivo. Cualquier experiencia en el aula puede utilizar la tecnología electrónica como canal de mediación, pero hay que valorar dimensiones tales como: objetivos a conseguir, organización de los temas que permitan el desarrollo de los contenidos que se quieran incluir, actividades de aprendizaje y la evaluación tanto de los aprendizajes como de todo el proceso.

Por otra parte, el incremento de materiales tecnológicos es impresionante, pero, no siempre se incorporan estrategias didácticas diseñadas con elementos teóricos. En la investigación que se muestra, en el presente documento, se hace uso de la teoría educativa denominada la *Matemática en el Contexto de las Ciencias*, a través de la cual los temas y conceptos matemáticos deben ser tratados de forma vinculada con el medio ambiente, las actividades cotidianas, las competencias laborales y profesionales, así como con las demás ciencias que estudia el alumno.

A partir de lo descrito, se ha abordado una investigación cuyo problema es la construcción del concepto de proporción y el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo y el cuantitativo a través de actividades didácticas con tecnología electrónica, en niños de sexto año de la educación primaria. Como la investigación es muy amplia, en esta ponencia solamente se reporta una actividad didáctica para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo, así como su implementación y análisis, constituyéndose en una investigación parcial.

El *objetivo de la investigación* parcial que se reporta es diseñar actividades didácticas para la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa) y el desarrollo pensamiento proporcional cualitativo, a través de un programa computacional interactivo.

El *supuesto de investigación* parte del hecho de que al construir o reconstruir el concepto de proporción se estará, en alguna medida, incidiendo en el desarrollo del pensamiento proporcional, para este reporte, en el pensamiento proporcional cualitativo.

Metodología

El diseño de las actividades didácticas para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo, a través de un programa computacional interactivo, emplea una metodología dada en los siguientes tres pasos:

1. Determinar los indicadores asociados a la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa), así como los indicadores asociados al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo (a través de este concepto matemático).
2. Diseñar las actividades didácticas sobre el concepto de proporción y su inserción en el programa computacional interactivo.
3. Implementar el programa computacional interactivo y, analizar y discutir los resultados.

Fundamentación teórica

Matemática en el Contexto de las Ciencias

La teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* (Camarena, 2002; 2005) se ha desarrollado desde 1982 a través de investigaciones en el Instituto Politécnico Nacional de México. La teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* establece que la matemática debe ser presentada al estudiante, de cualquier nivel educativo, a través de eventos contextualizados, los cuales pueden ser problemas o proyectos que se contextualizan en áreas del interés del alumno, para el caso de la educación primaria (Camarena, 2002). Su esencia es reflexionar acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, entre la matemática y las situaciones de la vida cotidiana, así como su relación con las futuras actividades profesionales y laborales.

El supuesto filosófico educativo de esta teoría es que el estudiante esté capacitado para hacer la transferencia del conocimiento de la matemática a las situaciones cotidianas y áreas que la requieren y con ello las competencias profesionales y laborales se vean favorecidas, porque se pretende contribuir a la formación integral del estudiante y a que construyan una matemática para la vida (Camarena, 2002; 2005).

La teoría de la *Matemática en el Contexto de las Ciencias* concibe al proceso del aprendizaje y de la enseñanza como un sistema donde intervienen las cinco fases de la teoría: curricular, cognitiva, didáctica, epistemológica y docente; además, hacen presencia factores de tipo emocional, social, económico, político, y cultural (Camarena, 2003). Todas las fases son necesarias para que se cumpla el supuesto filosófico planteado, además, todas las fases se relacionan entre sí, ninguna es ajena a las demás. Como teoría, en cada una de sus fases se incluye una metodología con fundamento teórico, acorde a los paradigmas en los que se sustenta, donde se guían los pasos para el diseño curricular, se describe la didáctica a seguir, se explica el funcionamiento cognitivo de los alumnos y se proporcionan elementos epistemológicos acerca de los saberes matemáticos vinculados a las situaciones cotidianas y actividades de los profesionistas, entre otros.

Elementos de la tecnología electrónica

Se presentan algunos resultados de investigación que dan cuenta de que los programas computacionales pueden apoyar a la construcción de conocimientos matemáticos en los estudiantes.

Harris (2001) comenta que la tecnología (electrónica) le da al maestro mayor flexibilidad para atender las diferentes necesidades de alumnos con distintos niveles de capacidades, quienes pueden estar compartiendo una misma clase, utilizando un software que se pueda adaptar a la enseñanza y al aprendizaje, así como a las condiciones particulares de cada alumno o grupo. Mientras que en la educación tradicional el maestro sólo da una lección a una velocidad y un

nivel únicos. La tecnología permite al docente dividir su grupo de estudiantes en equipos y trabajar con cada uno a su propio ritmo.

Por su parte, Bianchini (1992) señala que las herramientas multimedia permiten la utilización de audio, imágenes, gráficos, animación y videos son mucho más eficaces que los medios lineales (como los libros) para captar el interés de los alumnos e incrementar su proceso educativo. La multimedia les permite a los estudiantes captar significados de maneras distintas. Además, contribuye a desarrollar su capacidad e interés.

Algunas investigaciones se han realizado con el propósito de conocer si el uso de un ambiente basado en Web beneficia el aprendizaje. El estudio realizado por Galbraith y Haines (1998: 275-279) mostraron que los estudiantes que usan la computadora en su práctica de aprendizaje en matemáticas, disfrutaban las matemáticas. Gustan de las características de flexibilidad que proporciona la computadora, pasan mucho tiempo en la computadora para completar una tarea y disfrutaban probando nuevas ideas. Concluyeron también que las aplicaciones basadas en la Web aumentan el nivel de confianza, la motivación, y la interacción.

Gourash (2005: 309-325) y, Engelbrecht y Harding (2005_a: 235-252) señalan que el uso de la computadora en términos educativos les permiten a los alumnos encontrar el significado de lo que están haciendo, ya que se desarrolla su capacidad de descubrimiento y les permite ser más profundos.

Desarrollo de la investigación

A continuación se describen a *grosso modo* cada uno de los tres pasos de la metodología de investigación.

1.- Determinación de los indicadores

Los autores que se mencionan en esta sección también forman parte de la sección de fundamentación teórica, sólo que para no duplicar la información se han colocado únicamente en la presente sección. Es a través de ellos que se identifican los indicadores para el desarrollo del concepto de proporción, así como los indicadores para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Cabe hacer mención que los indicadores identificados se han resaltado en letra oscura.

Como antecedente a lo inmediatamente mencionado se tiene la investigación de Ruiz (2002) quien diseñó y aplicó una propuesta de enseñanza abordando el concepto de proporción y encontró distintas dificultades que presentaron los estudiantes del último año de la educación primaria, entre las que se encuentran las dos siguientes:

1. El pensamiento cualitativo de los estudiantes de nivel primaria en torno a la proporcionalidad está escasamente desarrollado.
2. Mostraron confusión al establecer proporciones de manera intuitiva y explícita en figuras geométricas, ya que no pudieron establecer las proporciones cuando comparan en figuras semejantes el largo de una con el ancho de otra.

Indicadores.

Piaget (1978) comenta que entre los 11 y los 12 años de edad, se ve en el sujeto la presencia de la noción de las proporciones en diferentes ámbitos, tales como: las proporciones espaciales (figuras semejantes), las relaciones entre pesos y longitudes de los brazos en la

balanza, las probabilidades, etc. También menciona Piaget que a través de sus experimentos señala que el niño adquiere la identidad cualitativa antes que la conservación cuantitativa y hace una distinción entre comparaciones cualitativas y la verdadera cuantificación. En efecto, para Piaget (1978) la noción de proporción empieza siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente. Hace hincapié en que para que el estudiante desarrolle su *pensamiento proporcional cualitativo* es necesario partir de las nociones de **ampliación y reducción (1)**, siguiendo la idea de la fotocopia o del dibujo a escala, asumiendo que el estudiante a muy temprana edad logra reconocer lo que es proporcional empleando la percepción y la observación. Una forma de expresar su *pensamiento cualitativo* es emplear expresiones lingüísticas como “mayor que...” y “menor que...”, es decir, **usar categorías verbales (2)**.

De acuerdo a Piaget e Inhelder (1978), después de que el estudiante desarrolla la parte perceptual (pensamiento proporcional cualitativo), aparece un ordenamiento al hacer comparaciones (lo que se ubica en el *tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo*), esto se puede constatar cuando el estudiante compara figuras sobreponiéndolas, dando por origen el indicador **comparar (3)**. Al respecto, Piaget señala que en el *paso de lo cualitativo a lo cuantitativo* aparece la idea del orden sin que todavía emerja la de cantidad como número, sin embargo puede **contar (4)**, siendo éste otro indicador. Asimismo, en este *tránsito de lo cualitativo a lo cuantitativo* el estudiante puede construir una figura amplificándola o reduciéndola, constituyéndose los indicadores **amplificar y reducir (5)**. Posteriormente, el alumno usa la medida al hacer comparaciones, primeramente confrontando partes del objeto y sobreponiendo una figura en otra y después usando un instrumento de medida, convencional o no. Así, **medir con instrumentos (6)** representa otro indicador, permitiendo desarrollar su *pensamiento proporcional cuantitativo*.

Es importante que el estudiante al desarrollar su *pensamiento proporcional cuantitativo* llegue a **usar la regla de tres (7)** dándole sentido a ésta y no sólo de forma mecánica (Ruiz, 2000), con lo cual se define un indicador más.

En términos de Freudenthal (1983), para establecer *proporciones, tanto de forma intuitiva* (es decir, cualitativamente) *como explícita* (o sea, cuantitativa), las comparaciones se expresan en dos modalidades: directa e indirecta. La modalidad directa de comparar es cuando un objeto se **sobrepone** en otro objeto, que define al indicador **comparar directamente (8)**, mientras que la indirecta es cuando se tienen dos objetos y un **instrumento** para compararlos, como el uso de una regla o simplemente contar dando por resultado el indicador **comparar indirectamente (9)**. El niño puede comparar dos objetos de forma indirecta y lo puede hacer de manera cualitativa y/o cuantitativa.

Es importante mencionar que los autores como Piaget (1978) y Streefland (1991), mencionan que de manera natural se desarrolla primero el pensamiento proporcional cualitativo, a través de la percepción y lo empírico. Por otro lado, está demostrado que en la práctica educativa se le da prioridad al uso de algoritmos, desarrollando los estudiantes un pensamiento proporcional cuantitativo de forma mecánica, cuando en muchas ocasiones no tienen desarrollado el pensamiento proporcional cualitativo. Así, la secuencia cualitativo-cuantitativo, no siempre se presenta en los estudiantes.

Freudenthal (1983) señala que la comprensión, de forma intuitiva (o sea, cualitativa), de la proporción puede guiarse y profundizarse mediante visualizaciones y éstas pueden ilustrarse utilizando construcciones detalladas, donde los dibujos estén diferenciados y muestren qué

puntos se corresponden entre sí en el original y en la imagen. Freudenthal también sugiere que al trabajar la proporción de longitudes se utilicen las figuras planas como medios de representación, por su expresividad más global, en el sentido que al alumno se le facilita la comprensión cualitativa y cuantitativa entre magnitudes mediante la precepción visual. Desde la perspectiva de la matemática, también es importante que el alumno llegue a expresar la *proporción como una fracción (10)* con lo cual se constituye un indicador más. Además, para Freudenthal (1983), en la enseñanza es preciso tomar en cuenta a las **proporciones internas (11)** y a las **proporciones externas (12)**, definiendo a las primeras como relaciones establecidas entre distintos valores de la misma magnitud y a las segundas, como relaciones entre valores de diferentes magnitudes; ambas proporciones expresan dos indicadores a tomarse en cuenta.

Rescatando lo mencionado por los investigadores en los párrafos previos, se muestra a continuación una tabla en donde se especifican los indicadores referidos a la proporción, así como al pensamiento proporcional cualitativo; también se establecen las **acciones didácticas** asociadas a dichos indicadores.

Tabla 1

Indicadores y sus acciones didácticas.

Objetos de estudio	Propósitos	Indicadores	Acciones didácticas
El concepto matemático de proporción	Establecer proporciones de forma cualitativa	Compara directamente (8) Compara indirectamente (9)	♦ Sobreponer figuras ♦ Usar un instrumento de medición
	Establecer proporciones manera cuantitativa	Compara indirectamente (9) Usa proporciones internas y externas (11, 12) Expresa la proporción como una fracción (10)	♦ Usar un instrumento de medición ♦ Usar una tabla relacionando datos y escribir la proporción como una fracción
El desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo	Contribuir al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo	Amplifica y reduce (1) Utiliza categorías verbales como “más grande que” o “más pequeño que” (2)	♦ Seleccionar figuras reducidas o amplificadas mediante la visualización ♦ Usar expresiones lingüísticas
	Contribuir al tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo	Compara (3) Cuenta (4) Amplifica y reduce figuras (5)	♦ Sobreponer figuras ♦ Contar lados de cuadrados en una cuadrícula ♦ Dibujar figuras amplificadas o reducidas en una cuadrícula

Fuente: Elaborada por las autoras, 2010.

De la tabla 1, se pueden observar las diversas *acciones didácticas* que deben trabajar los estudiantes, y las cuales se pueden llevar a cabo en el programa computacional interactivo. Estas acciones didácticas se expresan de forma genérica como: Sobreponer figuras, Utilizar categorías verbales*, Usar instrumentos de medición, Usar tablas*, Seleccionar figuras, Dibujar figuras en cuadrícula, Contar cuadrados de una cuadrícula.

Las acciones marcada con un asterisco, requieren de una grabadora, la cual es externa al programa computacional interactivo. Cuando el estudiante realiza estas acciones didácticas es necesario usar la grabadora para contar con la evidencia. Las categorías verbales se graban en el audio, así como los comentarios de los estudiantes. La acción didáctica “usar tablas”, permite que el estudiante relacione datos de una misma columna, entre dos columnas o que pueda ser llenada por él. Para el caso de relacionar datos, el audio permite identificar este indicador.

Vinculación entre acciones didácticas y acciones computacionales.

El programa computacional fue elaborado para que el estudiante pudiera llevar a cabo las acciones didácticas. Para la presente investigación el programa computacional que se ha

desarrollado permite incorporar acciones como arrastrar figuras, acceder a las figuras de un recuadro, usar un lápiz virtual como si fuera real, hacer uso de una cuadrícula para contar cuadros o realizar dibujos sobre ésta, hacer mediciones con instrumentos como una regla virtual, usar tablas para llenar; todas las acciones mencionadas se denominan **acciones computacionales**.

En la tabla 2 se establece la vinculación entre las acciones didácticas y las acciones computacionales, necesarias para la construcción del concepto de proporción, así como del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Es decir, las acciones computacionales son las que permiten que se puedan realizar las acciones didácticas asociadas a cada indicador de la construcción de los objetos de estudio.

Tabla 2

Vinculación entre acciones didácticas y acciones computacionales.

Acciones didácticas	Acciones computacionales
Sobreponer figuras	Arrastrar figuras
Usar instrumentos de medición	Usar regla virtual
Usar tablas	Llenar tabla
Seleccionar figuras	Acceder a figuras
Dibujar figuras en cuadrícula	Usar un lápiz virtual
Contar cuadrados de una cuadrícula	Usar cuadrícula

Fuente: Elaborada por las autoras, 2010.

2.- Diseño de actividades didácticas e inserción en el programa computacional interactivo

En esta sección primero se describen los elementos pedagógicos del programa computacional interactivo que fue diseñado expresamente para este proyecto. Posteriormente se muestra la actividad didáctica, especificando su propósito, el cual se fundamenta en los elementos teóricos mostrados; el evento contextualizado que la identifica, de acuerdo a la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias; las acciones didácticas que pueden ser usadas por el estudiante en el abordaje la actividad y, las acciones computacionales asociadas a este evento; se termina con la inserción en el programa computacional interactivo.

Elementos pedagógicos del programa computacional interactivo.

Los elementos pedagógicos del programa computacional permiten la presentación y visualización de las instrucciones, las actividades a realizar, las ayudas y opciones que puede tomar el usuario, etc., en general los elementos que son usados en el proceso de aprendizaje.

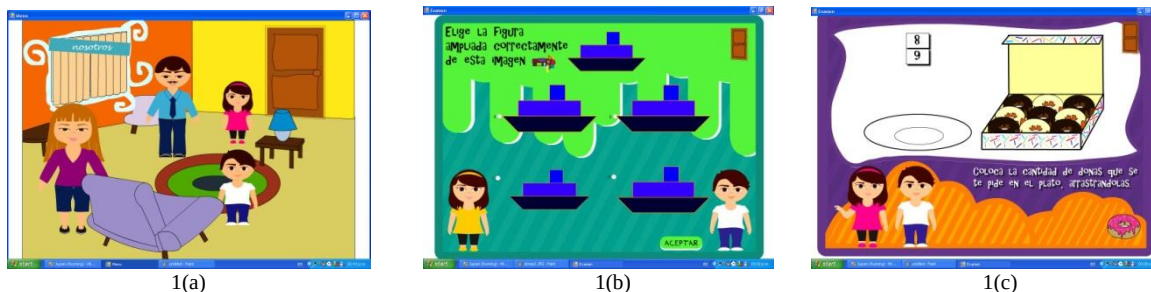


Figura 1. Pantallas ambientales y contextuales del programa computacional interactivo.

Desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo con tecnología.

Se presenta un ambiente familiar como un elemento próximo al entorno del niño. Ver figura 1a, donde el diseño de las plantillas es coherente con el uso del ambiente familiar.

También se emplean ambientes y metáforas del mundo real adecuadas para niños de sexto grado de primaria, de acuerdo a la Matemática en el Contexto de las Ciencias, ver figuras 1b y 1c.

El programa es amigable ya que permite al usuario salir, entrar y enviar. Por ejemplo, se da *click* sostenido en la puerta para salir, ver figura 2a. Se presenta un estilo visual mediante tipos de letras, botones y aspectos generales enfocado a niños de primaria, ver figura 2b. Se emplea brevedad en los textos, incorporando sonidos y gráficos para sustituir posible contenido de texto. El tipo, estilo y tamaño de letras son legibles. Los mensajes son sencillos y concretos, para evitar confusión al usuario. Se emplean gráficos con aspecto infantil, presentando imágenes y animaciones para mejorar la comunicación, ver figura 2c.

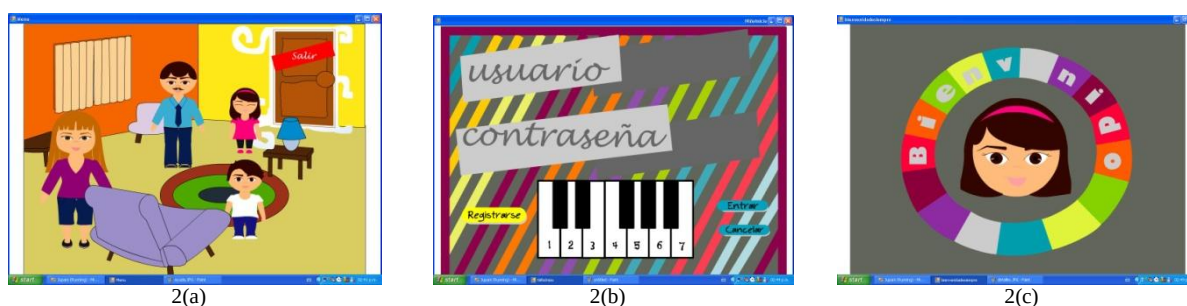


Figura 2. Pantallas amigables del programa computacional interactivo.

Se le da tolerancia al usuario de tres intentos para resolver correctamente las actividades y cuando realiza la actividad correctamente se le avisa como un medio motivador, ver figura 3a. En el programa computacional interactivo el alumno puede consultar su avance, ver figuras 3b y 3c.

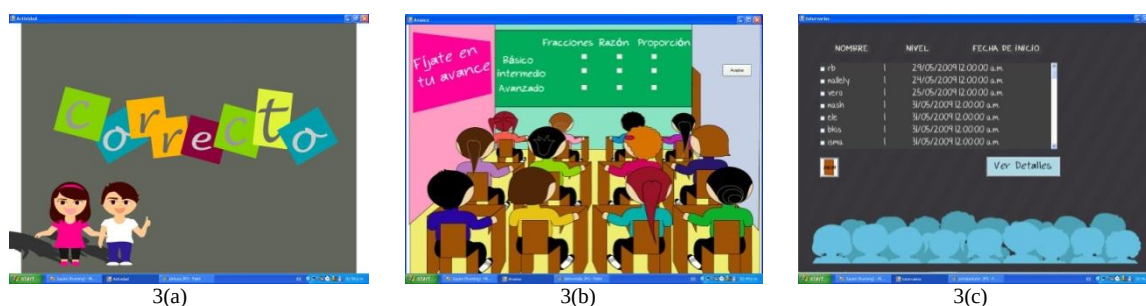


Figura 3. Pantallas motivadoras del programa computacional interactivo.

Cuando el alumno no logra realizar la actividad correctamente, entonces, se emplean animaciones para ilustrar los conceptos a través de ejemplos y se genera de inmediato asociación entre conceptos.

El uso del color es importante en instrumentos visuales, éste se utiliza para diferenciar áreas y sesiones, para advertir errores, para informar sobre alguna relación entre objetos y para mantener la atención constante. Se justifica el color dada la cantidad de elementos gráficos, recordando que el azul es el color menos legible y sensibilizador del ojo.

Actividad didáctica y su inserción en el programa computacional.

Propósito de la Actividad

La actividad persigue la construcción del concepto de proporción y en consecuencia el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Se parte de lo señalado por Piaget (1978), Streefland (1991) y Ruiz (2002), sobre que la enseñanza temprana de la proporción debe partir de niveles cualitativos de reconocimiento de éstos, por ello la actividad no requiere de la utilización de cantidades para su solución.

Evento contextualizado de la Actividad

“Ricardo tiene diez años de edad, él fue a Veracruz y en el muelle vio un barco que le gustó mucho, el niño lo dibujó en una hoja de papel. Cuando regresó a la escuela se lo mostró a su maestra. Ella solicitó en la fotocopidora 4 versiones del barco, unas amplificadas y otras reducidas, de diferentes tamaños. Después les llevó las fotocopias a sus alumnos y les pidió que eligieran la figura del barco que estuviera amplificada al doble. Ayúdalos a encontrar el barco que está amplificado”.

Acciones didácticas y computacionales de la Actividad

Para resolver esta actividad el estudiante puede hacer uso de la siguiente acción didáctica: *seleccionar la figura reducida* o amplificada a la dada. La cual corresponde al indicador (1): *amplificar y reducir*, del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo y se asocia a la acción computacional de *acceder a figuras*.

También pueden hacer uso de la acción didáctica de *sobreponer figuras*, esta acción didáctica corresponde al indicador (8) de *comparar directamente* cuando se pretende establecer proporciones de forma cualitativa (intuitiva), asimismo, también corresponde al indicador (3) de *comparar* del desarrollo del tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo. Para sobreponer las figuras, el alumno tiene la opción de arrastrar, con el mouse, cualquiera de las cuatro figuras para sobreponerlas en la original y revisar, mediante la visualización, si la figura está aumentada o reducida en todos los lados en la misma cantidad, la acción computacional asociada corresponde a *arrastrar figuras*.

La grabadora está prendida todo el tiempo para contar con los comentarios de los estudiantes y con sus *expresiones lingüísticas* que nos permiten identificar el pensamiento proporcional cualitativo a través del indicador (2) de *usar categorías verbales*.

Si, ni en un segundo intento el alumno ha podido seleccionar la figura correcta, significa que su pensamiento proporcional cualitativo está poco desarrollado; sin embargo, como ha sido mencionado, algunos alumnos desarrollan más un tipo de pensamiento que otro, por lo que se da la opción de pasar a acciones didácticas del pensamiento proporcional cuantitativo. Luego, está la acción didáctica de *usar un instrumento de medición*, asociada al indicador (9) de *comparar indirectamente*, el cual corresponde a la construcción del concepto de proporción tanto de forma cualitativa como cuantitativa, dependerá de si se establece la proporción de forma numérica (cuantitativo) o sólo la verbaliza (cualitativo). Al mismo tiempo, esta acción didáctica está asociada al indicador (6) de *medir con instrumentos* del pensamiento proporcional cuantitativo. La acción computacional correspondiente es una *regla virtual*, que le permite medir cada lado de la figura original, así como cada lado de las figuras que aparecen para seleccionar la que está amplificada.

Cabe hacer mención que este programa computacional interactivo genera aleatoriamente las figuras (no siempre es un barco), así como su amplificación o reducción en distintas escalas (que no siempre se expresan en números enteros), con el propósito de que no se vuelva mecánica o se

memorice la actividad. En general, el programa computacional genera de forma aleatoria los datos, las figuras, los contextos y las tablas.

Inserción en el programa computacional interactivo de la Actividad

En una primera pantalla se muestra la figura del barco y 4 figuras que son semejantes, pero con pequeñas diferencias entre ellas, ver la figura 1b. Por ejemplo, pueden estar al doble, al triple, a la mitad o a la tercera parte del tamaño original y se le pide al niño que elija de entre las 4 figuras la que se encuentra amplificada al doble.

Cuando el alumno ha seleccionado alguna de las figuras, es porque ha visualizado la amplificación (1) o ha arrastrado las figuras para sobreponerlas y poder compararlas (directamente 8) y definir cuál es la que está al doble. Después de seleccionar la figura, el programa computacional analiza la elección hecha y enseguida le manda una respuesta con el resultado del análisis:

a) Si es correcta se le muestra otra actividad.

b) Si es incorrecta la selección, el programa le manda un mensaje escrito que dice “la selección no es la correcta” y le pregunta si desea intentarlo de nuevo. Si responde afirmativamente, entonces, aparece la misma actividad con los mismos datos, pero con una herramienta auxiliar que es una regla virtual, como ha sido mencionado, lo que le permite medir y hacer comparaciones (indirectas 9, 6). Si aún con este apoyo de la regla virtual la selección es incorrecta nuevamente, entonces, el programa computacional interactivo le presenta otra versión de la misma actividad, la cual es generada aleatoriamente con otras figuras y otros datos, para que lo vuelva a intentar.

Si después de estos intentos el alumno no ha podido seleccionar la figura correcta, entonces, se le presenta una simulación de la actividad, con otras figuras y otros datos, de tal forma que el simulador sobrepone figuras y arrastra la regla virtual, apareciendo los datos de las medidas de las figuras, de esta forma se puede ver con las acciones que realiza el simulador cuál figura es la ampliada o reducida, de acuerdo con lo que se pide. Esto le permite al niño asociar estas acciones con las que él debió haber realizado en los intentos que llevó a cabo.

3.- Implementación, análisis y discusión de los resultados

Implementación.

Para la implementación se contó con un grupo de 29 estudiantes de sexto grado de la educación básica en México; específicamente de una escuela pública de la Ciudad de México, esta situación provocó que la mayoría fueran niños que no tenían mucho contacto con computadoras, lo que hizo que estuvieran motivados y entusiasmados en participar. Las edades de los alumnos fluctuaban entre once y doce años de edad.

Se emplearon seis sesiones para el trabajo con los estudiantes, cada una con una duración de dos horas.

El análisis y discusión de los resultados se llevan a cabo en relación a los indicadores de la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa) y a los del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo.

Análisis y discusión de los resultados.

Se identifican a siete de veintinueve estudiantes quienes eligieron la figura ampliada (Ind.1), mediante la visualización, aunque cabe hacer mención que dos de ellos lo hicieron hasta el segundo intento. Pero, en general, se puede decir que el 24% de los estudiantes, mediante la visualización pueden identificar las proporciones y seleccionar la figura correcta, es decir, tienen desarrollado su pensamiento proporcional cualitativo. Esto se puede observar a través de las grabaciones de las categorías verbales (Ind.2) de los alumnos, tales como “éste es más grande que el otro”, “parece que éste es el doble”, las cuales expresaron, seis de los siete alumnos, durante esta actividad.

Los estudiantes que no han desarrollado este pensamiento proporcional cualitativo no pueden identificar visualmente la figura correcta y necesitan recurrir a las comparaciones directas e indirectas. En la comparación directa hacen uso de la acción didáctica de sobreponer figuras, mientras que en la comparación indirecta, la acción didáctica es el uso de un instrumento de medición

Cabe hacer mención que los alumnos que tienen experiencia en juegos computacionales, de manera natural toman una figura con el mouse y la arrastran hasta donde ellos quieren; con ello logran sobreponer figuras para identificar la figura reducida o ampliada según lo que es solicitado. En la actividad, ocho de veintinueve estudiantes arrastran figuras cumpliéndose el indicador comparar directamente (Ind. 8), el cual da evidencia de que pueden establecer proporciones de forma cualitativa. Obsérvese que la acción de sobreponer figuras también determina el indicador comparar (Ind. 3), el cual favorecen el tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo. Así, el 28% de los alumnos comienzan a desarrollar su pensamiento proporcional cualitativo y a transitar al pensamiento proporcional cuantitativo. Además, se graban comentarios de tres de los ocho estudiantes, tales como: “este lado es el doble del otro” o “este lado cabe dos veces en el otro”, denotando el uso de proporciones internas (Ind. 11), ver la tabla 1, lo cual da muestra de un manejo incipiente de proporciones de forma cuantitativa.

Los restantes catorce de veintinueve estudiantes emplearon los dos intentos que les da el sistema para hacer la selección mediante la visualización o arrastre de figuras, sin éxito. Además, en las grabaciones de audio se registraron expresiones lingüísticas que muestran dificultad para hacer la selección como “las tres figuras que son más grandes se parecen”. Es posible decir que estos alumnos no han logrado desarrollar su pensamiento proporcional cualitativo.

Al no tener éxito, el programa computacional interactivo les proporciona una regla virtual. Sólo seis de los catorce estudiantes midieron (Ind. 6) los lados de las figuras y las compararon a través de este instrumento identificando la figura correcta, con lo cual se verifica el indicador comparar indirectamente (Ind. 9). Al estar midiendo, los estudiantes obtienen valores numéricos que comparan lados con lados correspondientes, estableciendo proporciones internas (Ind. 11), lo que da la entrada a establecer razones de forma explícita; seis de los catorce estudiantes al realizar estas acciones muestran indicios del desarrollo de su pensamiento proporcional cuantitativo.

Los restantes ocho estudiantes de los catorce que emplearon la regla virtual, sólo midieron uno de los lados y seleccionaron la figura que estaba al doble en el lado homólogo, pero no se percataron que tenían que medir todos los lados de la figura para compararlos con la figura que seleccionaron. Este error los llevó a no tener éxito en la selección de la figura correcta, lo que nos

muestra que estos ocho alumnos tampoco han desarrollado su pensamiento proporcional cuantitativo.

Conclusiones

Las diferentes acciones computacionales, arrastrar con el mouse y usar una regla virtual, inciden en las acciones didácticas de sobreponer una figura en la otra para hacer la comparación o usar un instrumento de medición. Todo de ello dependió del tipo de pensamiento proporcional que previamente habían desarrollado, ya sea cualitativo o cuantitativo.

Referencias

- Piaget, J. (1978). *Psicología del Niño*. Madrid: Ediciones Morata, pp. 131-150.
- Camarena, G. P. (2002). La Didáctica de las Ciencias. *Memorias del Tercer Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*, México, pp. 289 a 295.
- Camarena, G. P. (2005). *La matemática en el contexto de las ciencias: las competencias profesionales*. Reporte de investigación No. CGPI-IPN: 20040434. México: Editorial ESIME-IPN.
- Camarena, G. P. (2003). La resolución de problemas en el contexto de las ciencias. *Memorias del Tercer Congreso Internacional de Educación*, Polo Académico, San Luis Potosí, México.
- Harris J. (2001, Noviembre 30), Las Tecnologías y la Educación en la Edad Temprana; EDUTEKA, Edición 6, Consultado: sábado 10 de octubre de 2008 de <http://www.eduteka.org/HarrisEdadTemprana.php>
- Bianchini, A. (1992). Metodología para el desarrollo de aplicaciones educativas en ambientes multimedios. Cap. IV, Consultado: Agosto 2008 <http://www.ldc.usb.ve/~abianc/mmm.html>
- Galbraith, P. y Haines, C. (1998). Disentangling the nexus: attitudes to mathematics and technology in computer learning environment. *Educational Studies in Mathematics*, Vol.36.
- Gourash, N. (2005). Web-based tutorials for teaching introductory statistics. *Journal of Educational Computing Research*, vol. 33, núm. 3, pp. 309 - 325.
- Engelbrecht, J.; Harding, A. (2005). Teaching undertradtuate mathematics on the internet. Part 1: Technologies and Taxonomy. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 235-252.
- Ruiz, L. E. F., (2000). Study Of Solving Strategies And Proposal For The Teaching Of Ratio And Proportion. *Proceedings Of The Twenty-Second Annual Meeting North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*, 2, 395-396.
- Ruiz, L. E. F., (2002). Estudio de estrategias de solución y una propuesta de Enseñanza de razón y proporción. Tesis Doctoral. Cinvestav-IPN. México. 17-344
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1978). Las operaciones intelectuales y su desarrollo. En J. Delval (Ed.), *Lecturas en Psicología del niño, I* (pp. 70-119). Madrid: Alianza Editorial.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holland Dordrecht: D. Reidel Publishing Company. 28-33, 178-209.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education*. Tesis doctoral publicada por la Kluwer Academic Publishers. 46-134.