

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

Ana Lucia N. **Junqueira**

Universidade Bandeirante de São Paulo

Brasil

anajunqueira@gmail.com

Maria Lucia **Tavares. de Campos**

Universidade Bandeirante de São Paulo

Brasil

mlucampo@globo.com

Leika **Watabe**

Universidade Bandeirante de São Paulo

Brasil

Resumo

O ensino de estatística e probabilidade oportuniza a discussão de um ramo da matemática dos mais pertinentes da atualidade. A probabilidade, embora intimamente associada à estatística, tem características próprias buscando quantificar a incerteza existente em determinada situação. As aplicações da teoria das probabilidades no cotidiano devem ser citadas em sala de aula para despertar o interesse do aluno. Encontramos na literatura diferentes abordagens da probabilidade, entre as quais, a clássica, a frequentista e a geométrica. A oficina tem por objetivo trabalhar esses conceitos e como estratégia didática utiliza uma sequência de ensino que enfoca a probabilidade geométrica, utilizando a probabilidade frequentista articulada a conceitos geométricos elementares. Tal sequência de natureza didática, conduz à definição do conceito a partir de situações-problema e da observação da estabilização da frequência relativa de um evento após um grande número de repetições da experiência aleatória, favorecendo a apropriação significativa destes conceitos.

Palavras chave: probabilidade geométrica, ensino de probabilidade, sequência de ensino, jogo, ambiente de aprendizagem virtual.

Introdução

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), recomenda que desde as séries iniciais do Ensino Fundamental sejam trabalhados conteúdos de Estatística e Probabilidade (NCTM, 1991). No Brasil, essa recomendação se faz presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que reflete a preocupação com o ensino de Estatística desde as séries iniciais, constituindo-se em um grande avanço para o Ensino Fundamental. Nos PCN para a Educação Básica, o Ensino de Probabilidade e Estatística aparece inserido no bloco de conteúdos

denominado “Tratamento da Informação”. O ensino de Estatística e Probabilidade oportuniza a discussão de um ramo da matemática com características das mais pertinentes do mundo em que vivemos e são essas características que alimentam o desenvolvimento da área, sendo um dos objetivos do ensino de Probabilidade pelo PCN.

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau de possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, 1998, p.52).

Em nosso país os estudos acerca dessa temática são muito recentes e em quantidade limitada. Lopes (1998, 2008), Coutinho (1994), Cazorla & Santana (2010), entre outros, evidenciam a relevância em se pensar e pesquisar o ensino e aprendizagem dos conceitos estocásticos, isto é, o ensino de Probabilidade conjunto ao da Estatística, uma vez que nenhum campo da atividade e do pensamento humano pode desconsiderar esses princípios. Além disso, a representação de dados e o Tratamento da Informação podem abrir espaço para a incorporação crítica das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino.

A pertinência da problemática justifica-se, também, pela ampliação das potencialidades de tratamento de dados de experimentos e observações. Com o surgimento da era tecnológica contemporânea somos expostos constantemente a um grande volume de informações apresentadas por meio de gráficos e tabelas que, para análise e compreensão crítica, demandam noções básicas de Estatística (Campos, 2005).

A Teoria das Probabilidades

A Teoria das Probabilidades se apresenta como um estudo teórico de fenômenos envolvendo a incerteza e utilizando ferramentas básicas do cálculo matemático. Esses fenômenos, conhecidos como aleatórios, estocásticos ou não determinísticos, são predominantes em todas as áreas do conhecimento e se caracterizam, na repetição em condições idênticas, por produzirem resultados diferenciados, ou seja, não é possível determinar, com exatidão, qual o seu resultado.

Spiegel (2004, apud Bayer, Bittencourt, Rocha, Echveste, 2002) considera um experimento aleatório aquele onde o pesquisador não é capaz de conhecer nem controlar o valor de certas variáveis durante a execução do experimento. Este conceito de experimento aleatório traz um pouco de determinismo na sua definição, mas, sem dúvida, é o mais adequado para descrever o que a comunidade científica considera como experimento aleatório. Um experimento aleatório apresenta as seguintes características:

- Não se conhece o resultado do experimento antes de realizá-lo;
- É possível listar um conjunto com todas as possibilidades do experimento aleatório - *Espaço Amostral (S)*;
- Ao realizar um grande número de repetições do experimento aleatório, uma regularidade poderá surgir.

Abordagens da probabilidade

A conceituação de Probabilidade se aperfeiçoou com o passar dos anos e hoje encontramos diferentes abordagens, entre as quais se destacam: a clássica, a frequentista e a geométrica.

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

Para Bernstein (1997), a abordagem **clássica** foi primeiramente publicada pelo italiano Girolamo Cardano no livro *Liber de ludo alea* (Livro dos jogos de azar) em 1525. Essa abordagem para calcular probabilidades é bastante simples e direta, mas só pode ser usada em espaços amostrais equiprováveis.

Considere $P(A)$, a probabilidade de ocorrer o evento A . Utilizando o conceito clássico a probabilidade de ocorrer A é dada por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{\text{Total}(S)}$$

onde $n(A)$ é o número de resultados favoráveis ao evento e $\text{Total}(S)$ é o número total de resultados em S .

Já o conceito frequentista estabelece o cálculo de probabilidades por meio de observações sucessivas de um experimento aleatório. A probabilidade é estimada de maneira empírica experimental, podendo ser encontrada quando o número de experimentações n tende ao infinito. A probabilidade de ocorrência do evento A pode ser definida como um limite da seguinte forma:

- O experimento é repetido n vezes.
- Observa-se a frequência relativa de ocorrência de um certo resultado A .

$f_r(A) = \frac{n(A)}{n}$, onde $n(A)$ é o nº de vezes em que ocorre o resultado A em n realizações do experimento.

Para Coutinho (1994), em sua dissertação de mestrado,

(...) o ensino do conceito de Probabilidades pela visão frequentista proporciona ao aluno uma ligação mais estreita com o mundo real, o mundo do cotidiano, uma vez que este ensino é fundamentado na definição de Probabilidade como sendo a frequência limite de um evento, quando repetimos uma experiência aleatória um grande número de vezes. (Coutinho, 1994, p.79).

Na Probabilidade Geométrica trabalhamos com razões entre medidas de mesma natureza, medidas estas de figuras geométricas. Probabilidade geométrica é entendida como um limite da probabilidade frequentista P_F , quando o número n de realizações do experimento se torna muito grande.

Nesta etapa pretende-se consolidar o conceito de probabilidade geométrica e suas propriedades: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(A|B)$.

A Probabilidade Geométrica conserva as propriedades da visão clássica. Dessa forma, confrontam-se os resultados de um mesmo experimento com os obtidos na Probabilidade Frequentista, e também seus eventos aleatórios são medidos e não contabilizados.

O jogo como um recurso didático

O uso de jogos como recurso didático é amplamente difundido, tanto pelo seu caráter lúdico, quanto por estimular a participação colaborativa na aprendizagem.

Hurtado (1999) afirma que, de acordo com a abordagem frequentista, o uso de jogos na sala de aula torna-se uma ferramenta muito útil para familiarizar o aluno com o mundo probabilístico, uma vez que experiências com materiais, como, moedas, dados, baralho, urnas e bolas, e mesmo jogos de loteria, roleta e dardos, propiciam uma correspondência direta do ensino com o cotidiano do mesmo. Dificuldades encontradas nesse tipo de experiência podem ajudar a transpor obstáculos de ordem epistemológica, que surgem na construção desse conhecimento.

Sequência didática para o ensino de probabilidade

Trabalhar com sequências didáticas que envolvam conteúdos de estatística e probabilidade é uma ideia interessante, pois possibilita que alunos da Educação Básica desenvolvam habilidades que os auxiliem na coleta, no tratamento, na análise, na interpretação e na crítica de informações retiradas de situações cotidianas e que chegam até eles através dos mais variados meios de comunicação. Em vista disso, é extremamente importante que seus professores estejam preparados não apenas para compreender a linguagem estatística, mas também para levar o aluno a desenvolver o raciocínio estatístico e probabilístico. O objetivo principal de sequências didáticas é propor tarefas e atividades que propiciem o desenvolvimento desse raciocínio através de temas geradores, do uso de materiais de manipulação ou de tecnologias.

Trabalhos e pesquisas nessa direção foram desenvolvidos recentemente e estão relatados em artigos, dissertações ou teses. Na maioria deles, a fundamentação é de natureza didática, no sentido utilizado na França, seguindo os trabalhos da Teoria da Transposição Didática, de Guy Brousseau, e da Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud: um estudo teórico e aplicado das relações entre o ensino e a aprendizagem em matemática.

Entretanto para fins desse trabalho, não temos a pretensão de cumprir com todas as etapas que atendem as características de sequência didática mencionada acima. Vamos trabalhar com uma situação didática entendida como uma modalidade organizativa na qual as noções que conduzem à definição do conceito de probabilidade são desenvolvidas a partir de atividades ou situações-problema em torno do objeto do saber. Dessa forma, as atividades aqui desenvolvidas caracterizam uma sequência de ensino, em que o professor conduz as etapas em conjunto com os alunos.

Sequência de ensino: jogo da roleta

A escolha do tema probabilidade geométrica justifica-se pelo fato de o conceito de probabilidade ser apresentado nos livros didáticos, quase que exclusivamente, com o uso de baralho, moedas e dados. A nossa opção pelo uso da geometria no ensino de probabilidade oferece ao estudante a oportunidade de rever alguns conceitos geométricos.

Elaboramos uma sequência de ensino que visa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos de probabilidade de forma a favorecer a apropriação significativa dos mesmos. Trabalhamos o conceito de probabilidade frequentista articulada a conceitos geométricos elementares, tais como área de figuras planas, normalmente já abordada desde as séries finais do Ensino Fundamental. A partir desse nível de escolaridade, entendemos que, a critério do professor, esta sequência é apropriada para ser aplicada.

Objetivo geral: formar o conceito de probabilidade geométrica.

Objetivos específicos:

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

- Proporcionar uma variedade de experiências que permitam observar os fenômenos aleatórios e diferenciá-los dos deterministas.
- Utilizar conceitos de geometria plana, como círculos, setor circular e áreas de figuras planas.
- Abordar o conceito de probabilidade frequentista para estabelecer a relação com a probabilidade geométrica.
- Analisar padrões observados, comparando os resultados das experimentações com a probabilidade teórica para confirmar a regularidade do fenômeno aleatório.
- Observar o fenômeno da convergência, mediante acumulação de resultados do grupo, comparando a confiabilidade de pequenas e grandes amostras.

Público-alvo da oficina: professores, estudantes de graduação e pós-graduação.

Tempo estimado: 2 horas para o desenvolvimento nessa oficina. Mas vale salientar que o tempo previsto de aplicação da sequência de ensino em sala de aula é de 4 horas aula, dado que a sequência estará sendo dirigida a alunos que estarão sendo iniciados no tema.

Recursos necessários:

- Laboratório de Informática com acesso à internet (banda larga) e software Java instalado para uso do *applet* Rodas da Fortuna¹;
- Lápis e papel;
- Roletas construídas com papel cartão.

Desenvolvimento

As atividades apresentadas nesta sequência de ensino serão baseadas no jogo da roleta.

Recomenda-se fazer um pré-teste e um pós-teste. O pré-teste permite uma avaliação diagnóstica das concepções prévias sobre chance, probabilidade, experimentos aleatórios, conexões entre resultados de experimentos aleatórios e a probabilidade do evento. O pós-teste, mais que avaliar o aprendizado, possibilita ao aprendiz refletir sobre os equívocos e acertos das suas concepções prévias e ressignificar o aprendizado.

Vamos relacionar probabilidade e geometria abordando a relação entre ângulos, setores circulares, áreas e probabilidade. Construir roletas e fazer experimentos de probabilidades com elas é bastante divertido, os alunos costumam apreciar muito esse tipo de tarefa.

Antes de começar pode-se contar ao aluno um pouquinho da história desse jogo: Fortuna, equivalente à deusa grega Tique, era a deusa da fortuna e a personificação da sorte na mitologia romana. Ela podia trazer boa ou má sorte, pois distribuía seus desígnios aleatoriamente, sendo algumas vezes representada com a vista vendada, como a moderna imagem da justiça, ou cega. Em outros quadros e desenhos, Fortuna é representada girando sua Roda de forma aleatória, e dependendo da posição das pessoas na roda, sofrem grande infortúnio ou ganham lucros inesperados.

¹ Responsável Prof. Dr. Humberto José Bortolossi. Projeto Conteúdos Digitais para o Ensino e Aprendizagem de Matemática e Estatística-CDME/UFF. www.uff.br/cdme.

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

Em seguida, para estimular a curiosidade, pode-se apresentar ao aluno a roda da fortuna e perguntar, por exemplo:

- Quem conhece ou já brincou com esse jogo?
- Notaram que a “fatia” destinada para o maior prêmio na roda é muito menor que os outros?
- O tamanho da “fatia” na roda afeta ou não que a roda pare nessa fatia?

Dando início à sequência:

Atividade 1

Esta atividade propicia a oportunidade de discutir a geometria dos círculos e em particular a razão entre a área de um setor circular e a área total deste círculo. Pensando no conceito de probabilidade geométrica, esta atividade permite trabalhar a relação entre probabilidade geométrica de um setor circular e o seu ângulo central.

Então vamos recordar:

Dado um setor circular de ângulo central θ° , de um círculo de área A , podemos determinar a sua área, X , através de uma simples regra de três.

Observe a Figura 1:

$$360^\circ \text{ ----- } A$$

$$\theta^\circ \text{ ----- } X$$

Assim, a razão entre a área deste setor circular e a área total do círculo pode ser calculada da seguinte forma:

$$\frac{X}{A} = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} = \frac{\theta}{360}.$$

Nessa atividade a roleta deverá ter 3 setores circulares. Reflitam sobre as seguintes questões:

- Como construir uma roleta “democrática” de três setores, isto é uma roleta em que cada setor circular tenha a mesma probabilidade de ocorrência na parada do ponteiro? Qual será essa probabilidade?
- Na roleta da Figura 2, se o setor verde tem ângulo central de 60° , qual a probabilidade do ponteiro parar no setor vermelho?
- Se num dos setores circulares dessa roleta, a probabilidade do ponteiro parar nela é $\frac{1}{8}$, qual é o ângulo central desse setor.

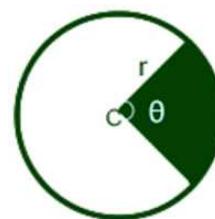


Figura 1: roleta 1

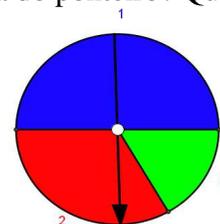


Figura 2: roleta 2

Dê possíveis probabilidades para os outros dois setores e os respectivos ângulos centrais.

- É possível construir uma roleta cujos setores circulares tenham probabilidades: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{12}$? Explique sua resposta.

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

Agora a roleta deve ser assim, como na Figura 3:

Vamos jogar? Aqui estão as regras do jogo:

O **jogador 1** ganha 10 pontos se o ponteiro parar no vermelho.

O **jogador 2** ganha 16 pontos se o ponteiro parar no azul.

O **jogador 3** ganha 24 pontos se o ponteiro parar no verde.

A regra é justa? Justifique.

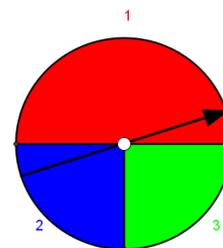


Figura 3: roleta 3

- Que possibilidades tem cada jogador de ganhar pontos nesse jogo?
- Qual a probabilidade que cada um tem de ganhar pontos nesse jogo?
- Se uma partida tivesse 100 rodadas de roleta, quem poderia ganhar o jogo?

Atividade 2

Nesta atividade serão feitas simulações computacionais com o *applet* “Rodas da Fortuna”².

No *applet* podemos escolher: número de setores circulares; ângulos centrais, dentro das possibilidades que as regras da probabilidade permitem; cores para os setores circulares; número de experimentos.

Este jogo permite de uma forma lúdica:

- Discutir a geometria dos círculos, e em particular a razão entre a área de um setor circular do círculo e a área total deste círculo.
- Estabelecer relação entre probabilidade e geometria.
- Reconhecer a diferença entre probabilidade frequentista e teórica.
- Verificar empiricamente que a probabilidade frequentista se aproxima da probabilidade teórica (no caso, a geométrica) depois de um número grande de experimentos.
- Estabelecer relação entre a probabilidade (possível!) que se quer dar para cada setor da roda e o grau do ângulo central desse setor.

A seguir faça três simulações usando o *applet* “Rodas da Fortuna” mencionado acima. Os setores circulares serão identificados pela sua cor.

Simulação 1: Escolha em “número de possibilidades” o valor 5 e clique em atualizar. A roda terá 5 setores circulares.

Resposta: Qual é o ângulo central de cada setor circular. A probabilidade do ponteiro da roleta parar em cada setor é a mesma? Justifique sua resposta.

Agora faça 50 experimentos. Para isso vá clicando no botão “Sortear”, até completar 50 cliques e **responda:**

- Qual a probabilidade frequentista do ponteiro parar em cada um dos setores circulares?

² O endereço do *applet* é: <http://www.uff.br/cdme/rdf/rdf-html/rdf-br.html>

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

- Qual a probabilidade geométrica do ponteiro parar em cada um dos setores circulares? Responda na forma percentual.
- Para cada setor circular, compare os valores obtidos nos dois itens anteriores. O que você pode dizer sobre isso?
- O que acontecerá se aumentar o número de experimentos? Teste! Aumente o número de experimentos, e observe os resultados das probabilidades frequentista e geométrica. A que conclusão você chegou?

Simulação 2: Escolha em “número de possibilidades” o valor 5 e clique em atualizar.

A roda terá 5 setores circulares. Agora, faça escolhas no jogo de forma a obter setores circulares com ângulos centrais de 45° , 60° , 90° , 45° , 120° e com as seguintes cores: amarelo, azul, vermelho, verde, rosa, respectivamente.

Responda:

- Esses setores têm a mesma probabilidade de ocorrência na parada do ponteiro? Justifique sua resposta.
- Se sua resposta para a pergunta anterior foi não, diga qual setor tem maior probabilidade de ocorrência na parada do ponteiro e qual tem menor probabilidade. Explique como tirou suas conclusões.

Agora, faça 50 experimentos. Para isso vá clicando no botão “Sortear”, até completar 50 cliques.

Responda:

- Qual a probabilidade frequentista do ponteiro parar no setor circular amarelo? E no setor circular rosa?
- Qual a probabilidade geométrica do ponteiro parar no setor circular amarelo? E no setor circular rosa? Responda na forma percentual.
- Compare os valores obtidos para o setor amarelo e para o setor rosa nos dois itens anteriores. O que você pode dizer sobre isso?
- O que acontecerá se aumentar o número de experimentos? Teste! Aumente o número de experimentos, e observe os resultados das probabilidades frequentista e geométrica. A que conclusão você chegou?

Simulação 3: Escolha em **número de possibilidades** o valor 8 e clique em atualizar.

A roda terá 8 setores circulares. Agora, faça escolhas no jogo de forma a obter setores circulares, cujos ângulos centrais variam em sequência crescente, de 10 em 10 graus. O menor ângulo é de 10° . Use as seguintes cores, começando do setor de ângulo central de 10° : vermelho, marrom, verde, roxo, azul, amarelo, cinza, rosa.

Responda:

Qual setor tem maior probabilidade de ocorrência na parada do ponteiro e qual setor tem menor probabilidade? Explique como tirou suas conclusões.

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

Agora, faça 50 experimentos. Para isso vá clicando no botão “Sortear”, até completar 50 cliques.

Responda:

- Qual a probabilidade, em percentuais, do ponteiro parar no setor rosa? E no setor marrom?
- Compare essas probabilidades? O que você pode concluir? Você pode explicar essa conclusão geometricamente.
- As probabilidades frequentista dos setores rosa e marrom permitiriam você tirar as mesmas conclusões?

Atividade 3

Esta atividade explora, a probabilidade geométrica e suas propriedades: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(A | B)$.

Considere a roleta dividida em 8 setores circulares, cujos ângulos centrais correspondentes variam em sequência crescente, de 10 em 10 graus. O menor ângulo é de 10° . Esta roleta já foi abordada na simulação 3, porém com setores de outras cores.

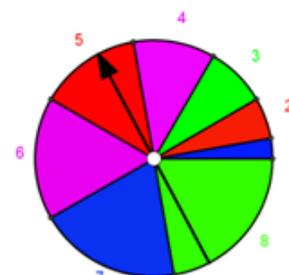


Figura 4: roleta

Pense no que você entende por probabilidade geométrica e tente responder as seguintes questões:

- Em qual cor o ponteiro tem maior probabilidade de parar? E em qual tem menor probabilidade?
- Qual a probabilidade do ponteiro parar num setor circular de cor azul?
- Dado que o ponteiro não parou num setor circular de cor verde, qual a probabilidade dele ter parado num setor circular de cor azul?
- Dado que o ponteiro parou num setor circular de cor vermelha, qual a probabilidade de ter parado no setor vermelho de menor ângulo central?

Lembre-se de que a **probabilidade condicional** trata da probabilidade de ocorrer um evento A, tendo ocorrido um evento B, ambos do espaço amostral S, ou seja, ela é calculada sobre o evento B e não em função do espaço amostral S. **É muito importante que o aprendiz entenda a mudança no espaço amostral.** Por exemplo, no último item acima o espaço amostral deixa de ser a roda toda para ser apenas os setores circulares de cor vermelha.

A probabilidade condicional é denotada por $P(A | B)$ e $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Considerações finais

O uso de sequências de ensino permite a apresentação de um conteúdo, que parte de experiências vivenciadas e de conhecimentos prévios e dá seguimento, passo a passo, numa ordenação elaborada que conduz à construção do conceito pretendido.

Segundo Vygotsky (2001), “um passo de aprendizagem pode significar cem passos de desenvolvimento”.

É acreditando nisso que elaboramos a sequência de ensino para iniciar o desenvolvimento do pensamento probabilístico. A abordagem frequentista de probabilidade vem ao encontro desse propósito, uma vez que permite apresentar essas noções com experimentos simples, factíveis de serem mensurados, sem perder de vista a ideia de estabilização dos resultados nos caso de se aumentar a frequência do experimento. Além disso, a probabilidade geométrica utilizada no trabalho com a Roda da Fortuna permite relacionar conceitos geométricos e probabilidade, aproveitando o caráter lúdico do jogo. Essas dimensões juntas favorecem o aprendizado desejado e tal tipo de trabalho pode ser utilizado em diferentes níveis de escolaridade, adequando-o convenientemente ao aprofundamento desejado dos conceitos.

Esperamos que a oficina possa mostrar aos participantes as potencialidades desse tipo de abordagem para ser replicada em sala de aula.

Por fim, vale ressaltar a importância do ensino de probabilidade na escola como um poderoso instrumento social que pode permitir ao jovem aprendiz uma melhor compreensão das estatísticas oficiais capacitando-o para exercer a sua cidadania de forma crítica e consciente

Bibliografia e referências

- Abe, T. & Bittar, M. A aprendizagem de probabilidade no 9º ano do Ensino Fundamental: as concepções clássica, frequentista e geométrica. Recuperado de http://ebrapem.mat.br/inscricoes/trabalhos/GT08_Abe_TA.pdf.
- Bayer, A., Bittencourt, H., Rocha, J., Echeveste, S. Probabilidade na escola. 2002. Recuperado de www.exatas.net/artigo_ciem2.pdf.
- Bernstein, P. L. (1997). Desafio dos Deuses. 6ª ed. Rio de Janeiro: Campus.
- Bortolossi, H. CDME – Conteúdos Digitais de Matemática para o Ensino Médio. Universidade Federal Fluminense: <http://www.professores.uff.br/hjbortol/>
- Brasil. Ministério da Educação. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: SEF
- Brasil. Ministério da Educação. (2002). Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: SEMTEC.
- Campos, S. & Novais, E. Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender probabilidade e estatística nas séries iniciais. X ENEM. Recuperado de www.moodle.ufba.br/file.php/11468/Jogos_no...de.../T2_MC1938.pdf.
- Cazorla, I & Santana, E. (Org). (2010). Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico. Itabuna: Via Litterarum.
- Coutinho, C. (1994). Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Hurtado, N. & Costa, J. A probabilidade no Ensino Médio: a importância dos jogos como ferramenta didática. Recuperado de <http://www.inf.ufsc.br/cee/pasta3/art3p3.html>.
- Kataoka, V. et all. Utilização do Conceito de Probabilidade Geométrica como Recurso Didático no Ensino de Estatística. Recuperado de www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../MC57002509500T.doc
- Lopes, C. A. E. A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta

- Lopes, C. A. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica. e a formação de professores. 2008. *Cad. Cedes*, Campinas , vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr.
- Mendes, C. et al. Sequências Didáticas e o Ensino de Estatística: dos parâmetros curriculares para a sala de aula. Recuperado de www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss09_04.pdf.
- NCTM, (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics .*Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*, tradução APM, 1994.
- Oliveira, P. (2007). Ensino-aprendizagem de probabilidade estatística: um panorama das dissertações do programa de estudos pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP. Monografia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil. Recuperado de http://www.pucsp.br/~cileda/MONOGRAFIA_FINAL_PRISCILA_GLAUCE_-_FSA.pdf.
- Silva, I. (2002). Probabilidades: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil. Recuperado de http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/ismael_araujo_silva.pdf.
- Spiegel, M.R., Schiller, J., Srinivasan, (2004). R. A. Probabilidade e estatística. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman.
- Vygotsky, L. S. (2001). A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo: Martins Fontes.

Anexo

Informação geral	
Título da oficina: Uma sequência de ensino em probabilidade geométrica: o jogo da roleta	
Nome dos autores: Ana Lúcia Nogueira Junqueira, Leika Watabe, Maria Lúcia Tavares de Campos	
Instituições dos autores: Universidade Bandeirante de São Paulo – Uniban	
País ou países dos autores: Brasil	
Número de horas mais convenientes:	2 horas
Nível de escolarização para o qual será dirigida a Oficina:	Geral
Número máximo de pessoas:	30
Equipamentos audiovisuais ou informáticos necessários:	Laboratório de informática, conexão à internet banda larga, software Java instalado