



## PARA QUE ENSINAR REGRA DE TRES?

Denivaldo **Pantoja** da Silva  
Universidade Federal do Pará  
Brasil

[denivaldo09@yahoo.com.br](mailto:denivaldo09@yahoo.com.br)

Renato Borges **Guerra**  
Universidade Federal do Pará  
Brasil

[rguerra@ufpa.br](mailto:rguerra@ufpa.br)

### Resumo

O presente trabalho é parte de uma pesquisa sobre a regra de três como prática social de modelagem matemática. Aqui, a luz da história da matemática e da educação matemática crítica buscou compreender o abandono explícito da regra de três que começa ser evidenciado pelos livros didáticos recomendados pelo guia do Plano Nacional do Livro Didático e propor encaminhamentos para o seu ensino de acordo com o desejado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais PCN's, que clama pelo ensino que priorize as conexões e os significados que podem ser atribuídos aos conteúdos matemáticos e a integração com outras áreas científicas.

*Palavras-chave:* Ensino, Regra de três, história da matemática, matemática crítica, livro didático.

### Introdução

As atividades que as pessoas desempenham em nossa sociedade das mais comuns as mais complexas, como vestir, comprar, fazer estimativas, medir, comparar, prever, problemática ambiental, política, economia estão relacionadas com a matemática. Estas e outras atividades humanas do cotidiano requerem competências matemáticas que levem a solução de problemas para serem executadas de forma eficiente e em um curto espaço de tempo e, ainda, que seja satisfatório para um grupo de pessoas ou para uma sociedade. Isso nos leva a pensar que para a tarefa de comprar determinado produto no comércio onde são oferecidas opções de compras a vista com desconto ou a prazo sem desconto, por exemplo, que induz a pessoa tomar decisão, nesse caso, o conhecimento matemático pode contribuir de forma positiva para realizar com êxito a compra, decidindo de forma crítica pela opção que melhor lhe convier. Da mesma forma, que

A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. (Brasil, 1997 p.27)

Sabemos que outras ações no contexto atual também exigem competências matemáticas que se tornam cada vez mais complexas à medida que as interações sociais estabelecidas se

## *Para que ensinar Regra de Três?*

diversificam e se intensificam como, por exemplo, a problemática do trânsito de veículos automotores nas grandes metrópoles. Essa preocupação também é manifestada pelo Guia do Livro Didático do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD-2008) quando diz: Em sociedades como a nossa, permeadas por tecnologias de base científica e por um crescente acúmulo e troca de informações de vários tipos, é consenso reconhecer que as competências matemáticas tornaram-se um imperativo (Brasil, 2007 pp.12-13)

Da mesma forma, Viudes (2008) se posiciona sobre a função da matemática nas atividades diversas. Segundo esse autor:

Em nossos dias, a matemática cumpre uma função fundamental em todas as ciências e saberes técnicos, não só nas ciências da natureza, mas nas ciências sociais incluída a antropologia com o manejo da teoria dos jogos, a teoria de catástrofes, a estatística e métodos de investigação social, a investigação operativa, a teoria do caos, os sistemas dinâmicos etc. (Viudes 2008, p.2) [Tradução nossa].

Por essas e outras razões, é notório afirmar que os desenvolvimentos das capacidades de utilizar a matemática no enfrentamento de situações e de interpretar informações estatísticas do mundo real são indispensáveis para formação do cidadão da sociedade moderna (Ponte, 2002).

Esses olhares ajudam a compreender a matemática como ferramenta imprescindível para a produção de tecnologia inclusive a utilizada na construção dos computadores, dos satélites de comunicação e em outras relações de produção e trocas de bens e serviços existentes na sociedade. Apontam para uma necessidade de uma reflexão sobre a educação matemática das pessoas ou ainda, busca-se uma alfabetização matemática capaz de formar cidadãos críticos e reflexivos, preparados para o mundo do trabalho como deseja os Parâmetros Curriculares nacionais (PCN's),

Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (Brasil, 1997 p.25)

Por outro lado, parece que a escola pouco tem se dedicado em promover nas salas de aula meios que facilitem ao estudante perceber nexos entre a matemática escolar e as diversas situações das atividades humanas, caracterizando com isso um ensino desprovido de sentido e de significado. Nesse aspecto a regra de três apresenta um leque de possibilidades para significar outros temas da matemática como o principio multiplicativo, expressões algébricas, porcentagem, polinômios, matemática financeira, função linear, progressão geométrica, teorema de Tales e em outras disciplinas do currículo oficial como, por exemplos, a física, a química e a geografia.

Segundo o guia de obras recomendadas do PNLD em 2008, o tema regra de três é apresentado na sexta série e, de forma geral, seu estudo é precedido do estudo de proporcionalidade. Apenas uma obra apresenta a regra de três como uma unidade de estudo, oito apresentam explicitamente a regra de três, enquanto nas sete outras não há destaque de forma explícita para regra de três.

De outro modo, a regra de três já não se faz presente explicitamente em grande parte dos livros didáticos recomendados pelo guia de 2008 do PNLD para serem adotados nas escolas públicas, embora para esse guia um livro didático deva oferecer informações e explicações sobre

## *Para que ensinar Regra de Três?*

o conhecimento matemático que interfere e sofre interferências das práticas sociais do mundo contemporâneo e do passado (Brasil, 2002 p.9).

Diante desse cenário que aponta para um ensino que priorize as conexões, os significados que podem ser atribuído aos temas da matemática escolar, integradas com outras áreas nos perguntamos sobre o *porquê do abandono do ensino da regra de três que começa a se evidenciar nos livros didáticos.*

Tomando essa questão como norteadora deste trabalho, sob a hipótese de que a regra de três é uma atividade humana que se evidencia como uma atividade de modelagem matemática (Chevallard, Bosch e Gascón, 1997 p.51), buscou construir caminhos que pudessem nos levar, mesmo que parcialmente, a compreender a regra de três sob a ótica da educação matemática crítica. Autores como D'Ambrosio (1987) e Skovsmose (1994, 1995, 1998, 2001, 2004), Skovsmose e Yasukawa, (2004), que segundo Guerra e Silva (2009), buscaram evidenciar a matemática como parte integrante da realidade, presente em diferentes contextos e situações, não somente como uma linguagem viva a expressar e justificar os fazeres dos sistemas econômicos, tecnológicos e sociais, mas também como produtora de tecnologias e de legitimação de ações sociais

Sob esses olhares, analisamos as orientações dos PCN's que visam à construção de um referencial de orientação para prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura (Brasil, 1998) para em seguida recorrermos à história da matemática buscando relacionar o fazer da regra de três com a proporcionalidade de modo que nos permita, compreender o seu possível abandono e sugerir encaminhamentos para o ensino desse tema.

### **A regra de três nos Planos Curriculares Nacionais:**

Segundo os PCN's da matemática tem como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros.

O ensino fundamental é organizado por ciclos, sendo que os ciclos 1º e 2º correspondem ao ensino de 1ª a 4ª e o 3º e 4º ao ensino de 5ª a 8ª series. Essa organização situa a regra de três como objeto de ensino no terceiro ciclo, pois, em geral, é tratada na sexta série.

Ao examinar os objetivos propostos pelos PCN's o tema regra de três é referido no quarto ciclo. No entanto, importa fazer algumas considerações sobre alguns aspectos orientadores sugeridos por esses documentos para o terceiro ciclo que de certa forma estão associadas à regra de três.

O terceiro ciclo apresenta os objetivos da matemática onde o ensino deve visar ao desenvolvimento:

Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção;

Do raciocínio que envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade. (Brasil, 1998, p.65)

## *Para que ensinar Regra de Três?*

Estes objetivos apresentam elementos que julgamos importantes e norteadores para o ensino da regra três. O primeiro aponta necessidade de considerar o contexto social (de grupos específicos, da comunidade) como referência para estudo de diferentes grandezas a partir da utilização no contexto social, enquanto o segundo procura evidenciar as diversas estratégias em diferentes grupos sociais, além do uso da noção de proporcionalidade para o estabelecimento de relações entre grandezas que é destacado como segue.

O fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de Proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Assim, é desejável explorar no terceiro ciclo problemas que levem o aluno a fazer previsões por meio de questões que envolvam aspectos qualitativos e quantitativos (O número encontrado deveria ser maior ou menor? Quanto maior? Essa resposta faz sentido?)(Brasil, 1997 p.67)

Como se pode notar é afirmado que situações da vida cotidiana dos alunos podem em muitos casos ser regidas por relações de proporcionalidade. Em nossa interpretação, explorar situações vividas que podem ser expressas por relações de proporcionalidade não é apenas obra de motivação para o ensino, mas para a tomada de consciência dos papéis da matemática nas previsões e nas construções de realidades. (Skovsmose, 1994).

De outro modo, a atividade matemática na escola deve ser também encarada como uma atividade com matemática e não uma atividade da matemática. Nesse sentido, é importante ter em conta a situação enfrentada na realidade de modo que a atividade escolar com a matemática contemple claramente o algo mais que matemática que está imbricado na situação. Além das ligações estreitas com o estudo de outros conteúdos de outras disciplinas e da própria matemática é necessária a tomada de consciência do fazer matemático como um fazer humano e como tal marcado de interesses e intenções. Nosso pensar se depreende do texto dos PCN's quando este recomenda conexões entre os temas com tema o Tratamento da informação e ao afirmar que

Propiciam estabelecer ligações entre a Matemática e os conteúdos de outras áreas e com os Temas Transversais, à medida que o aluno os perceba como instrumentos essenciais para a constituição de uma atitude crítica diante de questões sociais, políticas, culturais, científicas da atualidade. (Brasil, 1998 p.70)

Esse pensar é ratificado nas recomendações dos PCN's para o quarto ciclo, mas com especial ênfase nas relações intra-matemática ao destacar que a proporcionalidade, por exemplo, que é trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções (Brasil, 1998 ). Em particular, para o quarto ciclo é proposta a introdução do uso de sistemas de coordenadas cartesianas para analisar o comportamento de variações de grandezas de modo a identificá-las como proporcionais, direta ou inversa, ou não proporcionais, para em seguida recomendar a resolução de problemas que envolvam grandezas direta e inversamente proporcionais por meio da regra de três quando afirma o que segue

Do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não-proporcional;
- resolver situações-problema que envolva a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três. (BRASIL1998 p.81)

## Para que ensinar Regra de Três?

Nesse ponto um dos aspectos que nos chamam a atenção é que a regra de três é apresentada como uma estratégia convencional de resolução de problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais. No entanto, os PCN's do terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental e do ensino médio, não definem claramente o que vem a ser estratégias ou procedimentos não-convencionais.

Parece-nos que os convencionais são procedimentos ou estratégias matemáticas para resolução de determinados tipos de tarefas que são usuais e consolidados pela escola num determinado nível de ensino, e assim toda e qualquer estratégia que não seja usual e consolidado no ensino de um saber matemático em um determinado nível de ensino é tomado como não convencional.

Sobe esse olhar podemos inferir que a regra de três é um procedimento convencional do quarto ciclo e como tal sofre do atomismo temático (Chevallard, Bosch e Gascon, 2001) que impede as relações explícitas com outros temas e ou objetos de ensino da matemática. Essa interpretação reducionista da regra de três, como um procedimento convencional para determinados tipos de problemas, torna invisível a regra de três como uma prática social de modelagem matemática fundamentada na proporcionalidade, para representar um fenômeno do mundo real. Tal fazer além de poder levar o estudante a fazer conjecturas e predições de forma crítica e reflexiva sobre uma situação do mundo real pode revelar as imbricações dos interesses e intenções humanas no desenvolvimento de um modelo matemático.

No entanto, a interpretação reducionista da regra de três parece ter sido assumida pelos livros didáticos que acertadamente a incluem no estudo de grandezas proporcionais, e insistem nos procedimentos não convencionais que revelam, de certo modo, as relações com outros saberes matemáticos, mas erram por impor que a proporcionalidade esteja presente na situação e que somente nessa condição se aplique a regra de três. Assim, os procedimentos não convencionais como tabelas sugeridas pelos PCN's e adotadas por todos os livros didáticos recomendados pelo PNLD de 2008, não raro, negam ao aluno a oportunidade de tomar consciência que o ideal de proporcionalidade não necessariamente se faz presente na situação, como evidenciamos a partir do exemplo de problemas de proporcionalidade extraído do livro didático “Novo praticando Matemática”:

Um trem leva 2,5 horas para ir da cidade A até a cidade B viajando a 30 km/h. Estuda-se a compra de um novo trem que viaje a 90 km/h. Em quanto tempo ele fará o mesmo percurso?

Solução:

Triplmando a velocidade, o tempo de viagem deve cair pela terça parte. Velocidade e tempo de viagem são grandezas inversamente proporcionais. Portanto, se multiplicarmos a velocidade por três, devemos dividir o tempo por três.

	Velocidade (km/h)	Tempo (h)	
	30	2,5	
X 3	90	?	: 3

2,5h=2h e 30minutos, que correspondem a 150 minutos.  $150:3= 50$  minutos. Logo, o novo trem fará o percurso entre as cidades A e B em 50 minutos. (Andrini & Zampirolo, 2002, p.36)

## *Para que ensinar Regra de Três?*

É fácil perceber que não há elementos observáveis que nos permitam construir uma tabela que possamos inferir que a relação entre as grandezas velocidade e tempo seja de proporcionalidade. Tal relação é assumida pelo sujeito que enfrenta a situação e isso não é contemplado no texto. Não há como justificar a proporcionalidade, embora ela fundamente a resolução.

É preciso compreender então que embora as estratégias ditas não convencionais tenham seu valor pela integração dos saberes e construção de conceitos torna-se necessário tornar explícito o papel do sujeito na construção e uso desses conceitos.

### **Porque ensinar regra de três**

Martínez (2006) considera “prática social” uma atividade do ser humano sobre o meio em que se desenvolve e que por meio das práticas sociais o homem dá sentido aos problemas fundamentais da ciência, submetendo-os às complexas relações entre eles e seu entorno, podemos dizer que os estudos que sinalizem alguns registros históricos do uso da regra de três nas atividades exercidas pelas pessoas, favorecem a compreensão da regra de três como produtoras do conhecimento que emerge de práticas sociais.

Assim, sobre o papel da regra de três nas práticas sociais podemos começar citando Boyer (1974) por destacar que a mais importante produção matemática chinesa foi o livro Chui-Chang Suan-Shu, (sec. I), onde são apresentados 246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, sociedade, engenharia, impostos entre outros, onde parte deles são resolvidos por regra de três. O cunho desse livro foi eminentemente prático, ou seja, da aplicação da técnica da regra de três na resolução de problemas de interesses de grupos sociais já pode ser observado.

Na obra de Garding (1981, p.290) encontramos referências sobre a aritmética onde se percebe que os conhecimentos matemáticos, inclusive a regra de três eram voltados para as atividades práticas do comércio.

Pouco depois da invenção da imprensa apareceram muitos compêndios de aritmética elementar, alguns deles tratando também de frações e de matemática comercial, em particular da equivalência de moedas, de problemas de partilhas e de taxas de juros. O fato que  $x=ac/b$  resolve a equação  $a/b=x/c$  (regra de três). mostrou ser extremamente útil. Um escritor chama-lhe a regra de ouro alegando que “é tão valiosa que ultrapassa as outras regras, assim como o ouro ultrapassa os outros metais” Garding (1981, p.290)

Da mesma forma encontramos na obra de Brooks (1880), apoiado em Humfrey Backer (1562), considerações sobre a regra de três como a mais importante regra da aritmética ao dizer:

A regra de três é a principal é a mais excelente regra de toda a aritmética. Para todas as outras regras há necessidade dela, e ela perpassa por todas as outras, para cujos casos, é chamada pelos filósofos de regra de ouro; mas nestes últimos dias, está sendo chamada por nós como regra de três, porque é requerido três números na operação.(BROOKS,1880 p.330)

Esse trecho evidencia a excelência para a aritmética, pela facilidade que proporciona na solução de tipos de problemas específicos, a dependência dela por outras regras, além disso, mostra que ela, a regra de três, passa além de todas as outras existentes, revelando dessa maneira, um caráter universalizante.

## *Para que ensinar Regra de Três?*

Mas, ao largo do tempo, dentre as diferentes práticas sociais revelam a regra de três como um construto humano para atender interesses e intenções do homem no enfrentamento de situações sociais, nos chama atenção as práticas comerciais, pois “efetivamente, toda produção aritmética ocidental dos séculos XIII, XIV e XV aparece intimamente ligada à “revolução comercial” e como ferramenta de apoio imprescindível de umas atividades contábeis e fiscais (Del Potro, 2007, p.1) [Tradução nossa]. Essa produção não aconteceu por especulação teórica, mas como produto do interesse das diferentes práticas e em particular a comercial, pois

Embora tenha havido um abismo entre o comércio internacional em grande escala e do comércio a retalho de alguns comerciantes, para todos que praticavam cada uma de suas modalidades, como muitos outros setores urbanos, interessou-os o desenvolvimento de uma aritmética prática. Uns e outros, sentindo essa necessidade urgente de formação, manifestaram certo culto aos números o correto manuseio dos mesmos, as proporções, a precisão... (DEL POTRO, 2007, p.2) [Tradução nossa.]

De outro modo, emerge a necessidade da instrução dos indivíduos acreditando-se que o domínio da aritmética proporcionaria uma melhor preparação para as atividades específicas de seu grupo. Assim, segundo Del Potro (2007) os manuais de Aritmética Mercantil tinham um caráter mais geral, pois se conceberam como textos escolares orientados eminentemente para prática, que por meio de problemas refletiam, sem dúvidas, situações concretas em que os mercadores poderiam ver-se envolvidos.

Dada a facilidade e simplicidade de utilização da regra de três, esta foi considerada como uma ferramenta de extraordinário valor para os mercadores como evidencia sua presença em quase todos os manuais medievais, e em particular na obra estudada por Del Potro (2007) intitulada *Sumario breve de La práctica de La Aritmética* de Juan Andrés (1515).

Nas palavras do autor dessa obra, *tratado de la definición de la regla de 3 y de dónde procede tal regla y tiene tal fuerça que multiplicando el segundo por el terçero y partiendo por el primero se absolve y se sabe lo que queremos saber...* que nos descreve de modo conciso a regra de três, em linhas gerais, como ainda estudada em nossas escolas.

Nessa linha, podemos pensar que a regra de três surgiu das práticas, das necessidades sociais como Del Potro (2007), Boyer (1974), Garding (1981) evidenciaram em seus escritos é corroborado por Radford (2007) quando afirma

A Regra de Três constituiu a pedra angular dos métodos de solução das aritméticas comerciais da Idade Média e do Renascimento. Na Aritmética de Treviso, esta é considerada como a de maior importância na arte do cálculo (Swetz, 1989, p. 101). As primeiras aplicações desta regra nas matemáticas comerciais concernem, como se sabe, o cálculo do preço de certa quantidade de um artigo, sabendo o preço unitário ou o preço de certa fração do mesmo. A regra de três permite da mesma forma resolver problemas de trocas de moedas. É, precisamente, no contexto de trocas de moedas que aparece primeiramente a regra de três na *Arithmétique Commerciale* de Chuquet (Flagg, Hay y Moss, 1987). ( Radford ,2007 p.200). [Tradução nossa]

Sob esse aspecto, poderemos considerar que a regra de três não é um objeto específico da matemática, mas que foi construído nas práticas sociais consolidadas pela sociedade como um procedimento de caráter prático para uso em suas atividades profissionais. Esse pensar é também

## *Para que ensinar Regra de Três?*

corroborado por Radford (2007) quando claramente se refere às necessidades das práticas comerciais como produtoras de uma nova matemática que não encontrava guarita no fazer justificado matemático por meio do modelo dedutivo da geometria euclidiana, o que respaldava o fazer matemático até então.

Os novos problemas e as novas modalidades comerciais de cidades européias como as mencionadas propiciaram a criação de novos **conteúdos** (o das novas matemáticas, a saber, as *matemáticas comerciais*). São essas mesmas necessidades as que propiciam igualmente o surgimento de novas formas de ensino (em virtude de que não é possível adaptar o modelo dedutivo da geometria euclidiana ao novo conteúdo. (Radford, 2007, p.195). [Tradução nossa]

Como afirma Del Potro (2007), antes eram manuais puramente práticos, voltados para os ofícios do comércio, como dos mercadores em suas práticas nas relações internacionais de trocas de moedas. Assim, o caráter eminentemente prático da regra de três reproduzidos nos manuais ao largo do tempo nos ajuda a compreender a regra de três como método ou procedimento para resolução de tipos de problemas em que se solicita uma informação a partir de duas ou mais outras.

Com isso, não queremos apontar o viés de método como ponto negativo, mas ressaltar que embora os livros textos busquem fundamentar a regra de três em grandezas proporcionais permanece a invisibilidade da regra de três como um procedimento para enfrentamento de tipos de problemas, como mostrado acima por meio de tarefas escolares presentes nos livros, sem a explícita relação de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas. E, mais, que a tal relação é suposta pelo sujeito, mesmo que construa uma tabela, em busca de um fazer justificado como desejam os matemáticos.

Em nosso pensar torna-se imperioso destacar que as situações-problema ou são realidades criadas e controladas pelo homem ou são realidades interpretadas por ele e, como tal, as grandezas e relações entre elas são criações do sujeito que enfrenta a situação. A história nos indica a criação de procedimento da regra de três independente da justificativa de proporcionalidade e que por necessidade de um fazer justificado matemático tal relação é então imposta.

De outro modo, acreditamos que o fazer eminentemente prático dado ao ensino da regra de três ao largo dos séculos como método aritmético para práticas sociais de grupos específicos pode ter fortes influências ou até mesmo determinado o seu modo de difusão e ensino nas escolas atuais, mas com a preocupação adicional de exigir a proporcionalidade entre as grandezas e até mesmo de tornar a proporcionalidade como sinônimo de regra de três.

Esse pensar se justifica quando observamos que Lacroix (1839, p.288) descreve a regra de três por sua funcionalidade. Esse autor refere a regra de três como a regra que prescreve um meio certo e seguro para determinar um dos quatro termos de uma proporção sempre que suponhamos conhecidos os outros três, é geralmente conhecida pelo nome de regra de três ou de proporção. [tradução nossa]. Justifica tal procedimento pela propriedade das proporções que sintetiza um conjunto de procedimentos e facilita cálculo para aplicá-la na solução de problemas dessa natureza: “o produto dos termos dos meios é igual ao produto dos termos extremos”. Tal procedimento é então, estendido para a regra de três composta que emerge da necessidade de formar três, quatro ou mais proporções em determinadas situações exemplificadas em seu texto. Tudo é então conduzido para a construção da regra geral que será aplicada em qualquer situação

## Para que ensinar Regra de Três?

de natureza similar como, por exemplo, ocorre no texto escolar de Andrini & Zampirolo (2002, p.37) ao resolver o problema:

Flavio tinha 12 periquitos. Um pacote grande de ração era suficiente para alimentá-los por 30 dias. Ontem ele ganhou mais 3 periquitos e agora tem 15 periquitos. O mesmo pacote de ração vai alimentá-los por quantos dias?

Solução:

O número de periquitos e o tempo em dias que dura o pacote de ração são grandezas inversamente proporcionais, pois:

-dobrando o numero de periquitos, o pacote de ração deve durar a metade do tempo;

-triplicando o numero de periquitos, o pacote de ração deve durar a terça parte do tempo, e assim por diante.

Numero de periquitos	Tempo em dias
12	30
15	x

As razões são inversas. Portanto, para escrever a proporção, devemos inverter uma delas;

$$\frac{12}{15} = \frac{x}{30} \Rightarrow 15 \cdot x = 12 \cdot 30 \Rightarrow 15 \cdot x = 360 \Rightarrow x = \frac{360}{15} \Rightarrow x = 24$$

Agora com 15 periquitos, o pacote grande de ração só será suficiente para 24 dias. (Andrini & Zampirolo, 2002, p.37)

No entanto, observamos que esse fazer algébrico mostrado por Andrini e Zampirolo (2002) como o proposto por Lacroix (1839), embaça as relações algébricas entre as grandezas envolvidas decorrentes das relações de proporcionalidades impostas, permanecendo o fazer enfaticamente algorítmico aritmético. De outro modo, não há a tomada de consciência de que as relações de proporcionalidade podem não estar lá à espera de serem descobertas, mas serem estabelecidas pelo sujeito em relação com a situação em jogo como faz o autor do texto com a intenção de justificar o algoritmo que decorre da igualdade das razões.

Quando a regra de três é tratada como relação entre grandezas em que se assume a proporcionalidade, direta ou inversa, explicitamente como decisão do sujeito que enfrenta a situação, permite evidenciar o papel do sujeito na construção de realidades como deseja a educação matemática crítica. Além disso, a algebrização da regra de três nesse sentido revela o seu aspecto funcional, de modo distinto do posto por Lacroix, e evidencia um modo de estabelecer relações entre as grandezas que é o passo crucial na construção de modelo matemático para situações do mundo real

Para expressarmos o que estamos dizendo recorremos ao texto de Waltham (2000) que trata da matemática aplicada à geologia. No fragmento desse texto, explicitado abaixo, o fazer do autor mostra claramente que a relação de proporcionalidade se põe explicitamente como decisão do sujeito que enfrenta a situação.

... Um lago que possui sedimentos, suspenso na água, decantando e constituindo lentamente o fundo do lago. Obviamente, os depósitos iniciais serão cobertos por aqueles. Os resultados em uma relação entre a camada mais profunda e o tempo desde a deposição é: quanto mais profundo se observar, lá estarão os mais antigos sedimentos. Agora, se a proporção de sedimentos depositado no fundo for aproximadamente constante, os sedimentos depositados a 2 metros de profundidade são duas vezes mais antigos, a três metros são três vezes mais antigos, e assim sucessivamente. Logo, caso se duplique a profundidade, duplica-se a idade,

## *Para que ensinar Regra de Três?*

caso se triplique a profundidade, triplica-se a idade, e assim por diante. Isso significa que a idade dos sedimentos é proporcional a profundidade em que se encontram. Isso pode ser expresso matematicamente pela equação. Idade = k · Profundidade (1.1). (WALTHAM, 2000 p. 03)

Observa-se que a expressão “se a proporção de sedimentos depositado no fundo for aproximadamente constante” revela que a proporcionalidade entre as grandezas Idade e Profundidade é assumida por quem modela a situação. Isso permite a construção de um modelo matemático para a análise da situação, como assim o faz quando escreve.

Todas as formas diferenciadas para a equação (1.1) indicam simplesmente que a idade do sedimento é encontrada multiplicando-se a sua profundidade pela constante. Esta constante informa o quão rapidamente o sedimento se acumula. Um grande valor para k indica que a idade aumenta muito mais rapidamente do que aumenta a profundidade (i.e os sedimentos se acumulam muito mais rapidamente). Em um dado lago deve levar 1500 anos para se acumular um metro de sedimento. Neste caso  $k=1500$  anos/metros. Um lago com uma sedimentação menor que, digamos, 3000 anos/metro, terá um acréscimo mais rápido em idade com a profundidade da sedimentação. (WALTHAM, 2000 p. 04)

Mas a análise da situação não está subordinada a matemática, ou seja, é necessário ter sempre em conta que a relação de proporcionalidade imposta pelo sujeito que modela pode não descrever tão bem o fenômeno geológico, pois

Em todo o caso, se a proporção de sedimentação não variar muito e dada compactação do sedimento não for muito extrema a Equação 1.1 deveria ser aproximadamente correta. Porque isto é tudo o que é necessário para que uma formulação matemática seja utilizada. É válido considerar que expressões matemáticas são comumente aproximações, no plano de sua mente. As pessoas geralmente assumem a suposição que devido à expressão matemática ser usada, a resposta deve ser verdadeira. Isto simplesmente não é verdadeiro, nem mesmo na Física. (equações na física também são aproximações da realidade apesar de a aproximação ser, geralmente, tão boa que pode ser seguramente desprezada. (WALTHAM, 2000 p. 04)

Assim, o fazer de proporcionalidade, como um fazer das práticas sociais, é convencionalizado pelo sujeito que interpreta ou cria uma situação e com consciência da pertinência ou não dos resultados providos pelo tratamento matemático, ou seja, a matemática embora proveja métodos simples, rápidos e seguros para o enfrentamento de uma situação real não é suficiente para análise da situação. É necessário considerar o algo mais que matemática que está imbricado na situação.

Os critérios de definição de variáveis e das relações entre elas não são decisões da matemática, assim o resultado provido pela matemática pode ser correto para a matemática como produto do modelo, mas ser inadequado para o que o sujeito deseja da situação. Novas variáveis e relações podem ser consideradas por decisões subsidiadas por critérios não revelados pelo sujeito de modo a não explicitar suas intenções em jogo, como muito se evidencia nas situações enfrentadas pela matemática financeira. Por outro lado pode ser subsidiada pela matemática de modo a tornar a obtenção de um resultado de modo simples, rápido e seguro, como o modelos decorrentes da algebrização da regra de três, revelando que realidades podem ser construídas a partir da matemática.

Portanto, um olhar pela história nos proporciona evidenciar a regra de três como um modelo para o enfrentamento de situações em diversas atividades do homem, e mais, pode

## *Para que ensinar Regra de Três?*

revelar o fazer matemático como um fazer humano em busca de construir ou alterar realidades de modo a atender o que deseja, e, portanto, evidenciar que esse fazer de modelagem está subordinado a interesses e intenções de grupos sociais como assim deseja revelar a educação matemática crítica.

### **Considerações finais**

Como podemos destacar o fazer da regra de três ao longo do tempo é marcado inicialmente por um fazer independente do conceito de proporcionalidade que caminhou para um fazer justificado matemático ancorado no conceito de proporcionalidade. Tal fazer justificado parece se constituir a grande preocupação ao longo dos últimos dois séculos no ensino. No entanto, parece claro que as situações- problema ainda enfrentadas nas escolas por regra de três assumem a relação de proporcionalidade sem discussão. O que determina sua aplicação é a situação que se identifica como de regra de três, determinado pelo fazer cultural e histórico do homem frente a esses tipos de situações. Trata-se de um problema “tipo de regra de três” e então se aplica o algoritmo.

Assim, pensamos que o fazer da regra de três na escola deve inicialmente comportar essa abordagem de modo a revelar o fazer socialmente instituído ao longo do tempo no enfrentamento de diferentes situações, mas, sobretudo, caminhar para a tomada de consciência da proporcionalidade como instrumento de construção de relações entre as grandezas envolvidas que paulatinamente evolui para relações algébricas entre variáveis. Essas relações não só fazem parte do fazer de outras ciências (como a física, a química, biologia, engenharia, geologia etc.) como interpretações de fenômenos como também do próprio fazer matemático. Isso poderia permitir não somente a quebra do isolamento curricular da regra de três, mas contribuir para revelar que as relações de proporcionalidade estão na mente do sujeito que enfrenta a situação e não necessariamente na situação. Esse olhar aliado às orientações propostas pelos documentos oficiais como os PCN's podem ajudar na compreensão da regra de três como uma prática social legitimada pela sociedade e que, portanto deve ser ensinada em nossas escolas.

Finalmente, destacamos que os livros didáticos do ensino básico citados expressam organizações didáticas que podem possibilitar ao professor a tomada de decisão que favoreça as discussões e reflexões acerca do tema do modo tratado ao longo do nosso texto, tendo em conta o clamar por mudanças na construção de novas organizações didáticas para o ensino da regra de três que estejam mais próximo do fazer matemático socialmente crítico, reflexivo e atuante, mesmo que continuemos ensinando a regra de três por meio de situações-problema muito próximas das constantes nos antigos manuais de aritmética do século XVI.

### **Bibliografia e Referências**

- Andrini, A & Zampirolo M.J.C.de V.(2002) Novo praticando matemática. São Paulo:editora do Brasil.
- Boyer, C. B. (1974). História da matemática. São Paulo: Ed Edgard Blücher.
- Brasil.(2008) MEC. SEF. Guia de livros didáticos — 5ª a 8ª séries. Brasília, MEC/SEF.
- Brasil. (1998). MEC. SEF. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, MEC/SEF, Matemática: Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.
- Brooks, E. (1880). The philosophy of arithmetic as developed from the three fundamental processes of synthesis, analysis, and comparison containing also a history of arithmetic. Lancaster, PA: Normal publishing company.

## *Para que ensinar Regra de Três?*

- Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J.(2001). *Estudar matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Trad. Daisy Vaz de Moraes – Porto alegre: Artmed Editora.
- Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J.(1997). *Estudar matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Trad. Daisy Vaz de Moraes – Porto alegre: Artmed Editora.
- Chevallard, Y. (2005). *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. 3ª Ed. 2ª reimp. – Buenos Aires:Aique Grupo Editor.
- D'Ambrosio, U. (1987). *Etnomatemática: Raíces socio-culturais da arte ou técnica de explicar e conhecer*. 1987
- Del Potro, B. C.(2007). Um manual de aritmética mercantil de mosén Juan de Andrés.Canedo,2007.([www.aeca.es/vi\\_encuentro\\_trabajo\\_historia\\_contabilidad](http://www.aeca.es/vi_encuentro_trabajo_historia_contabilidad)).
- Farfán, R. M., & Ferrari, M.(2008) Um estudio socioepistemológico de lo logarítmico: La construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de investigación em Matemática Educativa*, Junio, 11(3) pp.309-354. ISSN: 021 1-9536.
- Garding, L.(1981). *Encontro com a matemática*. Trad. de Célio Alvarenga e Maria Manuela Alvarenga.Brasília:Editora Universidade de Brasília.
- Guerra, R. B., Silva, F. H. S.(2009) Reflexões sobre modelagem matemática crítica e o fazer matemático escolar. In: *Perspectiva da educação matemática*. Volume 2, número 3, jan/jun 2009, páginas 95-119.
- Lacroix, S. F.(1839) *Tratado elemental de aritmética, copuesto em frances para uso de la escuela central de lãs quatro naciones*. Madrid e na imprenta nacional, (<http://books.google.com.br/>)
- Martinez, G.(2005). Los procesos e convención matemática como generadores de conocimiento. *Revista Latinoamericabna de investigación em Matemática Educativa*, Julio, año/vol.8, 2005 PP.195-218.
- Ponte, J. P. (2002). Literacia matemática. In M. N. Trindade (Org), *Actas do Encontro Internacional Literacia e cidadania: Convergências e interfaces* (em CD-ROM). Universidade de Évora: Centro de Investigaçao em Educação Paulo Freire.
- Radford, L.(2007). La arithmetica practica del padre padilla y los inicios de la matemática en centro américa en el período colonial. *Revista Brasileira de História da Matemática - Vol. 7 no 14 (outubro/2007 - março/2008) - pág. 193-211* Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática. ISSN 1519-955X.
- Rios, A.C.(2006). Socioepistemología y prácticas sociales.Educación Matemática,abril, año/vol.18, numero 001Santillana Distrito Federal, México, pp. 133-160.
- Skovsmose, O. and Yasukawa, K.(2004): Formatting Power of ‘Mathematics in a Package’: A Challenge for Social Theorising? in *Philosophy of Mathematics Education Journal*, .(<http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome18/contents.htm>)
- Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Editora Cortez. 1ª edição. São Paulo.
- Skovsmose, O.(1994).Towards a philosophy of critical mathematics education. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Viudes,V.M.A. (2008).Antropología cultural y creación matemática.A parte Rei 56 marzo.revista de filosofía.
- Waltham,D.Mathematics (2000):A simple tool for geologists.blackwell science ltd.second edition,London.