



Modelagem Matemática: um método de ensino e aprendizagem

Tatiana Albieri **Barbosa**¹

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil

tatiana.ab@globomail.com

Simone **Bueno**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil

sim_bueno@ig.com.br

Mariza Antonia Machado de **Lima**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil

marizaantonia@yahoo.com.br

Resumo

A Modelagem Matemática é considerada uma aplicação da Matemática em outras áreas do conhecimento, pois elabora modelos utilizando conceitos matemáticos para entender fenômenos do mundo real. Os modelos tentam espelhar as características fundamentais de um sistema e, para que os resultados sejam próximos da realidade, é necessário seguir alguns procedimentos. Este artigo versa sobre a Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem, o seu papel e as etapas para seu desenvolvimento com base em Bassanezi (2006) e Biembengut e Heim (2007). Para tanto, defini-se modelo matemático, apresenta as etapas da Modelagem Matemática, o papel do professor ao utilizá-la durante suas aulas, seguida pela sua definição e os procedimentos para sua realização. Por fim é apresentado o processo de avaliação a ser realizado pelo professor, seguido por um olhar para o estudo realizado durante um Trabalho de Graduação Interdisciplinar (TGI) e as considerações finais.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Educação Matemática, ensino-aprendizagem.

¹ Bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Introdução

Em nosso cotidiano existem muitas situações e problemas que necessitam de decisões e soluções. Alguns desses problemas contêm fatos matemáticos simples como o tempo necessário para percorrer determinada distância, o juro cobrado em determinado empréstimo, ou até mesmo para achar a área de um terreno retangular.

Já, outros problemas podem requerer um conhecimento mais específico, como por exemplo, a forma de reduzir o trabalho em uma fábrica de modo a não prejudicar a produtividade, ou ainda a quantidade permitida e o período para caça de determinado animal sem interferir no ecossistema.

De modo geral, a Matemática está presente nas diversas atividades dos seres humanos, e “pelo seu grande poder de síntese e de entendimento universal, a matemática está cada vez mais presente nas informações em todos os ramos da sociedade atual” (KFOURI, 2008, p. 74).

A sociedade atual, a sociedade no século XXI, aposta na educação para formação do indivíduo no seu desenvolvimento pessoal, na construção de sua identidade, o que proporciona autonomia para gerenciar a própria aprendizagem, tomar decisões e estabelecer relações, resultando em um indivíduo pró-ativo, capaz de enfrentar os desafios perante a sociedade. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as escolas procuram trabalhar algumas habilidades e competências visando a atender as expectativas dessa nova sociedade, como: competência em leitura e escrita; habilidades matemáticas com alta capacidade em fazer cálculos e solucionar problemas de toda ordem; precisão para descrever fenômenos e situações; analisar, comparar e expressar seu próprio pensamento (Brasil, 1998).

Porém, em meio a tais expectativas e habilidades e competências trabalhadas, a Matemática vem sendo um problema para a educação, pois os alunos tem uma certa resistência, receio ou até desinteresse em relação a disciplina. O que torna o quadro preocupante para os educadores e os instiga a pesquisar para entender melhor essa relação e tentar reverter esse quadro.

Sabe-se que o professor pode, de uma maneira ou de outra, influenciar os alunos fazendo com que eles gostem ou não da disciplina. É ele quem pode estimular o interesse dos alunos, trazendo assuntos do cotidiano e relacionando-os com os saberes matemáticos. A Modelagem Matemática como um método auxiliar nesse processo de ensino e aprendizagem, pode promover o interesse dos alunos por meio de situações reais que os instiguem a pesquisar e relacionar a Matemática trabalhada em sala à situação apresentada que muitas vezes pode estar relacionada ao seu cotidiano.

O despertar para a pesquisa sobre a Modelagem Matemática como sendo um método de ensino para promover a aprendizagem, enquanto temática de pesquisa, ocorreu ao realizar uma investigação sobre essa metodologia e suas aplicações, durante nossa formação inicial, a qual resultou em um Trabalho de Graduação Interdisciplinar (TGI), na perspectiva da pesquisa qualitativa (Bogdan e Biklen, 1994).

No trabalho foi apresentado um breve histórico da Modelagem Matemática, evidenciando sua origem e sua trajetória, além de sua definição e a definição de Modelo, conforme descrevem Bassanezi (2006) e Biembengut e Hein (2007). Também apresentamos os procedimentos ou etapas dessa metodologia e sua importância em diversas áreas. Por fim, para exemplificar sua

aplicação, foram desenvolvidos três modelos para estimar o crescimento de frangos e estabelecer o tempo ideal para o abate.

Este artigo tem por objetivo evidenciar de que modo a Modelagem Matemática pode ser trabalhada em sala de aula. A fim de exemplificar possíveis situações-problema, resgatamos algumas situações desenvolvidas em nosso TGI (Barbosa, 2009).

Sobre a Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática formula, resolve e elabora expressões ou modelos de acordo com determinados problemas pré-estabelecidos, transformando a linguagem usual em uma linguagem matemática ou ainda transformando a linguagem matemática em uma linguagem mais simples para um melhor entendimento.

Segundo Kfoury (2008), para entender e resolver tais problemas e situações é preciso relacionar com algo conhecido que tenha sido previamente estabelecido ou, construído culturalmente ou cientificamente para que possa servir de referência. Para esse algo conhecido dá-se o nome de modelo. Tomando o modelo matemático como uma ferramenta importante para análise de determinadas situações, a Modelagem Matemática é definida por Biembengut e Hein (2007) como

o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que para, se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT e HEIM, 2007, p. 12).

No entender de Bassanezi (2006) a Modelagem Matemática

é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2006, p.24).

A Modelagem Matemática trabalha com aproximações da realidade, utilizando os modelos para representação de um sistema ou parte dele. E suas expressões elaboradas valem tanto para uma expressão particular quanto para servir como suporte para outras aplicações e teorias. Porém, a modelagem não deve ser utilizada sempre ou em qualquer situação. Em uma pesquisa, a Modelagem Matemática possui várias restrições e seu uso só será adequado se contribuir de fato para o desenvolvimento e compreensão do fenômeno analisado.

Atividades intelectuais, procedimentos ou etapas da Modelagem Matemática

Para que essa metodologia consiga representar uma situação real com ferramentas matemáticas, ou seja, formular um modelo matemático, existe uma série de procedimentos que podem ser chamados de etapas ou atividades intelectuais. Biembengut e Hein (2007) ponderam que “esses procedimentos podem ser agrupados em três etapas subdivididas em seis sub-etapas” (p.13).

Tais etapas são aqui descritas da seguinte maneira:

1) Interação:

Ao estar ciente da situação a ser estudada, deve-se estudar o assunto, investigar tudo o que conseguir sobre ele, seja por jornais, revistas, internet, experiências em campo, dados disponibilizados por profissionais, entre outros.

Nessa etapa deve ser feito um reconhecimento da situação problema, além da familiarização com o assunto.

2) Matematização:

É nessa etapa que ocorre a formulação do problema e sua resolução. Portanto, essa é a fase em que ocorre a tradução do problema para uma linguagem matemática.

Segundo Bassanezi (2006), “a contribuição de um matemático nesta fase, muitas vezes, pode ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos” (p. 27).

Neste processo, é preciso utilizar a intuição, criatividade e experiência acumulada.

a) Formulação do problema → hipóteses

Nesse momento devem-se classificar as informações em relevantes e não relevantes, relacionando e identificando fatos envolvidos, para então decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando assim as hipóteses.

Em seguida, deve ser analisado o que será relevante para a solução do problema, estabelecer as variáveis, para então, descrever essas relações em termos matemáticos.

Nesse momento, no entender de Biembengut e Heim (2007) o objetivo principal é: “chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, gráficos ou representações, ou programa computacional que levem a solução ou permitam a dedução de uma solução” (p.14).

b) Resolução do problema em termos do modelo

Após a formulação do problema, deve-se analisá-lo, utilizando de todas as ferramentas matemáticas disponíveis. Para tal análise é necessário um aguçado conhecimento sobre as diferentes matemáticas utilizadas na formulação.

Para Bassanezi (2006), “a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural” (p. 29). Assim, a solução de um modelo matemático está relacionada com a complexidade de sua formulação. Muitas vezes, as resoluções desses modelos só podem ser feitas através dos métodos computacionais, geralmente obtendo com uma solução numérica aproximada.

3) Modelo Matemático

Para concluir o modelo, deve-se fazer a chamada validação, em que se deve avaliar o modelo e verificar o quanto ele se aproxima da situação problema apresentada (ou o quanto ele se aproxima da realidade). Após tal avaliação, deve-se verificar o grau de confiabilidade na sua utilização.

Para Bassanezi (2006) “um modelo deve prever no mínimo os fatos que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem capacidade de previsão e de novos fatos ou relações insuspeitas” (p. 30). Caso o modelo não atenda as necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado,

ou seja, o processo deve voltar à fase da matematização, e as modificações necessárias deverão ser realizadas.

Existem alguns motivos para que isso ocorra como: algumas hipóteses utilizadas podem ser falsas ou não próximas o bastante da realidade, decorrente de uma simplificação inadequada, ou de dados de partida incorretos, ou até mesmo, as informações podem ter sido obtidas de maneira incorreta podendo faltar informações. Outro motivo importante é que pode ter ocorrido algum erro no desenvolvimento matemático do problema.

Bassanezi (2006) considera que a reformulação de um modelo é um das partes fundamentais do processo de modelagem, por isso, deve ser considerado que: “os fatos freqüentemente conduzem as novas situações; qualquer teoria pode ser modificada; a cada novo fato, surgem novos questionamentos; a evolução da matemática fornece novas ferramentas para traduzir a realidade” (p. 31). Portanto, é importante, ao concluir o modelo, elaborar um relatório que registre todos os fatos do processo de desenvolvimento para que o modelo possa ser usado de forma adequada.

A Modelagem Matemática na educação

A Modelagem Matemática como um meio para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem da Matemática faz com que o aluno veja o conteúdo, o investigue para conhecer melhor e aplique-os nas diferentes situações propostas pelos professores. Isso faz com que o discente consiga ver os significados de determinados conteúdos, despertando, possivelmente, o interesse sobre a relação dos conteúdos e as diversas situações em que eles estão presentes.

Dessa forma, pode-se dizer que, quando relacionada à realidade, a matemática se torna muito mais interessante para os alunos. Aprender o conteúdo apresentado se torna muito mais prazeroso quando aplicado em uma situação “real”, e se compreende todo processo para sua aplicação.

Porém, como a Modelagem Matemática nem sempre consegue prevê o rumo, o tempo e/ou o modelo que será desenvolvido e, levando em consideração o currículo apresentado por cada escola além do perfil e características de cada aluno, como conhecimentos e maturidade, é importante ressaltar que é o professor quem faz a mediação entre a Modelagem, o conteúdo matemático e os alunos. O professor pode se programar de acordo com o currículo adotado pela escola e os conteúdos a serem trabalhados, para então estabelecer os procedimentos que devem ser realizados para se utilizar a Modelagem Matemática em cada sala de aula.

A essa organização e as alterações sofridas pela Modelagem, resultantes dos cursos regulares e seus programas a serem cumpridos, dá-se o nome de *modelação matemática*. Biembengut e Heim (2007) ponderam que “a modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem” (p. 18).

Com as características de organizar e orientar para auxiliar na Modelagem Matemática, a modelação matemática pode ser utilizada não só na educação básica, mas também em cursos de graduação e pós-graduação. Seus principais objetivos são auxiliar na interdisciplinaridade entre a Matemática e as outras disciplinas, destacar importância da Matemática na formação dos alunos despertando o interesse deles por meio das aplicações, para assim melhorar a apreensão do

conceito e o estímulo da criatividade a partir do desenvolvimento das habilidades para a resolução de problemas.

Procedimentos da modelação matemática

Para o professor conseguir fazer a modelação matemática conforme sugerem Biembengut e Heim (2007), inicialmente é necessário que o docente conheça seus alunos, interesses, disponibilidades, condições sócio econômicas, conhecimentos matemáticos, a quantidade de alunos na sala e o período da disciplina. Desse modo, o professor poderá escolher o tema central da atividade, o número de exercícios a ser proposto nas etapas, o modo que os alunos devem se organizar e como serão as etapas desse trabalho podendo assim determinar as dinâmicas de cada aula.

Outro ponto importante é a escolha do tema que pode ser feita pelo professor ou, pelo aluno com o auxílio do professor. Pelo professor, pode ser de forma a escolher um tema que envolva todo o conteúdo programático do ano letivo ou, escolher um tema para cada conteúdo específico, tomando cuidado para sempre assegurar o interesse dos alunos.

No desenvolvimento do conteúdo programático o docente deve seguir as mesmas etapas do processo de modelagem como a interação, a matematização e o modelo matemático com sua interpretação e validação. Porém, é necessário que os alunos conheçam o conteúdo a ser utilizado no desenvolvimento do modelo, e para isso é importante que o professor insira dentro de tais etapas o processo de desenvolvimento do conteúdo matemático necessário para a formulação e resolução do modelo. Além, é claro, de um tempo para que os alunos aprendam os conceitos por meio da apresentação de exemplos e exercícios.

Esse tempo, portanto deve estar junto da matematização, o que permite aos alunos estabelecer as relações da Matemática com o tema abordado. Cabe ao professor orientar os discentes durante todo esse processo, deixando-os livres para escolher o tema e a direção de seus próprios trabalhos, porém, os direcionando na construção de suas próprias autonomias.

Para Biembengut e Heim (2007), espera-se por meio da modelagem “incentivar a pesquisa; promover habilidades em formular e resolver problemas; lidar com tema de interesse; aplicar o conteúdo matemático; desenvolver criatividade” (p. 23). Contudo, para que isso ocorra é de fundamental importância que o professor faça o seu planejamento em relação a sua interação com o assunto, como conduzirá o processo de orientação e em qual momento intervir no processo de desenvolvimento dos alunos.

Nesse planejamento deve constar o número de aulas da disciplina para então estabelecer quais os dias, dentro do período letivo, e o tempo de duração ou dia para se trabalhar com os grupos, os orientando por meio de reuniões pré estabelecidas. Dessa forma, faz-se com que os alunos assimilem os conhecimentos matemático, suas aplicações no trabalho e adquiram a habilidade de “fazer modelo”.

O tempo entre uma reunião ou outra é estabelecido pelo professor de acordo com o desenvolvimento das atividades programadas, o que pode servir como um meio de avaliar o desenvolvimento dos alunos durante o processo.

Etapas para a realização do trabalho de Modelagem Matemática

A princípio o professor pode apresentar a Modelagem Matemática aos alunos para então propor o trabalho, de forma a fazer com que os alunos entendam o processo de desenvolvimento do mesmo. Ao propor o trabalho o docente pode apresentar os procedimentos que serão avaliados durante a atividade e como serão realizadas as avaliações.

Em seguida, devem-se separar os alunos em grupos e incentivá-los a escolher um tema de interesse e afinidade. Estabelecendo o prazo de uma semana para que os alunos pesquisem e pensem sobre o tema escolhido para que então, na semana seguinte eles apresentem suas justificativas de escolhas. Após as justificativas o professor orienta os grupos em relação à complexidade do tema e o como obter os dados e informações a respeito do assunto que os auxiliarão no desenvolvimento do trabalho.

A interação com o tema tem que ser iniciada com uma pesquisa na qual devem ser levantados os dados e apontadas algumas questões sobre o assunto. Seguidas da elaboração de uma síntese sobre o assunto contendo os dados e as questões levantadas. Essa síntese deve ser entregue ao professor, que após ler pode orientar cada grupo, de forma a fazer com que eles consigam pesquisar sobre o assunto, com o objetivo de responder todas as questões levantadas começando das mais simples para as mais abrangentes.

Nessa fase os alunos podem fazer as pesquisas que julgarem convenientes e que auxiliem para responder as questões e resolver o problema, examinando os fatos e formulando hipóteses para que possam apresentar o maior número possível de abordagem para a resolução do problema e, por fim, determinar a escolher a solução que o grupo julgar mais adequada.

No desenvolvimento dos modelos, pode ser que em algum modelo seja necessário utilizar conteúdos que estejam fora do conteúdo prescrito. Nesse momento, cabe ao professor orientar o grupo podendo explicar o conteúdo e deixar os discentes desenvolverem o trabalho ou, conduzir o grupo durante a utilização desse conteúdo.

Após o desenvolvimento do modelo o grupo deve validá-lo, retornando à suas fontes de pesquisa ou realizando experimentos para verificar se ele está ou não de acordo com os dados e restrições apresentados. Ao concluir essa etapa, cada grupo deverá apresentar, para sua sala ou para quem foi combinado com o professor no início do trabalho, sua pesquisa e modelos desenvolvidos. Além da apresentação os grupos devem entregar ao professor um relatório contendo a apresentação do tema, o motivo de escolha e o relatório das pesquisas, visitas e entrevistas realizadas, seguidos pelos modelos apresentados na ordem do mais simples ao mais complexo.

Avaliação

A avaliação deve ser feita pelo professor com base no desenvolvimento do aluno ao longo de todo o trabalho. Para que o professor adote uma “teoria de avaliação” Biembengut e Heim (2007) apontam como base para a avaliação o que é esperado que a Matemática proporcione aos alunos, como: “sólida formação matemática, em primeiro lugar; capacidade para enfrentar e solucionar problemas; saber realizar uma pesquisa; capacidade em utilizar máquinas (calculadora gráfica e computadores); capacidade de trabalhar em grupo” (p. 27).

Assim, são apresentados dois aspectos principais a serem avaliados. Um é a avaliação com o objetivo de redirecionar o professor. E, o outro é a avaliação para verificar o grau de aprendizagem dos alunos que podem ser feita pelo docente frente ao desempenho dos alunos como participação, assiduidade, cumprimento das tarefas e espírito comunitário (aspectos subjetivos) e/ou por provas, exercícios e trabalhos realizados por eles (aspectos objetivos).

Biembengut e Heim (2007) apontam três aspectos objetivos que podem ser analisados na avaliação da aprendizagem. O primeiro é a produção e os conhecimentos matemáticos tendo como pontos específicos a serem analisados a consolidação dos conhecimentos teóricos, o raciocínio lógico, a operacionalização de problemas numéricos, a crítica em relação a conceitos de ordem de grandeza e, a expressão e interpretação gráfica.

O segundo é a produção de um trabalho de modelagem em grupo tendo como pontos específicos a serem analisados a qualidade dos questionamentos, a pesquisa elaborada pelo aluno, a obtenção de dados sobre o problema a ser modelado, a interpretação e elaboração de modelos matemáticos e, a discussão e decisão sobre o problema levantado.

E, por fim, o terceiro aspecto a ser analisado é a extensão e aplicação do conceito tendo como pontos específicos a serem analisados a síntese, aliada a capacidade de compreensão e expressão dos resultados matemáticos e, a análise e interpretação crítica de outros modelos utilizados.

Um olhar para um estudo realizado

A pesquisa desenvolvida durante o Trabalho de Graduação Interdisciplinar, realizado como requisito parcial para a obtenção de grau de Bacharel em Matemática teve como objetivo apresentar o que é a Modelagem Matemática desde quando ela começou a existir até os dias de hoje, mostrar onde ela pode ser aplicada e a sua importância para o desenvolvimento de diversas áreas do conhecimento.

Com o intuito de se obter os dados e informações necessárias para o desenvolvimento da pesquisa foi realizado um levantamento bibliográfico (Severino, 2007) analisando livros, artigos científicos e dados disponíveis na internet sobre Modelagem Matemática. E, uma pesquisa documental (Oliveira, 1999) para ter acesso ao registro de dados sobre criação de frangos, organizados por institutos e revistas que pesquisam e apresentam resultados sobre o tema em questão.

O trabalho tem início com a apresentação da Modelagem Matemática, definindo Modelo Matemático para chegar à definição da própria modelagem matemática. Apresenta um breve histórico seguido pelos procedimentos ou etapas traçados pela Modelagem Matemática no desenvolvimento de um modelo, além de citar algumas áreas em que a modelagem matemática atua, tais como: Física, Química, Biomatemática, Biologia e a Educação.

Em seguida, para exemplificar uma aplicação da modelagem matemática, é apresentado o tema “a criação de frangos para o abate”. O trabalho mostra os procedimentos a serem tomados em um Sistema Alternativo de Agricultura Familiar, estabelecido pela Embrapa Meio Norte (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária das regiões Norte e Nordeste), o qual consiste numa tecnologia dirigida para o agricultor familiar, capaz de organizar de forma a gerenciar a atividade de criação de galinhas da raça caipira.

O sistema descreve como deve ser o local em que as aves devem ficar em cada período de vida de acordo com os objetivos do criador, além do tipo de alimentação disponibilizando duas tabelas, uma com um exemplo de ração formulada a partir de vários ingredientes e considerando as diferentes fases de desenvolvimento das aves. E a outra com o desempenho esperado para as aves no sistema alternativo de criação de galinhas caipiras.

O trabalho prossegue, descrevendo o desenvolvimento de três modelos matemáticos, para o crescimento (ou aumento de massa) do frango com o objetivo de estimar o ponto exato para o abate, de modo a minimizar o gasto do criador e aumentar seu lucro. O desenvolvimento dos modelos foi baseado nos dados disponibilizados pela Embrapa Meio Norte, na tabela de desempenho esperado para as aves, localizada no trabalho do Sistema Alternativo de Agricultura Familiar.

Idade (semanas)	Massa em gramas(g)
1	105
2	171
3	249
4	341
5	446
6	551
7	669
8	800
9	932
10	1071
11	1200
12	1335
13	1460
14	1600
15	1740
16	1880
17	2000
18	2120

Figura 1. Relação da massa do frango por semana (idade).

Fonte. BARBOSA, 2009, p. 43.

O primeiro modelo desenvolvido trata-se de uma adaptação do Modelo Logístico, ou Modelo de Verhurst, o qual visa estabelecer o crescimento de determinada população. Esse modelo é adaptado para estabelecer o modelo que estime o crescimento do frango. O Método dos Mínimos Quadrados é utilizado para se fazer um ajuste linear e, o *software* Excel foi utilizado com o intuito de facilitar o desenvolvimento do modelo.

Nesse Modelo foi possível observar a aproximação dos dados obtidos com os estabelecidos pela Embrapa. Mostrando que o tempo estimado pelo modelo para que o animal fosse abatido é bem próximo do estabelecido por Embrapa.

A curva logística obtida para esse modelo é dada por:

$$P(t) = \frac{1845,321418}{41,00714 \cdot e^{-0,60503996 \cdot t} + 1}$$

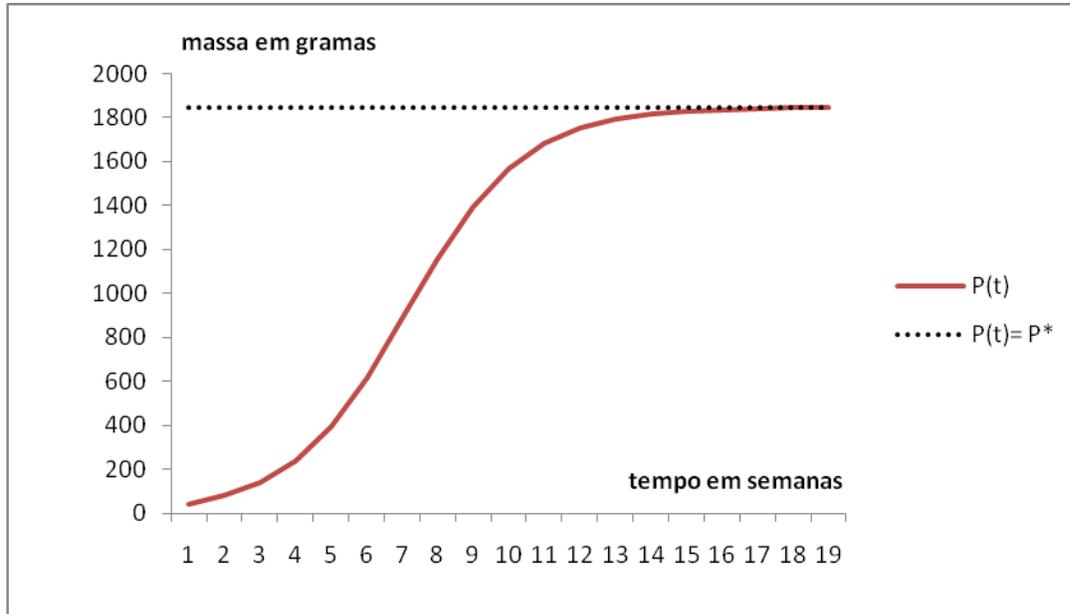


Figura 2. Projeção logística do crescimento (ou massa) do frango em relação ao tempo.

Fonte. BARBOSA, 2009, p. 55.

O segundo e o terceiro modelo são uma adaptação do modelo de Von Bertalanffy para o crescimento de peixes. Ao adaptar o modelo para estimar o crescimento do frango, o problema de valor inicial, é da forma de uma Equação Diferencial não Linear, essa equação é caracterizada e desenvolvida como uma Equação de Bernoulli.

O problema de valor inicial é dado por:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \cdot P^\gamma - \beta \cdot P$$

$$P(0) = P_0$$

Sendo:

- P = massa do frango;
- α = constante de anabolismo (massa/ unidade de área);
- β = constante de catabolismo (diminuição de massa / unidade de massa);
- t = tempo;
- Quando $t \rightarrow \infty, P \rightarrow P_\infty$;
- P^γ = generalização da relação da massa com a área da superfície externa do animal.

Assim, após esse desenvolvimento, são apresentados dois modelos diferentes. Um modelo é o macroscópico: modelo desenvolvido para estimar os valores de uma forma geral, levando em consideração que apenas a massa pode variar com o tempo, apresentando a seguinte função para o crescimento de frango:

$$P(t) = P_{\infty} \cdot \left\{ 1 + \left[\left(\frac{P_0}{P_{\infty}} \right)^{(1-\gamma)} - 1 \right] \cdot e^{-(1-\gamma) \cdot \beta \cdot t} \right\}^{(1-\gamma)^{-1}}$$

Já o outro modelo, o mesoscópico, é desenvolvido levando em consideração que não só a massa varia com o tempo, mas a taxa de catabolismo também, tornando o modelo mais realista. Ou seja, o primeiro modelo é uma generalização do segundo, apresentando a seguinte função para o crescimento de frango:

$$P(t) = P_{\infty} \cdot \left\{ 1 + \left[\left(\frac{P_0}{P_{\infty}} \right)^{(1-\gamma)} - 1 \right] \cdot e^{-(1-\gamma) \cdot \beta(t) \cdot t} \right\}^{(1-\gamma)^{-1}}$$

Devido à escassez de tempo, e algumas dificuldades encontradas, não foi possível realizar a pesquisa de campo, sendo assim necessário utilizar o registro de dados fornecidos pela Embrapa em seu *site* www.embrapa.br e, como o método estabelecido pela Embrapa não indica as taxas do metabolismo do frango, nem como constante nem variando de acordo com o tempo, não foi possível obter todos os dados necessários para o desenvolvimento das curvas de crescimento do Modelo de Von Bertalanffy.

Portanto, o Modelo de Von Bertalanffy é considerado mais complexo em seu desenvolvimento do que o Modelo Logístico, necessitando então, de conhecimentos matemáticos mais específicos. Desse modo, pode-se dizer que a Modelagem Matemática utiliza conceitos de diferentes níveis, alguns mais complexos, outros mais simples, podendo até misturar os dois.

Considerações Finais

A Modelagem Matemática transforma situações da realidade, de diferentes áreas, em modelos matemáticos, os quais devem ser desenvolvidos na linguagem usual de forma a tentar representar o mais fiel possível à realidade.

Por meio da pesquisa bibliográfica realizada foi possível perceber o papel da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem, como sendo o de incentivar as pesquisas e a interdisciplinaridade, proporcionando aos alunos desenvolver a criatividade e habilidades para formulação e resolução de problemas utilizando os conteúdos matemáticos aprendidos. Dessa forma chegou-se a conclusão de que ela pode ser utilizada tanto na educação básica, como em cursos de pós-graduação.

Ao exemplificar a atuação da Modelagem Matemática no Trabalho de Graduação Interdisciplinar, através do Modelo Logístico, do Modelo Mesoscópico e Macroscópico de Von Bertalanffy, foi possível observar como a Modelagem Matemática utiliza conceitos matemáticos de diferentes níveis de complexidade.

Portanto, ao relacionar o papel da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem com o desenvolvimento de modelos que podem necessitar do conhecimento de conceitos matemáticos em diferentes níveis de complexidade, percebe-se a importância do papel do professor de Matemática em ser o mediador, controlar e orientar o processo de modelação matemática. É o docente quem pode fazer todo o planejamento do processo de acordo com o currículo escolar, os conteúdos programáticos, o período e número de aulas da disciplina além do perfil e disponibilidade dos alunos.

Assim, o professor pode acompanhar e orientar os alunos em todas as etapas do desenvolvimento do trabalho, desde a escolha do tema; o levantamento ou pesquisa sobre o tema escolhido; o levantamento de questões e surgimento do problema; a busca e análise de dados e informações; o desenvolvimento do modelo; a validação a apresentação; a elaboração do relatório até a avaliação dos alunos. Isso, sempre deixando o aluno livre para desenvolver sua autonomia e relacionar o conteúdo trabalhado em sala com a situação ou tema apresentado.

Referências Bibliográficas

- Barbosa, T. A. (2009). *A Modelagem Matemática e suas aplicações na criação de frango*. 67f. Trabalho de Graduação Interdisciplinar (Licenciatura em Matemática) – Centro de Ciências e Humanidades, Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo.
- Bassanezi, R. C. (2006). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. (3 ed.) São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S.; Hein, N. (2007). *Modelagem Matemática no Ensino*. (4 ed.) São Paulo: Contexto.
- Bogdan, R. C.; Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora.
- Brasil. (1998). Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. MEC/SEB.
- Kfoury, W. (2008). *Explorar e Investigar para aprender por meio da Modelagem Matemática*. 233f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Oliveira, S. L. (1999). *Tratado de Metodologia Científica: Projetos de Pesquisa, TGI, TCC, Monografias, Dissertações e Teses*. (2 ed.) São Paulo: Pioneira.
- Severino, A. J. (2007). *Metodologia do Trabalho Científico*. (23 ed.) São Paulo: Cortez.