



Um estudo sobre o conhecimento de alunos do ensino fundamental acerca do conceito de fração

Odaléa Aparecida **Viana**

Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, Universidade Federal de Uberlândia
Brasil

odalea@pontal.ufu.br

Juliene Azevedo **Miranda**

Faculdade de Ciências Integradas do Pontal, Universidade Federal de Uberlândia
Brasil

julienne@mat.pontal.ufu.br

Resumo

Este trabalho tem por finalidade apresentar um estudo realizado com alunos de sétimo ano do ensino fundamental sobre o conceito de fração. A pesquisa teve como fundamentação teórica a formação de conceitos e a construção do conhecimento na perspectiva do desenvolvimento cognitivo, temas de interesse para a psicologia da educação matemática. Foram sujeitos vinte e oito alunos de uma escola da rede pública que responderam a uma prova com questões que avaliavam diferentes ideias das frações. A análise quantitativa indicou fraco desempenho na prova. A análise qualitativa evidenciou a ausência de relações quanto às repartições do inteiro de natureza contínua e mostrou que as ideias relativas a inteiro discreto, divisão entre inteiros e razão ainda não tinham sido formadas pela maioria dos sujeitos, no contexto da pesquisa. Sugere-se que o professor organize atividades com materiais de modo a favorecer a formação das ideias inerentes ao conceito de fração.

Palavras chave: ideias das frações, formação de conceitos, fração, ensino-aprendizagem da matemática.

Explicitação do Problema

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) destacam a importância do ensino e da aprendizagem de conceitos, e fazem uma diferenciação entre os conteúdos escolares que são classificados em três categorias: conceituais, procedimentais e atitudinais. No documento, entre os conteúdos conceituais relativos à matemática do ensino fundamental, consta o bloco números e operações, em que se insere, entre outros, o tema frações e números racionais.

Este trabalho faz um enfoque na construção do conceito de fração, a partir de pressupostos teóricos utilizados pelas pesquisas em psicologia da educação matemática¹, na perspectiva construtivista².

Nesta linha, Verschaffel, Greer e Torbeyans (2006), com base na revisão da literatura sobre o raciocínio numérico, afirmam que há muitos fatores que contribuem para a complexidade do ensino e da aprendizagem de frações, pois trata-se de um construto multifacetado. Dependendo do contexto no qual está inserida, a fração pode assumir diferentes significados que devem ser explorados na aprendizagem: número, parte-todo, medida, quociente, operador multiplicativo e outros.

Em trabalho recente, Magina, Bezerra e Spinillo (2009), levantaram algumas dificuldades das crianças na construção do conceito de fração: a criança não compreende o princípio da conservação de quantidades quando secciona os inteiros contínuos; a noção de equivalência de frações nem sempre é entendida; há dificuldade com a linguagem e a notação típica de frações; e as crianças aplicam o conhecimento que possuem acerca dos números inteiros às frações. Entre os erros documentados na literatura, encontram-se as interpretações da fração como um número natural e da representação simbólica a/b como sendo apenas dois números inteiros, um sobre o outro. Os alunos erram no estabelecimento da relação de ordem, ao responder, por exemplo, que $1/3$ é menor do que $1/4$, porque três é menor do que quatro. No caso de quantidades contínuas, vários alunos não reconhecem a necessidade de dividir o todo em partes iguais.

As dificuldades dos alunos neste tema podem ser consequência do modo como as frações são ensinadas. Merlini (2005) encontrou que a ideia de fração como quociente entre dois números inteiros é pouco trabalhada em livros didáticos e que professores das séries iniciais parecem não realizar um trabalho efetivo com esse significado da fração.

Situações de ensino mais freqüentes são aquelas relativas à ideia de parte-todo, em que as áreas de retângulos ou de círculos são divididas em partes com superfícies iguais e a fração é nomeada como o número de partes pintadas sobre o número total de partes. Nunes e Bryant (1997) afirmam que, em muitas vezes, as crianças são levadas a construir ideias com base na pura percepção ao invés de serem incentivadas a estabelecer relações lógico-matemáticas nas situações envolvidas.

Investigações brasileiras recentes mostram a preocupação dos pesquisadores em tratar do tema frações com base nos seus diferentes significados (Damico, 2007; Maciel&Câmara, 2007; Magina&Campos, 2008; Merlini, 2005; Moutinho, 2005; Rosa, 2007; Santos, 2005). No entanto, não foram encontrados trabalhos que avaliassem, no significado da fração como parte-todo, as ações do sujeito ao repartir inteiros contínuos com formas geométricas diferentes do retângulo e do círculo, que são tradicionalmente apresentados nos livros didáticos. Assim, questionou-se se

¹ A psicologia da educação matemática é um domínio de reflexão teórica, de pesquisa e de aplicação que é necessariamente interdisciplinar, gerado a partir de contribuições de setores da psicologia, como a psicologia do desenvolvimento, psicologia da aprendizagem e da memória, psicologia dos processos cognitivos complexos etc (FALCÃO, 2003). De acordo com Brito (2001), a psicologia da educação matemática é um campo relativamente jovem de pesquisa cujo objetivo é estudar o ensino e a aprendizagem da matemática, bem como os demais fatores cognitivos e afetivos relacionados à disciplina.

² A perspectiva construtivista de aprendizagem tem como um dos principais representantes o cognitivismo estruturalista piagetiano.

alunos do sétimo ano, com base no significado da fração parte-todo, repartiriam formas geométricas simples.

Portanto, tendo em vista a importância do tema frações na formação básica, buscou-se saber que ideias teriam construído alunos do 7º ano do Ensino Fundamental acerca do conceito de fração, na perspectiva da aprendizagem dos conteúdos conceituais, conforme apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Fundamentação teórica

Sabe-se que, muitas vezes, os alunos das séries finais do ensino fundamental dominam procedimentos relativos às operações com números racionais, mas carecem de formação conceitual acerca do assunto, o que pode comprometer vários outros conteúdos matemáticos do ensino básico.

Para a construção do conceito de número racional, é importante que os alunos entrem em contato com as diferentes ideias da fração. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) fazem referência a alguns significados das frações, importantes para a formação conceitual dos alunos do ensino fundamental. O documento traz o significado das frações nos diversos contextos em parte-todo, divisão e razão.

São várias as ideias que perfazem o conceito: (i) parte-todo: a fração significa a parte de um inteiro contínuo ou de um inteiro discreto. Neste último caso, a fração também pode ser chamada de operador; (ii) quociente: a fração indica o resultado da divisão entre dois inteiros; (iii) medida: a fração indica a razão – comparação - entre partes de um inteiro contínuo, entre dois inteiros contínuos e entre dois inteiros discretos; (iv) número: a fração é um número que pode ser representado na reta numérica.

Outras situações são as que envolvem probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de $\frac{2}{10}$.

Ainda outras situações ocorrem na abordagem de escalas em plantas e mapas (escala de 1 cm para 100 m: representada por 1:10.000 ou $\frac{1}{10.000}$).

Nota-se que a fração com o significado de operador multiplicativo desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa ideia está presente, por exemplo, em questões do tipo “que número devo multiplicar por 5 para obter 2?”; “quanto vale $\frac{3}{4}$ de R\$ 400,00?”. A resposta para a primeira questão é $\frac{2}{5}$ e para a segunda é R\$ 300,00.

O conceito de número racional está ligado a uma síntese dessas várias ideias. Este trabalho procura explicar o processo de formação de algumas das ideias envolvidas na construção do conceito de fração.

Para entender a formação de conceitos, é importante destacar como acontece a construção do conhecimento, na perspectiva do desenvolvimento cognitivo.

Conforme Piaget (1967), o conhecimento é construído por meio das interações do indivíduo com o mundo. As características básicas do processo de construção são: as biológicas, em que se entende a maturação do sistema nervoso; as referentes às transmissões sociais, que

podem ocorrer dentro ou fora da escola; e a que diz respeito às experiências, sejam físicas ou lógico-matemáticas. É na coordenação (equilibração) entre esses três fatores, que a estrutura cognitiva é formada.

Para uma pessoa conhecer um objeto é preciso abstraí-lo reflexivamente para assimilá-lo e integrá-lo aos esquemas já construídos. Esses esquemas, construções mais simples; ou estruturas, construções mais complexas; são modificados a fim de acomodar o elemento novo, por meio do processo de auto-regulação ou equilíbrio. A concepção de Piaget de que o desenvolvimento dessas estruturas acontece de forma sequencial e integrativa levou o autor a definir os quatro estágios de desenvolvimento cognitivo: sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e hipotético dedutivo.

Por volta de 7 ou 8 anos, inicia-se o período operatório concreto, em que a criança pensa antes de agir, começando o processo de reflexão. Nesse processo, a criança começa a se libertar do seu egocentrismo intelectual, tornando-se capaz de novas coordenações, mas ela ainda pensa concretamente sobre cada problema à medida que a realidade os propõe, não conseguindo ligar soluções por meio de teorias gerais. Neste período, com relação ao conteúdo frações, a criança consegue realizar algumas ações com materiais concretos, por exemplo, repartir, cortar, pintar, desenhar, sobrepor peças para comparar, etc. Consegue atribuir significados a uma escrita numérica a partir da dupla contagem das partes de um inteiro, por exemplo, $\frac{1}{4}$; consegue comparar as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{3}$, mas não generaliza que esses dois números são racionais.

No período da adolescência, o indivíduo é capaz de construir as operações mentais próprias do nível formal de pensamento, podendo manipular proposições ou declarações feitas a respeito de um conteúdo, por intermédio de palavras, de símbolos matemáticos e de outras formas de linguagem. Neste estágio, o estudante pode formar conceitos científicos complexos, como o conceito de número racional, a partir das ideias de fração, do princípio das classes de equivalência, da relação de ordem, das representações decimais, da reta numérica etc.

Para Piaget, as ações que a criança realiza com os objetos são as responsáveis pela formação dos conceitos. Todo pensamento – conjunto de idéias em conexão e dirigidas para certo fim – surge dos atos, sejam eles realizados com objetos físicos, sejam eles interiorizados. As crianças não podem, portanto, formar conceitos através de meras observações, pois há a necessidade de serem construídos sistemas de operações mentais, e tais sistemas se baseiam na coordenação das ações realizadas. O tipo de conceito que elas podem construir depende do nível de abstração do qual são capazes. Assim, a partir dos doze anos, podem construir tipos de conceitos mais avançados, estruturar e coordenar ações mentalmente sobre relações que em si mesmas resultam da coordenação de atos. Os conceitos matemáticos mais avançados, por exemplo, correspondem a um tipo especial de generalizações sobre relações entre certas classes de dados.

Piaget (1967), também faz a distinção entre três tipos de conhecimento: o conhecimento físico, o conhecimento social e o conhecimento lógico-matemático.

O conhecimento físico é o conhecimento obtido por meio das abstrações físicas ou empíricas, quando o indivíduo percebe propriedades que estão nos objetos, na realidade externa. A abstração empírica tira as informações dos objetos como tais, ou das ações do sujeito sobre suas características materiais. Desse modo, verificar a cor, a espessura e o tamanho de objetos

assim como pintar, recortar e dobrar papéis são exemplos de conhecimento físico.

O conhecimento social tem como fonte primária as convenções desenvolvidas pelas pessoas. As transmissões sociais exercem um papel importante no processo de construção do conhecimento, porém é necessário que as mesmas não sejam recebidas passivamente, e nem assimiladas em bloco, de uma só vez. As informações devem ser gradativamente organizadas à medida que vão sendo incorporadas pelo sujeito.

O conhecimento lógico-matemático é obtido por meio das abstrações reflexivas e envolve a construção de relações entre os objetos e as ações. Para a aprendizagem do conceito de fração, é necessário, de acordo com Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), que a criança tenha a noção de conservação da quantidade. Ela precisa entender que o inteiro contínuo ou o discreto permanece inalterado apesar das divisões realizadas. A noção de conservação é obtida no estágio das operações concretas e acrescenta-se que as relações estabelecidas pelas crianças no entendimento das frações não existem na realidade externa, daí a importância das abstrações reflexivas.

Nunes e Bryant (1997) consideram que a forma como as frações geralmente são ensinadas na escola pode levar os alunos a erros. Em geral, são apresentados desenhos de inteiros repartidos e os alunos realizam uma dupla contagem: número de partes em que o inteiro foi repartido e número de partes que foram pintadas e a partir disso é atribuída uma escrita $\frac{a}{b}$. No

entanto, este procedimento de dupla contagem seguida de uma representação numérica pode não ter significado para o aluno. Uma prova disso são os trabalhos que solicitam a representação da fração em inteiros repartidos, conforme mostra a Figura 1.

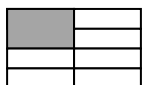


Figura 1. Exemplo usado para estudar a compreensão das crianças (adaptado de Nunes e Bryant, 1997)

No desenho, haveria a necessidade de repartir a parte pintada em pedaços do mesmo tamanho dos demais. A falta de entendimento do significado parte-todo pode levar alunos a errar essa questão.

O entendimento de frações, segundo Piaget e cols. (1960) depende da coordenação de duas relações fundamentais: a relação parte- parte (extensiva e aritmética³) e a relação parte-todo (infralógica e intensiva⁴). Estudos de Lima (1982), citados por Nunes e Bryant (1997), encontraram que as crianças de 7 ou 8 anos negaram a equivalência de metades de um mesmo inteiro, quando estas tinham aparência diferente. Crianças mais velhas já conseguiam justificar seus argumentos de igualdade das partes fazendo referência ao todo. Esses estudos confirmam a existência de conexão entre as relações parte-parte e parte-todo.

³ A quantificação extensiva significa o reconhecimento de que uma parte pode ser tomada como unidade padrão passível de repetição, sendo então, numericamente quantificável. .

⁴ A quantificação intensiva significa a compreensão de que o todo é maior ou igual à soma de suas partes. Nota-se que o termo infralógico não significa que essas operações são inferiores às operações lógico-aritméticas, mas simplesmente que elas são formadoras da noção do objeto como tal, em oposição aos conjuntos de objetos.

Existem outras relações envolvidas no conceito de fração, por exemplo, o todo contínuo precisa ser dividido em partes equivalentes e estas juntas compõem o inteiro, sem sobrar partes. O aluno deve perceber que existe uma relação entre o número de partes e o número de cortes necessários para obter as partes. Assim, para dividir um inteiro contínuo em três partes iguais podem ser necessários apenas dois cortes, para dividir um círculo em quatro partes iguais bastam dois cortes etc.

Os estudantes, quando aprendem frações, devem perceber também que existe uma relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido, ou seja, quanto maior o número das partes, menor o tamanho de cada parte. Essa relação parece ser desenvolvida em paralelo com a compreensão da relação inversa entre o divisor e o quociente na divisão de inteiros, segundo Nunes e Bryant (1997).

Os fundamentos que foram aqui brevemente apontados mostram a complexidade do conceito de fração, quando se trata de explicar a elaboração progressiva desta construção.

Assim, como os estudantes a partir do oitavo devem utilizar o conceito de número racional para a compreensão de vários conteúdos matemáticos, procurou-se, neste trabalho, investigar se alunos do sétimo ano dominavam o conceito de fração a partir de algumas ideias relativas ao conceito. Em especial, o trabalho pretendeu identificar, ainda que em uma análise preliminar, algumas relações estabelecidas pelo sujeito nas ações de repartição de inteiros contínuos, quando estes têm formas diferentes das convencionais.

Objetivos, sujeitos e procedimentos

Esse trabalho teve por objetivo verificar o conhecimento acerca do conceito de fração apresentado por alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental.

Foram sujeitos da pesquisa vinte e oito estudantes entre 11 e 13 anos do sétimo ano, período vespertino, da Escola Estadual de Monte Alegre de Minas, situada na cidade de Monte Alegre de Minas, tratando-se assim de uma amostra de conveniência.

Foi elaborada uma prova (Anexo) contendo oito questões que, ao todo, avaliavam as ideias que foram consideradas como as mais importantes para estudantes do sétimo ano: fração como parte de um inteiro contínuo; a fração como parte de um inteiro discreto (operador); a fração como divisão entre inteiros; a fração como razão entre dois inteiros contínuos.

A prova foi aplicada pela pesquisadora, no horário de aula, com a autorização do diretor e da professora da turma e as questões foram resolvidas individualmente..

Foi realizada análise quantitativa e qualitativa das respostas dos sujeitos. Para a primeira, foram contados os acertos e erros dos alunos em cada questão, bem como o desempenho geral na prova. A análise qualitativa buscou relacionar a fundamentação teórica acerca da formação conceitual de fração com os desenhos e respostas dadas às questões.

Resultados e discussão

Os alunos foram solicitados a responder o que é uma fração. Verificou-se uma diversidade de respostas. Sete alunos deram apenas exemplos de frações. Cinco alunos responderam que “é a

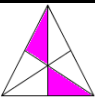
parte colorida do desenho” e quatro alunos disseram que “é repartir”. Outras respostas foram: “é divisão” (3 alunos), “é uma conta” (3 alunos), “é uma fração” (2 alunos), “é uma coisa” (1 aluno), “são números opostos ou não, que fica um em baixo e outro em cima” (1 aluno). Apenas dois alunos não responderam a questão, o que indica que os sujeitos tinham estudado ou utilizado o assunto em alguma situação.

As questões foram pontuadas, totalizando 16 pontos, e os alunos tiveram uma pontuação variando de 0 a 11 pontos, com média 4,68 e desvio padrão 3,06, o que demonstra um fraco desempenho na prova.

Foi solicitado que os alunos atribuíssem uma escrita fracionária a três desenhos apresentados e observou-se que pouco mais da metade dos sujeitos acertou cada item dessa questão, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1

Acertos na escrita a partir dos desenhos

Desenho			
	a	b	c
Nº de alunos	16	19	17
%	57,14%	67,86%	60,71%

Entre os que erraram, foi verificado que alguns confundiam o denominador com o numerador. Em alguns casos, o número de partes pintadas foi representado pelo numerador e o número de brancas, pelo denominador.

Outra questão tinha por objetivo verificar se o aluno conseguia, a partir da escrita numérica dada, repartir e pintar uma figura que representava o inteiro. Foi encontrado um baixo número de acertos em quase todas as figuras, conforme mostra a Tabela 2. Esta também ilustra parte dos desenhos feitos, para que os erros possam ser analisados.

Os desenhos errados foram classificados em três categorias. Na categoria A, encontram-se os desenhos nos quais o sujeito demonstrava entender o significado do denominador, porém, em alguns casos, parecia não relacionar as partes entre si, já estas não mantinham a mesma superfície. Os desenhos da categoria B mostram que os sujeitos dividiram o inteiro em um número de partes igual à soma do numerador com o denominador. Na categoria C estão os desenhos repartidos na quantidade indicada pelo numerador e nela também constam outros desenhos em que não se identificou a estratégia do sujeito.

Com exceção da primeira figura, todas as outras poderiam ter sido repartidas a partir do centro, assim como mostram os desenhos a e c da Tabela 1. No entanto, foram verificadas várias outras tentativas de fazer a repartição: utilizando a simetria (1-e; 2-b; 2-f; 3-b; 5-b), linhas paralelas horizontais (1-b; 2-c), linhas paralelas inclinadas (1-c; 3-e; 4-e) e outras.

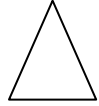
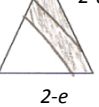
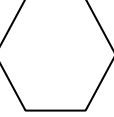
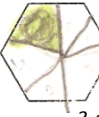
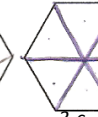
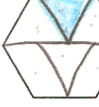
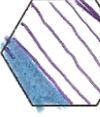
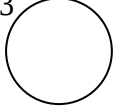
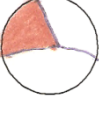
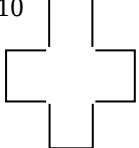
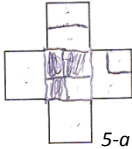
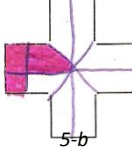
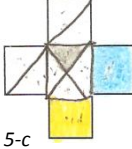
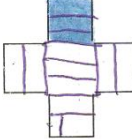
A respeito da figura 6, foi verificado que apenas uma aluna conseguiu representar corretamente a fração e que um sujeito parecia ter a noção de que a fração representava uma porção maior do que o inteiro (6-a).

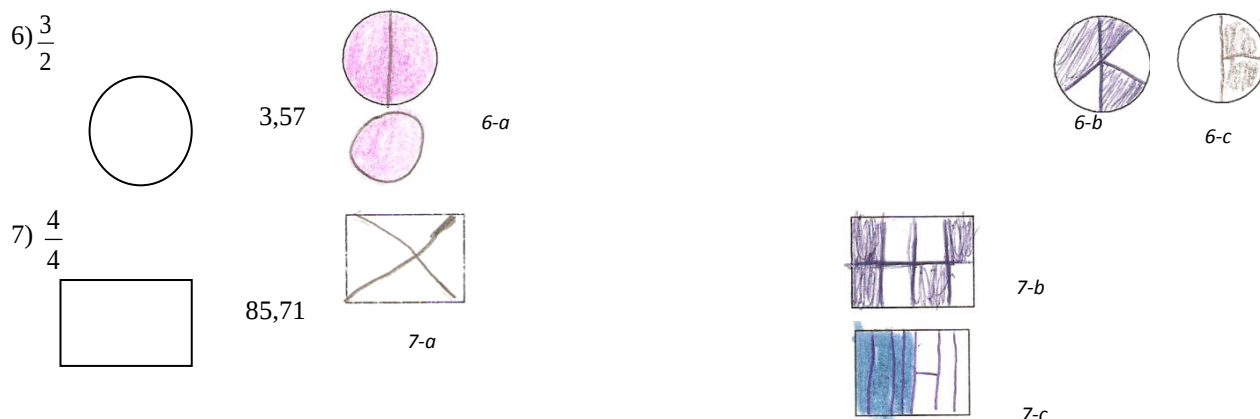
Na questão que verificava se os alunos sabiam calcular a fração como parte de um inteiro discreto, apenas um aluno conseguiu acertar os três itens da questão. Observou-se que alguns

alunos multiplicaram o número dado pelo numerador e pelo denominador e que outros apenas multiplicaram pelo numerador. Parece que os alunos não associavam a divisão de partes de um inteiro contínuo com a divisão equitativa de um número natural. Assim, alunos que sabiam, por exemplo, que para representar $\frac{1}{4}$ de um círculo deviam reparti-lo em quatro partes iguais, não levaram esse raciocínio para determinar $\frac{3}{8}$ de 1600 e então dividir 1600 por 8.

Tabela 2

Porcentagem de acertos e desenhos errados por categoria

Desenho	% de acertos	Desenhos errados dos sujeitos		
		Categoria A	Categoria B	Categoria C
1) $\frac{3}{4}$ 	0,00	 1-a  1-b  1-c  1-d  1-e  1-f	 1-g	 1-h
2) $\frac{2}{3}$ 	10,71	 2-a  2-b  2-c  2-d  2-e  2-f	 2-g	
3) $\frac{1}{6}$ 	46,43	 3-a  3-b  3-c  3-d	 3-e	
4) $\frac{1}{3}$ 	7,14	 4-a  4-b  4-c  4-d		 4-e
5) $\frac{3}{10}$ 	28,57	 5-a  5-b  5-c	 5-d	



Ao analisar as soluções referentes à questão que verificava se os alunos sabiam utilizar a ideia da fração como divisão entre dois inteiros (repartir igualmente quatro chocolates entre três crianças), observou-se que apenas quatro alunos acertaram a questão e que muitos, mesmo esboçando desenhos coerentes para encontrar a resposta, não chegaram à fração $\frac{4}{3}$.

Na questão que informava que de cada 6 alunos, 5 torciam para o Flamengo, verificou-se que dez alunos responderam corretamente. Com relação à questão que verificava se os alunos sabiam calcular a razão entre dois inteiros contínuos, verificou-se que, apesar de alguns alunos terem demonstrado possuir a ideia de medida (indicavam que o quadrado menor cabia quatro vezes no maior), apenas dez alunos deram a resposta correta $\frac{1}{4}$.

Considerações finais

Conforme apontado por Nunes e Bryant (1997), o fato das crianças realizarem a dupla contagem das partes do inteiro seguida da representação $\frac{a}{b}$ pode sugerir que elas tenham uma compreensão completa das frações, quando na verdade não a têm. Na presente pesquisa, os desenhos realizados de maneira errada puderam evidenciar que muitos alunos conheciam o significado do numerador e denominador, mas não conseguiam estabelecer algumas relações, conforme apontadas por Piaget et al. (1960).

Uma das relações diz respeito ao tamanho das partes em que o inteiro é dividido. As figuras apresentadas tinham várias formas, incluindo as mais convencionais (como retângulo e círculo) e outras diferentes destas (triângulo, hexágono, cruz). Os desenhos não requeriam conhecimentos específicos de geometria para serem repartidos. Com exceção do triângulo isósceles⁵, as figuras apresentadas poderiam ter sido repartidas a partir do seu centro, assim como são divididos os discos circulares de frações que aparecem nos desenhos de livros didáticos e em materiais manipuláveis. Pode-se interpretar que as divisões feitas com traços paralelos pareciam indicar que os alunos reproduziam as ações realizadas anteriormente com retângulos. Já o traçado com linhas perpendiculares na vertical e na horizontal parecia imitar a divisão do círculo em quatro partes. Em vários casos, as partes obtidas por essas divisões não apresentavam nem a

⁵ O triângulo isósceles poderia ter sido repartido ligando os pontos médios dos três lados.

mesma forma e nem o mesmo tamanho, mas parece que os alunos não refletiam sobre os resultados obtidos, não coordenando as relações parte- parte e parte-todo. Conforme apontado por Magina, Bezerra e Spinillo (2009), o esquema de partição está na origem da compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho do todo e o número de partes em que foi dividido. Essa ação de dividir não parecia, para alguns sujeitos dessa pesquisa, estar ancorada em abstrações reflexivas, necessárias para a construção do conhecimento lógico-matemático.

Outra relação que não foi evidente é aquela existente entre o número de partes e os cortes necessários para representar o denominador. Houve casos em que o aluno fez o mesmo número de riscos indicado no denominador, não obtendo, obviamente o número correto de partes (3-e, Tabela 2). Outros começaram a riscar em uma região do desenho e, quando se deram conta que ainda faltavam muitas partes, dividiram exaustivamente a região restante até obterem o número de partes desejado (5-a, 5-c, Tabela 2). Nesses casos, os desenhos feitos pelos sujeitos parecem demonstrar que estes não antecipavam mentalmente o número de cortes e o tamanho das partes do inteiro apresentado, o que representaria falta de coordenação das ações no pensamento.

Os alunos tiveram desempenho pior na questão que avaliava a ideia de parte de um inteiro discreto (ou o sentido de operador). Essa dificuldade também foi verificada por Maciel e Câmara (2007), talvez influenciada pela forma como as frações são tradicionalmente introduzidas no ensino básico.

Sendo assim, esse trabalho mostrou que, na formação do conceito de fração, estão envolvidas várias ideias, e que várias delas não foram evidenciadas nas respostas dos sujeitos, no contexto da pesquisa. Esses resultados não diferem daqueles encontrados na recente literatura apontada.

A teoria abordada sugere que a formação dos conceitos é diferenciada de acordo com o estágio de desenvolvimento do sujeito. Quanto menor for o aluno, mais importantes são as experiências com material concreto. No entanto, não basta que os alunos obtenham conhecimento físico ou social, mas é importante que eles possam agir com objetos e que coordenem e relacionem as ações mentalmente.

Alunos na faixa etária de sétimo ano, apesar de estarem em idade referente ao período formal, podem não ter sido desafiados a refletir sobre as ações de repartir, distribuir, medir e comparar, necessárias para a construção do conhecimento lógico-matemático referente ao conceito de fração.

A continuidade desse estudo deve prever a ampliação do número de sujeitos e também uma modificação do instrumento, com questões que avaliem outras ideias da fração, de modo a aprofundar no entendimento das relações estabelecidas por alunos de outras séries do ensino básico. Outra questão que merece ser investigada é se a forma geométrica da figura influencia na formação do esquema de partição, conforme indicam os estudos citados.

Como implicação pedagógica do estudo, considera-se que, se o professor das séries iniciais do ensino fundamental conhecer a dificuldade dos alunos na formação das diferentes ideias das frações, ele poderá organizar atividades com material manipulável que desencadeiem as abstrações reflexivas necessárias para a construção do conceito, respeitando o nível de desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Em continuidade, o professor das séries finais do ensino fundamental pode rever esses conteúdos e, a partir do sétimo ano, tratar de questões mais complexas, como o conceito de equivalência de frações e de número racional.

Referências

- Brasil (1997). MEC/Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais* (9 volumes). Brasília.
- Brito, M. R. F. (2001). *Contribuições da Psicologia Educacional à Educação Matemática*. In: Brito, M. R. F. (org.). *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa*. Florianópolis: Insular.
- Damico, A.(2007).*Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental*. Tese de Doutorado. PUC/SP.
- Falcão, J.T.R. (2003). *Psicologia da Educação Matemática: uma introdução*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.
- Magina, S.; Bezerra, B.B.; Spinillo, A.(2009).Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, V.90, n.225, p.411-432.
- Magina, S.& Campos, T. (2008).A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. *Revista Bolema*. V. 21, N. 31.
- Maciel, A. & Câmara, M. (2007). Analisando o Rendimento de Alunos das Séries Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em Atividades Envolvendo Frações e Ideias Associadas. *Revista Bolema*, nº 28, p.163-177.
- Merlini, V. L. (2005). *O conceito de frações em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª série do ensino fundamental*. 238 f. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC/SP.
- Moutinho, L. V. (2005) *Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC/SP.
- Nunes, T. & Bryant, P.(1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Piaget, J. (1967). *Seis estudos de psicologia*. Tradução de Maria Alice Magalhães, D'Amorim, Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forense. Original: *Six études de psychologie*, (1964) Éditions Gonthier S.A .Genève.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. New York: Norton.
- Santos , A. (2005) *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC/SP..
- Rosa, R.R. (2007). *Dificuldades na compreensão e na formação de conceitos de números racionais: uma proposta de solução*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande.
- Verschaffel,L.; Greer, B.& Torbeyans, J. (2006). *Numeral Thinking*. In Gutierrez, A&Boero,P.Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Presente and Future. Sense Publishers.

Anexo: Prova

Gênero: ()Feminino ()Masculino Idade_____ Turma:_____ Data: __/__/____

- 1) Você gosta de matemática? Por quê?
- 2) O que é uma fração?
- 3) Diga que fração representa a parte pintada de cada figura a seguir:



- 4) Pinte a fração indicada em cada figura.

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3}$

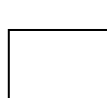
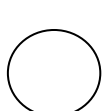
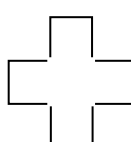
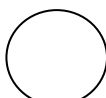
c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{3}{10}$

f) $\frac{3}{2}$

g) $\frac{4}{4}$



- 5) Calcule:

a) $\frac{4}{10}$ de 400

b) $\frac{4}{5}$ de 15

c) $\frac{3}{8}$ de 1600

- 6) Três crianças querem repartir igualmente 4 chocolates entre elas. Quanto receberá cada uma?



- 7) Numa sala, de cada 6 alunos, 5 torcem para o Flamengo. Se na sala há 36 alunos quantos torcem pelo time?

- 8) Qual a razão entre as áreas dos quadrados (de A para B)

