Os Sólidos Arquimedianos em ambiente de Geometria Dinâmica

Talita Carvalho Silva de **Almeida**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
talita_almeida@yahoo.com.br
Maria José Ferreira da **Silva**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
zeze@pucsp.br
Jesus Victoria Flores **Salazar**
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Brasil
flores@ccet.ufrn.br

Resumo

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa que teve por objetivo revisitar o objeto matemático Sólidos Arquimedianos por meio de suas construções no ambiente de Geometria Dinâmica *Cabri 3D*. Para investigar processos de construção para esses sólidos, recorremos a um estudo bibliográfico que nos permitiu encontrar um procedimento matemático realizado por renascentistas para a obtenção de arquimedianos a partir de sólidos platônicos. Para promover a articulação entre a análise epistemológica e a análise didática, nosso referencial teórico baseou-se na Transposição Didática e na Problemática Ecológica de Yves Chevallard. A partir das análises das construções constatamos que o *Cabri 3D* é um *habitat* para o estudo desses sólidos, pois reconhece como objeto todos os saberes que determinam a existência desse objeto matemático enquanto objeto de ensino.

Palavras chave: *Cabri 3D*, Sólidos Arquimedianos, Sólidos Platônicos, Transposição Didática, *Habitat*.

Introdução

Os Sólidos Arquimedianos não estão presentes na matemática ensinada na Escola Básica brasileira, embora apareçam em materiais didáticos, paradidáticos e de apoio ao professor por meio de exemplos e exercícios, em geral, relacionados à Relação de Euler e à convexidade, mas sem qualquer definição ou mesmo nomeação correspondente. O icosaedro truncado é o sólido arquimediano que mais aparece, provavelmente, por ser associado à bola de futebol.

De acordo com Veloso (1998, p.235),

> se na definição que demos de poliedro regular mantivermos a condição das faces serem polígonos regulares, mas não a de serem todas congruentes, obtemos uma família mais ampla de sólidos, estudada por Arquimedes (287 – 212 a. C.). As arestas são todas congruentes, e os vértices também. As faces são polígonos regulares, mas enquanto nos platônicos eram apenas de um tipo, aqui poderão ser de vários tipos. É ainda necessário acrescentar a condição de que todo o vértice pode ser transformado noutro vértice por uma simetria de poliedro. A estes sólidos é habitual chamar arquimedianos ou semi-regulares.

A carência de informações a respeito do objeto matemático Sólidos Arquimedianos no Brasil, bem como a dificuldade de encontrar materiais, na Escola Básica, que discorram sobre os mesmos, pode ser uma possível causa para que muitos desconheçam sua existência.

Contudo, vale ressaltar que nem sempre foi assim. Para confirmar essa assertiva, encontramos dois livros de Desenho Geométrico que nos fornecem informações sobre alguns dos Sólidos Arquimedianos: Primeiras Noções de Geometria Prática de Olavo Freire, publicado em 1897 e *Programa de Desenho para a primeira e segunda séries ginasiais* de Benjamin de A. Carvalho, publicado em 1960. Para Freire (1897), os Sólidos Arquimedianos são irregulares e simétricos por terem todos os planos que os formam simetricamente dispostos. O autor ilustra cinco representações dos treze Sólidos Arquimedianos, com planificações de suas superfícies (ver Figura 1) e nos indica o sólido a partir do qual se originam.

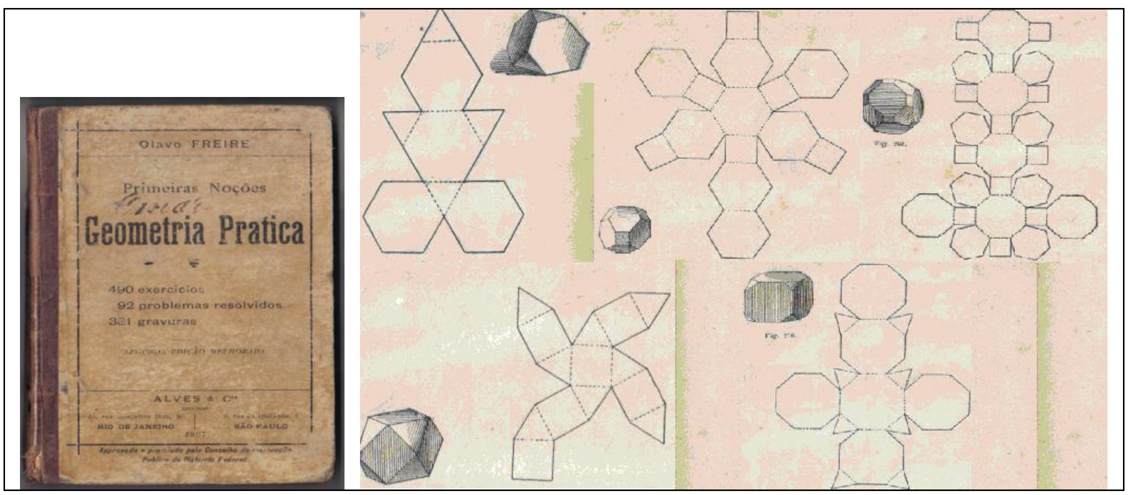

Figura 1. Arquimedianos estudados em Geometria Prática.
Fonte: Freire, 1897, p. 151-155.

Já Carvalho (1960, p.92), definiu os Sólidos Arquimedianos como poliedros “semi-regulares que têm suas faces formadas por polígonos regulares ou não, mas diferentes entre si, embora dispostos simetricamente no espaço”. A Figura 2 ilustra três exemplos desses sólidos tratados pelo autor.

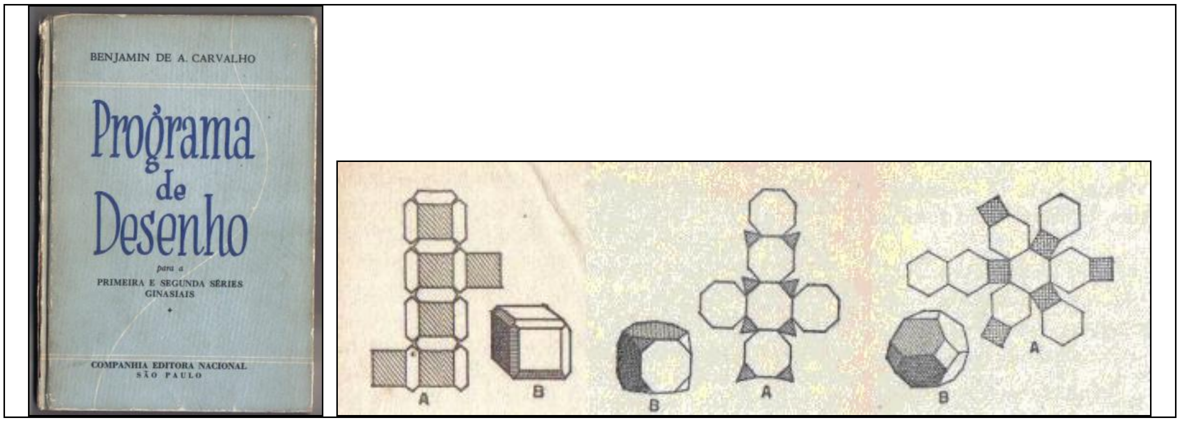

Figura 2. Sólidos considerados arquimedianos.
Fonte: Carvalho, 1960, p. 93.

Os livros apresentados levam-nos a inferir que esse objeto matemático já fez parte da grade curricular de Matemática, mais especificamente em Desenho Geométrico, disciplina que de acordo com Zuin (2002), permaneceu oficialmente por quarenta anos consecutivos nos currículos escolares brasileiros – 1931 a 1971. Nesse sentido, de acordo com Rabello (2005), o motivo que levou o abandono da disciplina Desenho Geométrico da grade curricular de matemática, foi substituí-la na grade curricular do ensino público, em todas as séries do 1° e 2° graus do Ensino Básico, por Educação Artística. O autor lembra, ainda, que o Ministério da Educação e Cultura tornou-a obrigatória para o segundo segmento do Ensino Fundamental.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Artes (BRASIL, 1997), a substituição ocorreu porque o ensino de Desenho Geométrico estava voltado essencialmente para o domínio técnico, centrado na figura do professor que privilegiava a reprodução de modelos. Segundo o documento, a disciplina Desenho era considerada mais por seu aspecto funcional do que uma experiência em arte.

A situação exposta leva-nos a inferir que a ausência da Disciplina Desenho Geométrico da grade curricular de matemática contribuiu para que o objeto matemático Sólidos Arquimedianos não fosse mais abordado, tendo em vista que esses sólidos não são facilmente representados em ambientes bidimensionais, sem domínio de conhecimentos e habilidades oferecidos pelo Desenho Geométrico.

Por outro lado, muitas pesquisas em Educação Matemática têm mostrado que o uso da Geometria Dinâmica como recurso didático não só favorece a exploração e aquisição de conceitos geométricos, como também apresenta vantagens em relação às construções com régua e compasso no ambiente lápiz e papel. Para Gravina (2001), a Geometria Dinâmica pode ser entendida como a implementação da geometria tradicional, aquela estática da régua e compasso, no computador, mas com caráter dinâmico. Essa característica dinâmica permite que a partir de uma única construção, um número arbitrário de experimentações seja efetuado, o que seria praticamente impossível com régua e compasso.

O termo Geometria Dinâmica é usado para designar software interativos que permitem a criação e manipulação direta de figuras geométricas a partir de suas propriedades. Assim, vemos emergir uma nova maneira de ensinar e aprender geometria, a partir da exploração experimental que possibilita a passagem de uma figura à outra pelo deslocamento quase contínuo dos elementos, viável apenas em ambientes dinâmicos.

Construída uma figura em um ambiente dinâmico, tratamos de investigar suas propriedades. Para isso arrastamos a figura até deformá-la, dentro das restrições impostas pela construção. Enquanto fazemos isso, muitas relações e medidas vão se alterando na figura e isso nos permite reconhecer seus invariantes bem como a existência de uma classe de figuras representando o objeto geométrico. A manipulação direta dos elementos básicos da figura cria um dinamismo cuja vantagem está em conservar as relações entre seus componentes. Para Veloso (1998, p.96), "a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia", é a razão pela qual este ambiente é apropriado para apoiar um ensino renovado da geometria plana.

Assim como a Geometria Plana, a Geometria Espacial pode, também, ser ensinada em um ambiente de Geometria Dinâmica. O ambiente computacional *Cabri 3D*[1] é o primeiro software de manipulação direta desenvolvido para simular o trabalho com três dimensões. Nesse sentido, todo tipo de figura tridimensional pode ser construída, visualizada e manipulada nesse ambiente, que além de preservar as propriedades de figuras geométricas espaciais, permite mudar o ponto de vista em relação ao objeto representado.

Em geral, sabemos que há perda de informações quando representamos objetos tridimensionais no plano, uma vez que representações bidimensionais de objetos espaciais quase sempre não correspondem à formação de suas imagens mentais. Assim, tendo em vista as limitações da representação e visualização impostas pelo ambiente papel e lápis, pesquisas como as de Kaleff (1998) e Almeida (2010), bem como as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, 1999), apontam para o estudo de poliedros em ambientes computacionais.

Nesse sentido, o ambiente de Geometria Dinâmica *Cabri 3D* pode favorecer o estudo dos Sólidos de Arquimedes, pois não só auxilia a construção e representação de figuras espaciais como também permite manipulá-las, o que facilita a exploração de conjecturas e a validação ou refutação de resultados.

Metodologia

Lakatos e Marconi (2001) assinalam que o contato direto do pesquisador com tudo aquilo que foi escrito a respeito do assunto, oferece meios, tanto para a definição e resolução de problemas já conhecidos, quanto à exploração de novas áreas, isto é, a descoberta de novos fatos ou dados, em qualquer campo do conhecimento.

É essa descoberta de relações que direcionou o caminho de nossa pesquisa, a possibilidade de resgatar esse conhecimento para a matemática ensinada com o auxílio da tecnologia implementada no ambiente de geometria dinâmica *Cabri 3D*. No entanto, para tal sucesso, é inevitável a apropriação do objeto de estudo, e para isso recorremos a fontes históricas para, não só auxiliar a compreensão dos processos de desenvolvimento desse conhecimento, mas também evidenciar tendências e posturas a serem consideradas no planejamento de ensino.

Assim, para alcançar nosso objetivo de pesquisa recorremos a um estudo bibliográfico desenvolvido com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. De acordo com Gil (2009, p.44), embora a pesquisa bibliográfica seja considerada como a primeira etapa de toda a pesquisa científica, "há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas".

[1] O *Cabri 3D* foi desenvolvido por Cabrilog e apresenta os mesmos princípios e objetivos do projeto Cabri Géomètre, disponível no site www.cabri.com.

Para Gil (2009, p. 45),

> a principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço.

O autor ainda pontua que a pesquisa bibliográfica é indispensável em estudos históricos, uma vez que “em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados se não com base em dados bibliográficos” (p. 45), isto é, em dados baseados em fontes primárias.

Diante do exposto e tendo em vista que o estudo dos Sólidos Arquimedianos no material encontrado é realizado a partir da planificação de suas superfícies e o que pretendemos é estudá-los por meio de suas construções no ambiente de Geometria Dinâmica *Cabri 3D*, se faz necessário um estudo bibliográfico para investigar processos de construção para esses sólidos, bem como verificar se tais construções podem ser realizadas no ambiente proposto.

Um pouco de história

Alguns temas em geometria ficam esquecidos durante anos, ou séculos, para depois tornarem a despertar o interesse de alguns estudiosos, que retomam a sua exploração, e descobrem novos caminhos de estudo. Um desses diz respeito aos sólidos de Arquimedes, também conhecidos como poliedros semi-regulares. Tais sólidos são definidos como poliedros de faces poligonais regulares, de no mínimo dois tipos, com todas as arestas e ângulos poliédricos congruentes.

De acordo com Eves (2004), os trabalhos originais de Arquimedes que tratam desses sólidos estão perdidos, assim como grande parte das obras dos matemáticos gregos. Seus trabalhos são conhecidos, principalmente, pelas escritas de comentadores. Pappus de Alexandria (290 d.C. - 350 d.C.), um comentador do início do quarto século, fornece-nos informações, a respeito desses sólidos em sua obra, composta de oito livros, denominada: *Coleção Matemática*.

É apenas no quinto livro da obra que Pappus atribui a Arquimedes a descoberta dos treze sólidos.

> Embora muitos sólidos possam ser concebidos tendo todos os tipos de faces, aqueles que parecem ser formados regularmente são mais merecedores de atenção. Estes incluem não apenas os cinco sólidos encontrados por Platão [...] mas também os sólidos, em número treze, que foram descobertos por Arquimedes e que contém polígonos equilaterais e equiangulares, mas não similares. (PAPPUS, 1876, p.353).

Pappus organizou essas informações de acordo com o número total de faces de cada poliedro arquimediano. No entanto, não os nomeia e nem os ilustra. É dessa maneira, que o primeiro estudo matemático dos Sólidos Arquimedianos, pós-Arquimedes, é realizado. Esse estudo matemático parece que foi só retomado no século XV com Kepler, talvez o primeiro a sistematizá-lo. No livro II de sua obra *Harmonices Mundi* de 1619, Kepler demonstrou que existem apenas treze Sólidos Arquimedianos e lhes atribuiu nomes, como pode ser visto na Figura 3.

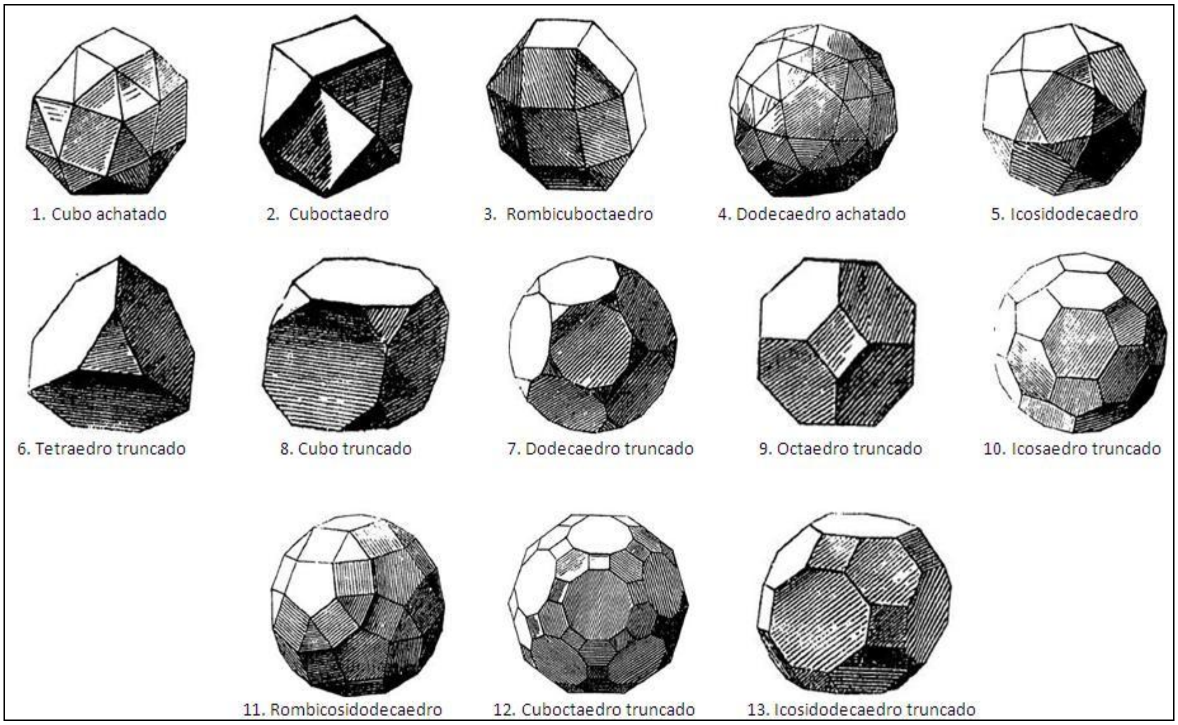

Figura 3. Sólidos Arquimedianos.
Fonte: Kepler, 1864, p.123 a 126.

Entretanto, no período do Renascimento, diversos artistas e matemáticos se interessaram pelo estudo e representação desses sólidos. Esses artistas, para variar seus desenhos, cortavam "cantos" e arestas de sólidos platônicos, o que, naturalmente, produzia alguns Sólidos Arquimedianos como resultado. O processo mais utilizado por esses artistas, que deu origem a essa redescoberta, é chamado de truncamento, eliminação de partes de um sólido de forma simétrica que pode ser feita a partir de seus vértices ou a partir de suas arestas.

Field (1997) assinala que cinco renascentistas – Piero della Francesca (1412-1492), Luca Pacioli (1445-1517), Leonardo da Vinci (1452-1519), Albrecht Dürer (1471-1528) e Daniele Barbaro (1513-1570) – descreveram em suas obras os Sólidos de Arquimedes sem o conhecimento do estudo de Arquimedes, relatado por Pappus, em escritos que foram impressos em 1588 e seus manuscritos não estavam disponíveis antes de 1560.

Para Field (1997), a história da redescoberta de poliedros arquimedianos durante o Renascimento não é a de recuperação de um texto clássico perdido, diz respeito à redescoberta da matemática real, matemática figurada por profissionais que exerceram atividades outras que não a de matemáticos, o que neste caso poderia ter sido puramente racional. No entanto, de acordo com o autor não há qualquer explicitação ou esquematização do estudo das relações entre Sólidos Platônicos, Sólidos Arquimedianos e os diferentes processos de construção a partir de truncaturas.

O *Cabri 3D* como *habitat* para o objeto matemático Sólidos Arquimedianos

Yves Chevallard desenvolveu a teoria da Ecologia Didática com o objetivo de abordar os problemas que se estabelecem entre os diferentes objetos do saber a ensinar. A ecologia didática se apóia nas ideias da ecologia biológica - nicho, habitat, ecossistema – para tentar explicar as relações entre os objetos matemáticos e no estudo do próprio objeto matemático. A ideia de ecossistema é utilizada por Chevallard (1991) para indicar um conjunto de saberes que ali vivem e evidenciar como esses saberes interagem entre si. Segundo Almouloud (2007, p. 114), Chevallard "introduz a noção de habitat de um objeto matemático como sendo o tipo de instituição onde se encontra o saber relacionado ao objeto de estudo, que por sua vez determinará a função desse saber, ou seja, determinará seu nicho."

Para Chevallard (1991), um objeto matemático não vive isoladamente, então se faz necessário identificar, ou até mesmo fazer viver, um complexo de objetos em torno do próprio objeto. É nesse sentido que a problemática ecológica aparece de maneira mais explícita, uma vez que convém examinar os diferentes espaços em que encontramos o objeto matemático e os saberes com os quais ele entra em associação, em outras palavras, seus habitats. Para examinar esses diferentes habitats bem como os saberes que o objeto matemático entra em associação, Chevallard (1991) aponta a transposição didática como um instrumento de análise que pode evidenciar o percurso do saber desse objeto, desde sua origem até a sala de aula, indicando características que possibilitam definir a sua sobrevivência enquanto um objeto de ensino.

Nesse sentido, a análise da transposição sofrida por determinado objeto permite evidenciar as relações inter-hierárquicas entre esse objeto com os saberes que determinam sua existência. Para Artaud (1998, p.1), o questionamento ecológico proposto por Chevallard – "o que existe, e por quê? Mas também, o que não existe e por quê? Poderia existir? Sobre quais condições?" - tende aproximar o pesquisador das dependências dos objetos que ele estuda e afirma que o mesmo já se fazia presente nos primeiros estudos sobre os processos de transposição.

Assim, entendemos que o Cabri 3D é um habitat para o estudo dos Sólidos Arquimedianos se o reconhece como objeto, bem como reconhece todos os saberes que determinam a existência desse objeto matemático como objeto de ensino.

Análise de uma construção realizada no *Cabri 3D*

As construções no *Cabri 3D* foram realizadas por meio da operação de truncamento efetuadas em poliedros platônicos. Tal operação está aqui relacionada ao corte de "cantos" de poliedros platônicos de maneira a obter poliedros com todas as faces regulares. Nosso objetivo é revisitar o objeto matemático Sólidos Arquimedianos por meio de suas construções no ambiente de Geometria dinâmica *Cabri 3D*, e assim constatar se tal ambiente pode ser um *habitat* para o estudo desses sólidos.

Sabemos que onze dos treze poliedros arquimedianos podem ser produzidos por uma sucessão de cortes, truncaturas, em poliedros platônicos. No entanto, em nosso estudo, optamos por construir aqueles obtidos por truncaturas diretas – cuboctaedro, icosidodecaedro, tetraedro truncado, octaedro truncado, icosaedro truncado, cubo truncado e dodecaedro truncado. Nesse trabalho apresentamos a construção no *Cabri 3D* do cubo truncado, mostrado na Figura 4.

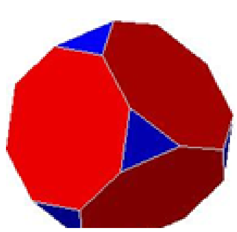

Figura 4. Cubo truncado.

O Sólido Arquimediano *cubo truncado* se origina em um cubo em que se realizam cortes por uma distância adequada de cada vértice de tal forma que cada face do cubo se transforme em uma face octogonal regular. O truncamento realizado nos conduz a eliminação de “cantos” do cubo. A eliminação de cada “canto” do cubo nos apresenta um triângulo como face do cubo truncado, como mostra a Figura 5, uma vez que em seus vértices concorrem três arestas.

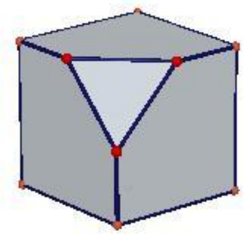

Figura 5. Face triangular.

Para respeitar a regularidade das faces do cubo truncado, os pontos de corte na face quadrangular devem ser encontrados por um procedimento matemático, como mostramos no que segue.

Considerando uma face ABCD do cubo de origem, representamos por: P_1 e P_2 os pontos de corte na aresta AB; P_3 e P_4 os pontos de corte na aresta BC; P_5 e P_6 os pontos de corte na aresta CD; P_7 e P_8 os pontos de corte da aresta AD; a a aresta da face e por d a distância entre um vértice e um ponto de corte, como pode ser visto na Figura 6.

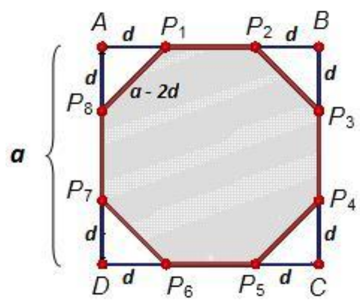

Figura 6. Pontos de corte na face do cubo.

Precisamos encontrar o valor da distância d. Como o triângulo AP1P8 é retângulo, pois m(Â) = 90º, podemos aplicar o teorema de Pitágoras e obter a medida procurada.

$$d^2 + d^2 = (a - 2d)^2$$
$$2d^2 = (a - 2d)^2$$
$$\sqrt{2d^2} = \sqrt{(a - 2d)^2}$$
$$d\sqrt{2} = a - 2d$$
$$d\sqrt{2} + 2d = a$$
$$d(\sqrt{2} + 2) = a$$
$$d = \frac{a}{\sqrt{2} + 2}$$

Com a distância *d*, entre um vértice e o ponto de corte, já determinada, podemos iniciar o processo de geração do cubo truncado com a criação de um cubo no *Cabri 3D*. Em seguida, medimos o comprimento da aresta, com a ferramenta *comprimento,* indicando uma das arestas do cubo. Para inserir o valor da expressão $\frac{a}{\sqrt{2}+2}$ na tela do *Cabri 3D*, que determina a distância *d* dos vértices em que as arestas são truncadas, utilizamos a ferramenta *calculadora* – indicando a aresta do cubo e digitando com o auxílio do teclado os demais valores - conforme mostra a Figura 7.

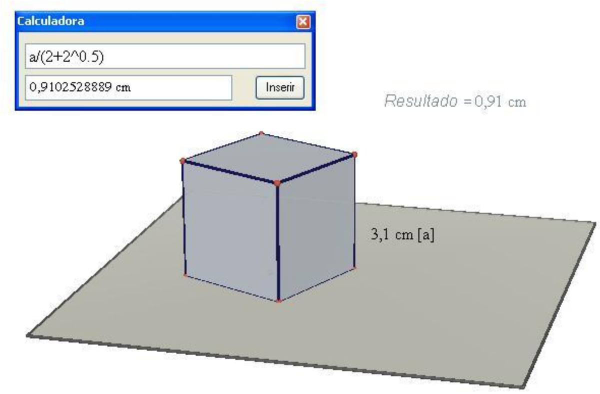

Figura 7. Inserindo valores na calculadora.

O resultado obtido com a expressão $\frac{a}{\sqrt{2}+2}$ é transferido para cada aresta do cubo com a ferramenta *transferência de* medida, como podemos ver na Figura 8 que mostra os pontos de corte encontrados com essa transferência.

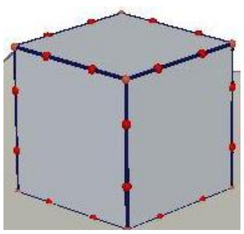

Figura 8. Pontos de corte do cubo.

Com os pontos de corte já indicados, iniciamos o processo de truncamento utilizando um plano de secção que deve ser criado com a ferramenta *plano* e com a indicação de três pontos, conforme mostra Figura 9.

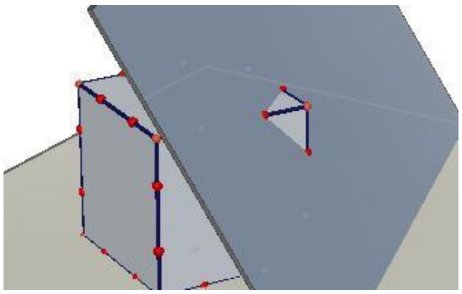

Figura 9. Plano de secção.

Com a ferramenta *recorte* de poliedro, o primeiro "canto" do cubo será eliminado, indicando-se o plano e o "canto" do cubo que contém o vértice desejado. Com o recurso esconder/mostrar podemos esconder o plano. O resultado é mostrado na Figura 10.

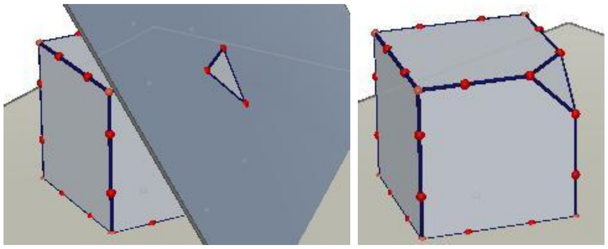

Figura 10. Eliminação do primeiro "canto" do cubo.

Para a eliminação dos demais "cantos", criamos outro plano e utilizamos a ferramenta *recorte de poliedro* obtendo, como mostra a Figura 11, o cubo truncado gerado.

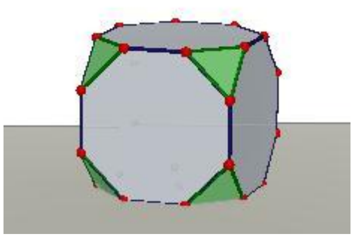

Figura 11. Cubo truncado gerado no *Cabri 3D*.

De acordo com Chevallard (1991), o objeto matemático cubo truncado existe se uma pessoa ou instituição o reconhece, mas para que esse mesmo objeto se transforme em objeto de ensino é necessário identificar onde ele pode viver, isto é, seu *habitat*. No entanto, para identificar esse *habitat*, alguns aspectos precisam ser considerados tais como: os saberes que possibilitam sua existência e as relações inter-hierárquicas entre esse poliedro e o poliedro que o originou. Para realizar a construção no *Cabri 3D* do sólido arquimediano *cubo truncado*, percebemos que saberes geométricos e algébricos viveram e interagiram entre si. Os saberes geométricos envolvidos em todo o processo, além do teorema de Pitágoras - cubo, medida da aresta, semi-reta, secção plana – foram reconhecidos pela instituição *Cabri 3D*, por meio das ferramentas *cubo*, *comprimento*, *semi-reta* e *plano*. Cada um desses saberes apresentou uma função no processo de construção. O saber *cubo* indicou o objeto geométrico a partir do qual a truncatura se iniciou, o saber *semi-reta* possibilitou indicar em cada aresta do cubo os pontos de truncatura e o saber *secção plana* auxiliou a eliminação dos "cantos" do cubo.

Durante a construção, percebemos também relações inter-hierárquicas entre o poliedro platônico de partida *cubo* e o poliedro de chegada *cubo truncado*. Lembramos que o arquimediano *cubo truncado* apresenta dois tipos de faces, tipo de face octogonal regular, obtida a partir de truncaturas nas arestas do cubo, e tipo de face triangular regular, obtida a partir da eliminação dos "cantos" do cubo. Assim, notamos que o número de arestas em cada face do arquimediano *cubo truncado*, obtido a partir de truncaturas de arestas do cubo, equivale ao dobro do número de arestas da face do poliedro de partida *cubo*. Além disso, o número total de vértices do cubo truncado equivale ao dobro do número de arestas do cubo, e os vértices do cubo truncado nada mais são que os pontos das arestas do cubo em que são realizadas as truncaturas.

Identificar os saberes que o objeto matemático cubo truncado entra em associação é importante na medida em que nos permite também verificar se o ambiente *Cabri 3D* os reconhece como objeto. É dessa maneira que nos aproximamos dos saberes envolvidos e verificamos se o *Cabri 3D* contribui para que os Sólidos Arquimedianos, em especial o cubo truncado, se transforme em objeto de ensino. Diante do exposto, o cubo truncado se tornou objeto para a instituição *Cabri 3D* no momento em que esta instituição o reconheceu e se relacionou com ele, o que nos leva a confirmar o *Cabri 3D* como um *habitat* para o estudo do sólido arquimediano cubo truncado na escola.

Algumas considerações

No decorrer de nossa pesquisa, identificamos que os Sólidos Arquimedianos eram estudados em Desenho Geométrico, disciplina que dava suporte para que suas propriedades geométricas fossem exploradas por meio de suas construções. Contudo, com a substituição de Desenho Geométrico por Educação Artística no currículo, esse conhecimento de ensino passou a não ser mais abordado. Nesse sentido, propusemo-nos a revisitar os Sólidos Arquimedianos por meio de suas construções no *Cabri 3D*, considerando a possibilidade de tal estudo ser realizado nesse ambiente, favorecendo não só a representação de figuras espaciais como também suas manipulações, para facilitar a exploração, a elaboração de conjecturas e a validação ou refutação de resultados.

Observamos, também, que o *Cabri 3D* é um ambiente favorável para o estudo dos Sólidos Arquimedianos, uma vez que reconhece todos os saberes que determinam a existência dos mesmos. Além disso, entendemos que o ambiente de Geometria *Dinâmica Cabri 3D* é um *habitat* bem mais propício para o estudo dos Sólidos Arquimedianos do que aquele estabelecido pela disciplina Desenho Geométrico quando contemplava o currículo de Matemática, nos conduzindo a levantar a hipótese de que pode ser utilizado em salas de aula do Ensino Médio para enriquecer o estudo de sólidos geométricos que hoje se reduz a focar o cálculo das medidas de volume e de área da superfície de apenas alguns poliedros e corpos redondos.

Nesse sentido, acreditamos na importância de outros estudos buscarem o auxílio de novas tecnologias para que conteúdos matemáticos adormecidos ou mesmo esquecidos possam voltar a fazer parte do cotidiano escolar no sentido de ampliar o universo da Geometria na escola, assim como sua qualidade.

Referencias bibliográficas

Almeida, T.C.S. (2010). Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseadas no renascimento. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: UFPR.

Artaud, M. (1998). Introduction à L'aproche écologique du didactique, L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la Neuvème École d'Éte de Didactique dês Mathématiques*, 101-139.

Brasil (1997). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Artes. Brasília, DF.

Brasil (1999). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, DF.

Carvalho, B. A. (1960). *Programa de desenho para a primeira e segunda séries ginasiais*. São Paulo.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sábio ao saber enseñado*. Tradução. Claudia Gilman. Buenos Aires: Aique Grupo.

Eves, Howard. (2004). *Introdução à História da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP.

Field, J. V. (1997). Rediscovering the archimedean polyhedra: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci, Albrecht Dürer, Daniele Barbaro, and Johannes Kepler. *Archive for History of Exact Sciences*, 50, 241-289. doi: 10.1007/BF00374595

Freire, O. (1897). *Primeira noções de geometria prática*. São Paulo.

Gil, A. C. (2009). *Como elaborar projetos de pesquisa*. (3th ed.). São Paulo: Atlas.

GRAVINA, M. A. (2001). Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. Tese (Doutorado em Informática na Educação), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Kaleff, A. M. (2003). *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao calculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos*. Niterói: EdUFF.

Kepler, J. (1864). *Harmonices mundi libri V*. Linz.

Lakatos, E.M.A. & Marconi, M. A. (2001). *Fundamentos da metodologia científica*. São Paulo: Atlas.

Pappus. (1876). *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt e libris manu scriptis edidit latina interpretatione et commentariis instruxit Fredericus Hults*. Tradução Weidmannos. Berolini.

Rabello, P. S. B. (2005). Ensino de geometria descritiva no Brasil. *Ciência Hoje*, 37(221), 49-51.

Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas atuais: Materiais para professores*. Portugal: Instituto de Inovação Educacional.

Zuin, E.S.L. (2002). Parâmetros curriculares nacionais de matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino de construções geométricas, entre outras considerações. *Reunião anual da associação nacional de pesquisa e pós-graduação em educação*, 15, 1-19.