



Escrever para aprender Cálculo

Maria Clara Rezende **Frota**

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - Brasil

mclarafrota@gmail.com

Resumo

Em uma pesquisa desenvolvida com estudantes de engenharia investigou-se as possibilidades da metodologia ‘*escrever para aprender Matemática*’ no estudo de integrais múltiplas. Dados relativos a três situações de teste - um trabalho prático, uma prova e a correção da prova - que integraram o conjunto de instrumentos didáticos de um curso de Cálculo foram coletados. A escrita matemática dos alunos foi analisada considerando-se três categorias: utilização da linguagem matemática natural e da linguagem simbólica para descrever objetos matemáticos (descrição); representação gráfica de objetos matemáticos (esboço); atribuição de sentido às integrais representadas algebricamente (interpretação). Os resultados apontam possibilidades da escrita e reescrita como incentivo à reflexão e à compreensão conceitual e como estratégia metacognitiva de autorregulação da aprendizagem de Cálculo.

Palavras chave: escrever para aprender Matemática, escrita matemática como estratégia metacognitiva, autorregulação na aprendizagem de Cálculo.

Abstract

The aim of this research was to investigate the possibilities of using the methodology ‘writing to learn mathematics’ in order to learn multiple integrals. Data related to three assessments - an exercise, an exam and the correction of that exam - which integrated the set of didactic instruments used in a Calculus course. Three categories were employed to analyze student’s math writings: usual and symbolic math language describing math objects (description); graphic representation of math objects (drawing); giving meaning to integrals (interpretation). Results pointed out

that writing and rewriting math can provide reflection and conceptual knowledge and can be considered a metacognitive strategy of self-regulation to learn Calculus.

Key-words: writing to learn mathematics, writing math as a metacognitive strategy, self-regulation to learn Calculus.

Introdução

Um dos focos de minha atuação como professora, na formação matemática de estudantes de engenharia e na formação de professores de matemática, tem sido o desenvolvimento dos processos de comunicação em matemática. Esse desenvolvimento pressupõe uma série de habilidades de leitura, interpretação e expressão oral e escrita de idéias matemáticas, construídas ao longo da trajetória escolar, nos espaços compartilhados com o professor e os colegas e influenciadas pela nossa história pessoal e coletiva.

A importância da leitura e da escrita na formação matemática de alunos e professores tem motivado uma série de pesquisas, algumas sistematizadas em Nacarato e Lopes (2005). Lopes (2005) faz uma análise crítica do livro didático de matemática desde os primórdios de sua utilização ainda no Brasil colônia, analisando as modificações incorporadas, ou não ao texto didático, à medida que tendências educacionais se modificam. O autor destaca o papel do autor de livro didático, lembrando que não se trata de incorporar tendências apenas para atender a recomendações governamentais de avaliação e distribuição do livro didático. O professor é um interlocutor do autor, que não pode ser desconsiderado e exerce um papel preponderante ao testar e implementar propostas, fornecendo elementos para a elaboração dos manuais didáticos que acompanham normalmente o livro didático.

Uma pesquisa, conduzida com alunos de um curso de licenciatura, objetivou captar o duplo olhar desses alunos quanto ao papel do texto didático e da leitura e escrita em matemática, enquanto estudantes cursando disciplinas de Álgebra e Cálculo e enquanto estagiários, observando a sala de aula do ensino fundamental e médio. Alunos, atuando já como professores, reconheceram que o texto didático era pouco utilizado em sala pelos seus professores ao lidarem com os conteúdos matemáticos e, como estagiários constataram que, por vezes, o livro didático era ainda indicado apenas para que os alunos tivessem acesso a uma lista de exercícios. Poucas atividades e esforços eram conduzidos, no sentido de desenvolver as competências de comunicar idéias matemáticas de modo escrito (Frota, 2002). Esses resultados são referendados, por pesquisas que destacam o forte apelo à oralidade, em detrimento da escrita, ainda presente nos cursos de licenciatura. Se por um lado essa forma oral de comunicação pode favorecer sistematizações lógicas, por outro lado “pouco contribui para a exploração e problematização dos conceitos que estão sendo ensinados e aprendidos” (Freitas & Fiorentini, 2008, p. 139).

Uma análise do texto didático de Cálculo ao longo dos anos reflete suas alterações, algumas ditadas pelo movimento da Educação Matemática, incorporando

as tecnologias computacionais de forma a permitir um maior apelo à linguagem gráfica e assimilando resultados de pesquisas, ainda que os autores não façam referências às mesmas, na maior parte das vezes. Assim o texto de Stewart (2009) traz ao final de cada seção um projeto aplicado, em que uma situação prática é proposta para exploração a partir dos conceitos estudados e ao final de cada capítulo propõe a revisão de conceitos, quando o aluno é chamado a escrever e sintetizar ideias, testes de falso-verdadeiro, além de exercícios extras. O texto de Anton, Bivens e Davis (2007) enfatiza sobremaneira a escrita compreensiva, destacando blocos como: exercícios de compreensão, enfocando conceitos, além dos usuais exercícios de cálculos ou demonstrações. Igualmente o livro de Finney, Weir e Giordano (2002) apresenta uma série de exercícios do tipo escrevendo para aprender.

Apesar das alterações percebidas no texto didático, a incorporação da leitura e da escrita como instrumentos de aprendizagem na sala de aula de Cálculo ainda é bastante tímida e os procedimentos na determinação de derivadas e integrais são, por vezes, mais incentivados, do que a interpretação e aplicação dos conceitos.

O trabalho aqui relatado apresenta resultados de um projeto que teve início no 2º semestre de 2010 e tem como objetivo principal investigar as possibilidades da escrita em matemática como estratégia metacognitiva, relevante na compreensão conceitual do Cálculo.

A escrita como estratégia metacognitiva

Ler e escrever são habilidades essenciais na aprendizagem de matemática. A leitura pressupõe um processo de decodificação das informações de um texto escrito, demandando interpretações e novas codificações feitas pelo leitor, à medida que busca compreender as idéias matemáticas expressas, por meio de diferentes formas de representação. A escrita possibilita ao aluno organizar e articular o pensamento matemático, na tentativa de comunicar para outras pessoas os conceitos que foram estudados.

Segundo Porter e Masingila, *escrever para aprender Matemática* é uma “escrita que envolve articulação e explicação das idéias matemáticas com o propósito de entendê-las de forma mais aprofundada” (2000, p. 166). O principal pressuposto dessa metodologia, *escrever para aprender Matemática* (conhecida como – WTLM - Writing to Learn Mathematics), é que escrever não é apenas uma forma de expressar ou dispor o que se aprendeu, mas é uma forma de aprender. Ao fazerem uma revisão da literatura, as autoras identificaram benefícios da escrita em Matemática para o próprio aluno, para o professor e para promover a interação professor-aluno.

Porter e Masingila (2000) desenvolveram um estudo para investigar os efeitos da metodologia de *escrever para aprender Matemática*, relacionados ao conhecimento conceitual e ao conhecimento procedimental em Cálculo. As autoras trabalharam com dois grupos em um curso de Introdução ao Cálculo, utilizando abordagens diferenciadas. Um dos grupos utilizou a metodologia *escrever para aprender Matemática*, discutindo e registrando por escrito os conceitos e procedimentos adotados na resolução de problemas e o outro grupo discutiu as

questões, mas não efetuou registros escritos de forma sistematizada. Análises estatísticas dos resultados dos dois grupos revelaram não haver diferença significativa entre os mesmos e conduziram as autoras a interpretar que os benefícios do uso da escrita para aprender Matemática podem decorrer não da atividade de escrever, mas do tempo que esse tipo de atividade requer do estudante de pensar sobre o trabalho de forma a comunicar suas idéias para outras pessoas.

Trabalhos de pesquisa, como a conduzida por Idris (2009), evidenciaram efeitos positivos da metodologia '*escrever para aprender Matemática*' na compreensão e resolução de questões de Cálculo; alunos de uma turma de uma escola secundária na Malásia, que discutiam oralmente, ou escrevendo, os problemas propostos, apresentaram melhor desempenho comparativamente a um grupo de controle, em que as aulas foram tradicionais, apenas com exposições feitas pelo professor. Igualmente Santos (2005) verificou que a escrita pode ser um instrumento na atribuição de significados e na apropriação de conceitos e como uma ferramenta de diálogo, viabilizando a reflexão sobre a aprendizagem, nos estudos de Cálculo, Álgebra Linear, Complementos de Matemática e Geometria, e em cursos de formação continuada de professores. Pinto (2010), ao indagar acerca de abordagens metodológicas que pudessem contribuir para o entendimento de limite de funções reais no Ensino Médio, elaborou e testou uma sequência didática com foco no *escrever para aprender Matemática*, fundamentando-se em Douady (1986), para incentivar o jogo de quadros, em especial o uso dos quadros gráfico e algébrico, no entendimento desse conceito.

Todos esses trabalhos apontam possibilidades relevantes da escrita em matemática para o ensino-aprendizagem de Cálculo. Essa metodologia pode beneficiar aluno e professor, mediando um processo reflexivo. Cooley (2002) desenhou e conduziu sete tarefas formais de escrita em um curso introdutório de Cálculo, de uma escola pública, objetivando o desenvolvimento da abstração reflexiva, como um mecanismo de construção de um novo conhecimento. Aspinwall e Miller (2001) documentaram o processo de auto-reflexão durante o qual um professor como pesquisador procedeu à análise de respostas escritas dos estudantes a comandos propostos no sentido de diagnosticar os conflitos dos alunos com relação a conceitos de Cálculo. Considero que uma potencialidade da metodologia *escrever para aprender Matemática* é justamente permitir ao professor conhecer melhor seus alunos, identificando o nível de compreensão conceitual dos mesmos e munindo-se de elementos para propor novas questões ou interações que promovam um melhor entendimento da Matemática.

O ato de ler exige interação do leitor com o texto, de tal forma que ele passe de leitor a autor, reescrevendo o texto. A escrita exige reflexão sobre as experiências matemáticas, de forma crítica, podendo desencadear processos cognitivos e metacognitivos (Powell e Bairral, 2006). O ato de escrever pode viabilizar um conhecimento sobre o próprio conhecimento e um autocontrole da aprendizagem, constituindo, dessa forma, uma estratégia metacognitiva de aprendizagem (Flavell,

1979). Essa é a perspectiva teórica do projeto de pesquisa que venho conduzindo e que tem norteado minha ação docente.

O contexto da pesquisa

A pesquisa foi conduzida com duas turmas de estudantes de engenharia de uma instituição particular de ensino de Minas Gerais, cursando uma disciplina que aborda o estudo de integrais de funções de várias variáveis, integrais de linha e integrais de superfície.

Os instrumentos de coleta de dados, compreendendo estudos dirigidos (ED), trabalhos práticos (TP) e provas (P) de alunos das duas turmas, foram também os instrumentos didáticos aplicados ao longo do curso.

Os estudos dirigidos objetivaram que os alunos revisassem num primeiro momento as principais curvas planas em coordenadas cartesianas, nas suas formas de representação algébrica e gráfica, de forma a identificarem regiões do plano delimitadas por essas curvas. Num segundo momento um trabalho similar foi proposto utilizando a representação das curvas em coordenadas polares e posteriormente na revisão das superfícies, suas equações e gráficos. No sentido de incentivar a reflexão e o autocontrole da aprendizagem os alunos podiam trabalhar em duplas, reunindo-se em um laboratório de informática em horário extraclasse, nas chamadas oficinas de Cálculo, que objetivam favorecer o desenvolvimento de estratégias de estudo e aprendizagem.

Os resultados aqui apresentados analisam as potencialidades da escrita no entendimento conceitual das integrais duplas e triplas, junto a estudantes de uma das turmas, aqui nomeada como Turma A. Um trabalho prático de três questões foi proposto e os alunos puderam se reunir em duplas para o seu desenvolvimento. A questão de número 3, objeto de discussão nesse artigo, apresentava o seguinte enunciado:

<p>a) Expressar usando coordenadas polares e calcular $I = \int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy$</p>
<p>b) descrever e representar graficamente o sólido cujo volume pode ser expresso pela integral dada na letra (a);</p> <p>c) fornecer duas outras interpretações para a integral dada em (a);</p> <p>d) expressar por meio de uma integral tripla o volume do sólido descrito em (b).</p>

Figura 1. Trabalho Prático da Turma A - Questão 3

A prova era composta de 05 questões, dentre as quais os alunos poderiam escolher 04 para resolver individualmente, sendo orientados a detalhar as passagens. Para efeito da análise de dados aqui apresentada foram selecionados alguns itens das questões 1(b), 2(b) e 5(b,c). Os alunos que desejaram, tiveram ainda oportunidade de refazer a prova, e essa etapa viabilizou a coleta de dados em um terceiro momento,

constituindo também um instrumento didático de avaliação, computado como um trabalho extra.

<p>Questão 1:</p> <p>a) <u>Expressar</u> por meio de <u>uma única integral dupla</u> e <u>calcular</u> o momento de inércia em relação ao eixo y da placa homogênea na forma da região plana D delimitada por $y = 4 - x^2$, $y = 3x$ e pelo eixo x.</p> <p>b) Dar duas outras interpretações ao resultado obtido em (a).</p>
<p>Questão 2:</p> <p>b) Descrever e esboçar o gráfico da região plana cuja área é representada por $I = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\sin\theta} r dr d\theta$.s de integração</p>
<p>Questão 5:</p> <p>a) Calcular o valor de $I = \iiint_E 3(x^2 + y^2) dV$ onde E é o sólido limitado por $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$ e pelos planos xz e yz, no primeiro octante.</p> <p>b) Se o sólido E da letra (a) tem densidade $d=3$, que interpretação é possível dar à integral I?</p> <p>c) Se a densidade do sólido E da letra (a) for igual ao triplo do quadrado da distância de um ponto ao eixo z, que interpretação é possível dar à integral I?</p>

Figura 2. Itens selecionados da Primeira Prova da Turma A

O item (b) da questão de número 1 da prova exigia do aluno saber atribuir significados diferentes a uma integral dupla. Além de fornecer duas novas interpretações a uma integral dupla, o aluno devia inicialmente expressar a integral que representasse o momento de inércia de uma placa dada em relação a um dos eixos coordenados. Comparativamente ao item (c) da questão de número 3 do TP, o nível de dificuldade da questão da prova pode ser considerado superior.

Da mesma forma o item (b) da questão 2 da prova apresentava um nível de dificuldade superior, considerando-se o fato de que, embora a região a ser esboçada e descrita fosse plana, exigia-se o reconhecimento da região expressa pelas suas equações polares, ou a conversão das mesmas para o sistema cartesiano, contrariamente à mudança para polares exigida no item (b) da questão 3 do trabalho, em que os limites de integração eram fornecidos em coordenadas cartesianas.

Finalmente, os itens (b) e (c) da questão de número 5 da prova exigiam novas interpretações de uma integral tripla, numa extensão das aplicações das integrais duplas cobradas, no TP e na questão 1 da prova.

Para a realização da prova, feita individualmente, os alunos não tinham acesso à calculadora, podendo utilizar um resumo de apenas uma página, confeccionado previamente, como forma de se prepararem para o exame. No resumo, entregue junto com a prova, poderiam colocar fórmulas, definições e teoremas que considerassem pertinentes e ainda um exemplo, ou seja, um exercício resolvido.

Os dados coletados junto à turma (Turma A) compreenderam 16 trabalhos práticos, sendo 03 feitos individualmente e 13 em duplas, 29 provas individuais, 29 resumos e 21 provas refeitas individualmente. Esses instrumentos possibilitaram a coleta em três ocasiões distintas de dados diferenciados, que foram analisados, buscando-se evidências da evolução no processo de expressar idéias matemáticas e na tentativa de identificar as potencialidades do *escrever para aprender* com vistas a um entendimento conceitual das integrais duplas e triplas e suas aplicações, além do desenvolvimento do autocontrole da aprendizagem em Cálculo.

Escritas e reescritas dos alunos

Uma análise global dos dados coletados possibilitou identificar aspectos da escrita matemática dos alunos, relativos à: utilização da linguagem matemática natural e a simbólica para descrever objetos matemáticos (descrição); representação gráfica de idéias (esboço); atribuição de sentido às integrais representadas algebricamente (interpretação). Não foram objeto de análise do trabalho aqui relatado as técnicas de integração utilizadas e sua adequação, ou os procedimentos adotados no cálculo das integrais, considerando-se o objetivo principal de verificar a evolução da escrita, com vistas ao entendimento conceitual do conteúdo de integrais.

Cada item objeto de análise foi corrigido, atribuindo-se os valores 1(incorreto), 2(parcialmente incorreto), 3(parcialmente correto) ou 4(correto), conforme o maior ou menor nível de explicitação e correção das ideias matemáticas.

O gráfico da Figura 3 apresenta a média da turma, nas três ocasiões de coleta de dados, para cada uma das categorias de análise da escrita dos alunos: esboço, descrição e interpretação. As barras de erro destacadas representam os intervalos de confiança de 95% das respectivas médias.

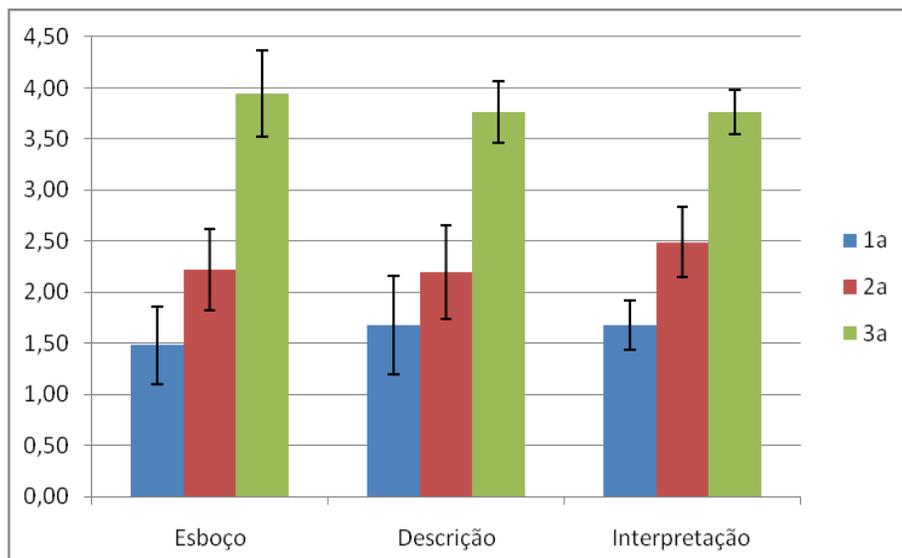


Figura 3. Aspectos da escrita matemática dos alunos da Turma A em 03 situações

Com relação às habilidades de representação gráfica ou de descrição, há pouca alteração das médias, da primeira situação de teste (1a) para a segunda situação de

teste (2a). Apenas com relação à habilidade de interpretar as integrais, registra-se um aumento da média da primeira para a segunda situação de teste de aproximadamente 1 ponto. O aumento das médias é relevante se comparadas as duas primeiras situações de teste, que envolveram a resolução do TP e da prova, em relação à terceira situação em que os alunos refizeram o item (b), da questão de número 2 da prova. Isso pode ser explicado, em parte, por ter ocorrido o entendimento das aplicações da integral, considerando-se o espaço de tempo de cerca de 20 dias, transcorrido entre o início dos estudos e a correção da prova. Entretanto, o aumento das médias pode também ser devido ao fato de os alunos poderem fazer a correção da prova em casa, com consulta ao material, ou mesmo a outros colegas e sem os constrangimentos de uma avaliação formal. Mesmo assim, é significativo o número de alunos que se envolveram com a tarefa (21 dos 29 que fizeram a prova) e pode ser ilustrativo do envolvimento dos mesmos no processo de autorregular a aprendizagem.

A análise global feita, fundamentada na estatística, possibilita uma visão macro do processo vivenciado pelos estudantes. Uma análise qualitativa pode trazer à tona a riqueza de construções e reconstruções feitas pelos alunos à medida que interagem uns com os outros, com o professor e com o texto, envolvendo-se numa experiência matemática ao mesmo tempo cognitiva e metacognitiva.

A dupla formada por Breno e Ceci demonstrou desde o início um envolvimento grande na disciplina. Breno era um aluno motivado, que tinha por hábito estudar o assunto em outros textos além do texto básico, no caso o livro de Stewart (2009) e Ceci uma aluna que havia se matriculado na disciplina no semestre anterior, não podendo seguir o curso, por motivos pessoais. O desempenho da dupla no TP foi excelente e os dois alunos resolveram corretamente todos os itens relativos a esboço e descrição, nessa primeira situação de teste. Quanto à prova, ambos tiveram um rendimento entre 85% e 90%. Ceci resolveu corretamente todos os itens relativos à interpretação de integrais, acerto ocorrido também no TP. Para Breno essa foi uma dificuldade. Ao resolver o item (b) da questão 1, por exemplo, expressou-se da seguinte forma: “A placa delimitada pela região $D = \{(x, y); 3x \leq y \leq 4 - x^2; 0 \leq x \leq 1\}$ pode representar o primeiro momento em relação ao eixo y , com densidade $\delta(x, y) = x \cdot c$. A placa delimitada pela região D descrita acima pode representar a massa onde a densidade $\delta(x, y) = x^2 \cdot c$ ”. A escrita de Breno apresenta imprecisões, talvez pela falta de hábito de se expressar. Ao fazer a correção da prova (situação de teste 3), evita reescrever o item e ao resolver a questão 5, não escolhida como questão a ser resolvida, na situação de teste 2, comete novamente imprecisões na escrita ao responder o item (c), dizendo que a integral $I = \iiint_E 3(x^2 + y^2) dV$ “pode representar a massa cuja densidade $\delta(x, y) = 3(x^2 + y^2)$.” Ao resolver na prova a mesma questão, Ceci se expressa de forma precisa, dizendo que a integral I pode representar a massa do sólido E limitado por $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$ e pelos planos xz e yz .”

Em seu resumo Ceci colocou fórmulas envolvendo integrais duplas e triplas, representativas de massa e momentos de placas planas ou de sólidos, além das expressões de algumas curvas em coordenadas polares, de superfícies e suas equações e ainda fórmulas básicas de integração. Breno não considerou importante colocar fórmulas de integração, mas copiou a síntese feita em sala, acerca das interpretações de uma integral tripla. Ceci e Breno não consideraram relevante colocar um exercício resolvido, apenas algumas fórmulas, lembretes, ao que parece, a serem usados em caso de esquecimento.

Márcia é uma aluna ciente de suas dificuldades e esse fato levou-a a participar de todas as oficinas, sempre trabalhando com outros colegas e procurando sanar suas dúvidas. Na primeira e segunda situação de teste, ou seja, no TP e na prova não apresentou melhoras com relação ao esboço do gráfico ou à descrição de regiões planas. A única melhora registrada foi com relação à interpretação da integral dupla, item (b) da questão 1 da prova, considerada parcialmente correta, comparativamente à interpretação incorreta apresentada na questão 3 item (c) do TP. Entretanto Márcia investiu na correção da prova, e reescreveu todos os itens, buscando fazê-lo de forma precisa. O desempenho de Márcia na primeira prova foi de apenas 47,5%, mas sua persistência conduziu suas ações e ao final do curso, a aluna submeteu-se uma reavaliação, tendo a oportunidade de substituir o rendimento inicial e demonstrando um desempenho de 82,5 %, percentual bastante superior ao necessário para ser aprovada na disciplina, considerada a média das demais avaliações feitas na forma de prova ou trabalhos práticos. Todos os itens relativos a interpretações e descrições foram resolvidos por Márcia, que demonstrou adequação na forma de comunicar de forma escrita suas idéias. Márcia demonstrou autorregulação de sua aprendizagem, evidenciada no cuidado e tempo dedicados à elaboração dos resumos utilizados como apoio nas situações de teste. Ao terminar a prova de reavaliação afirmou: “não sei qual será a minha nota, mas estudei bastante e tenho certa de que compreendi a matéria.”

Nilo e Hermes, cada um à sua maneira, apresentaram uma forma peculiar de lidar com a disciplina. Nilo trabalhou inicialmente com um colega que cancelou sua matrícula logo no início do semestre. Nilo respondia oralmente várias questões colocadas em sala como desafios, talvez pelo fato de ter o hábito de fazer sempre a leitura prévia, no texto didático, do assunto a ser abordado na aula seguinte. A evolução de seu desempenho da primeira situação de teste para a segunda foi relevante, nas três categorias analisadas de esboço gráfico, descrição e interpretação. Aos itens avaliados no TP como incorretos, corresponderam itens com acertos parciais ou totais na prova. É bastante curioso o fato que Nilo não elaborou resumos de apoio para as situações de teste e, embora aprovado, optou por fazer uma prova substitutiva, objetivando uma nota final superior à obtida. Hermes trabalhou individualmente durante toda a disciplina, investindo tempo e esforço para superar a aparente piora de desempenho do TP para a prova. Ao fazer a correção da prova esse esforço pode ser percebido e refletiu-se nas demais avaliações feitas ao longo do semestre.

Túlio e Wesley apresentaram no TP dificuldades com relação aos itens que exigiam representação gráfica e interpretação. No entanto apenas Túlio alterou a avaliação de negativa para positiva, dos itens relativos às duas categorias, da primeira para a segunda situação de teste. Assim, Túlio interpretou corretamente a integral

$I = \int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} (x^2 + y^2) dx dy$, escrevendo que podia representar “a massa total da placa na

forma da região $D = \{(x, y); 0 \leq x \leq 1, 3x \leq y \leq 4 - x^2\}$ cuja densidade é $\delta(x, y) = cx^2$.” Ao escrever uma segunda interpretação colocou: “pode representar o 1º momento em relação ao eixo y da placa na forma da região da letra b1, com densidade $\delta = cx$ ”, explicitando ainda em palavras, que a densidade era proporcional à abscissa do ponto.

As situações de sucesso predominaram, mas, um percentual significativo de estudantes não logrou aprovação, alguns deles, tendo sido reprovados por terem sido infreqüentes. Pablo e Francisco, por exemplo, cursavam pela segunda vez a disciplina, mas os investimentos que fizeram não foram suficientes para uma evolução nas situações de teste 1, 2 e 3, ao descreverem com palavras ou representarem graficamente regiões do plano ou do espaço, ou ao interpretarem as integrais. Ambos tinham conhecimentos de suas próprias dificuldades e Pablo chegou a participar de algumas oficinas de Cálculo. Enquanto os colegas discutiam os exercícios propostos, revisando, por vezes a teoria, Pablo lia e relia o texto didático, na tentativa de entender alguns exemplos básicos, explicitando suas lacunas, justificadas por falta de conhecimentos prévios, que deveriam ter sido construídos nas disciplinas anteriores.

Uma ênfase na escrita para aprender Cálculo, exigindo não apenas conhecimentos procedimentais de como resolver integrais, mas conhecimentos conceituais de expressar por meio de integrais a massa de um corpo ou o momento de inércia, ou atribuir significado a uma integral dada, pode ter sinalizado para alguns estudantes a necessidade de investimentos de mais tempo de estudo, o que nem sempre era possível ou desejável por parte de alguns.

A pesquisa continua

Ao adotar a escrita como estratégia metacognitiva na condução de um curso de Cálculo para alunos de engenharia, tenho buscado propiciar a esses estudantes que se conheçam como aprendizes, através de um processo de reflexão que os leva a sistematizar idéias, pensar relações, analisar erros e investir na melhoria da comunicação escrita em matemática.

Essa metodologia de escrever para aprender cálculo tem possibilitado que, como professora, eu conheça os alunos de ponto de vista cognitivo e metacognitivo, motivando ações no sentido de prover uma formação matemática pautada em uma *reflexão compartilhada*, a partir do momento que professor e aluno se envolvem no processo de refletir sobre a matemática e através da matemática.

Novas análises estão sendo conduzidas, no sentido de processar os demais trabalhos e provas que integraram o curso, procedendo a uma análise comparativa entre as duas turmas envolvidas no processo de *escrever para aprender Cálculo*.

Com relação aos aspectos didáticos do projeto desenvolvido, espera-se que a reflexão com uso da escrita seja incorporada às estratégias de estudo de Cálculo pelos estudantes de engenharia. Os resultados obtidos até o momento são indicativos de que essa incorporação seja possível.

Com relação à pesquisa, novas investigações precisam ser conduzidas, no sentido de analisar os fatores que continuam, por vezes, influenciando a sala de aula de Cálculo, impedindo que a mesma se configure como um espaço de construção e reconstrução do pensamento matemático, através da leitura e da escrita, favorecendo a *reflexão compartilhada* e uma postura crítica, com autorregulação da aprendizagem de Matemática.

Referências Bibliográficas

- Anton H., Bivens, I. & Davis, S. (2007). *Cálculo*, v. 2. (8th ed.)Porto Alegre: Bookman.
- Aspinwall, L. & Miller, L. D. (2001) Diagnosing conflict factors in calculus through student's writings One teacher's reflections. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 89-107.
- Cooley, L. (2002). Writing in calculus and reflective abstraction. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 255-282.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 5-31.
- Finney, R. L., Weir, M. D. & Giordano, F. R. (2002). *Cálculo de George B. Thomas*, v.2 (10th ed.) São Paulo: Addison Wesley.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and Cognitive Monitoring. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Freitas, M. T. & Fiorentini, D. (2008). Desafios e potencialidades da escrita na formação docente em matemática. *Revista Brasileira de Educação*, 13(37), 138-189.
- Frota, M. C. R. (2002). Competências de Representação e Comunicação em Matemática: o papel do livro didático. *Anais do XI ENDIPE*. Goiânia, maio/2002.
- Idris, N. (2009). Enhancing Students' Understanding in Calculus Trough Writing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4, (1), 36-55.
- Lopes, J. A. O livro didático, o autor e as tendências em Educação Matemática. In: Nacarato, A. M. & Lopes, C. E. *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 35-62.
- Nacarato, A. M. & Lopes, C. E. (2005). *Escrituras e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Powell, A. B. & Bairral, M. (2006). *A escrita e o pensamento matemático: interações e possibilidades*. Campinas: Papirus.

- Porter, M. K. & Masingila, J. O. (2000). Examining the effects of writing on conceptual and procedural knowledge in calculus, *Educational Studies In Mathematics*, 42 (2), 165-177.
- Pinto, G. T. D. C.(2010). *Uma proposta para o ensino e aprendizagem de limite de função real*. 172 f. Dissertação (Mestrado), Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, PUC-MG, Belo Horizonte, 2010.
- Santos, S. A. (2005). Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática. In: NACARATO, Adair M.& Lopes, C. E. *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 127-141.
- Stewart, J. (2009). *Cálculo*, v.2. São Paulo: Cengage Learning.