A didática como *locus* de pesquisa na educação matemática: a mediação do conhecimento com profissionais adultos

Maria Helena Fávero
Universidade de Brasília
Brasil
faveromh@brturbo.com.br

Regina da Silva Pina Neves
Universidade Federal de Goiás
Brasil
reginapina@gmail.com

Resumo

Colocou-se em experimentação um procedimento didático focado na relação entre resolução de problemas, didática e história da matemática, destinado a 30 pedagogos e 6 psicólogos, entre 22 e 50 anos, de um curso de especialização em psicopedagogia da Universidade de Brasília, Brasil. Visava-se capacitá-los a intervir como psicopedagogos na mediação do conhecimento matemático na prática clínica e institucional. Evidenciou-se que a maioria associava a matemática ao medo, ao fracasso e à dificuldade. O procedimento adotado desarticulou tal associação e desenvolveu: a competência para analisar a notação de alunos e colegas segundo o campo conceitual nos quais as resoluções se inseriam; a compreensão da mediação e da notação na conceituação matemática; a tomada de consciência sobre a importância do currículo de matemática e das práticas de avaliação; sobre as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia e a prática da pesquisa na formação inicial e continuada de professores.

Palavras-chave: didática e pesquisa; resolução de problemas; mediação do conhecimento; campo conceitual; notação matemática; tomada de consciência; práticas de avaliação; formação continuada; desenvolvimento adulto.

Abstract

Research was carried out on a didactic procedure, focused on the relation between problem-solving, didactics and the history of mathematics, involving 30 pedagogues and 6 psychologists aged 22 to 50 in a graduate level Psychopedagogy course at the University of Brasília, Brazil. The aim was to prepare them to intervene as psychopedagogues in mathematical knowledge mediation in clinical and institutional practice. It was found that most of them associated mathematics with fear, failure and difficulty. The procedure undid that association and developed: competence in analysing students' and colleagues' notation according to the relevant conceptual field; understanding of the mediation and notation of mathematical conceptualisation; grasp of consciousness regarding the importance of the mathematics curriculum and evaluation practices; familiarity with the Curriculum Guidelines of teacher training courses in Mathematics and Pedagogy; research practice in initial and ongoing teacher training.

Keywords: didactics and research; problem-solving; knowledge mediation; conceptual field; mathematical notation; grasp of consciousness; evaluation practices; ongoing education; adult development .

Introdução

Durante os anos 1990 se deu muita ênfase à utilização em sala de aula das chamadas situações problemas, entendidas como fundamentais para o desenvolvimento das competências matemáticas. Isso ocorreu devido à influência das pesquisas nacionais e internacionais na área da Educação Matemática e da Psicologia da Educação Matemática, entre as quais, as edições do ICMI – International Commission on Mathematical Instruction – Study Series são um exemplo (Howson & Wilson, 1986; Nesher & Kilpatrick, 1990). Apesar dessa ênfase, dois aspectos particulares têm nos chamado a atenção e relacionam-se diretamente com o estudo que relataremos.

O primeiro é que os sistemas nacionais e internacionais de avaliação oficial têm apontado para a persistência do baixo desempenho dos estudantes nesse tipo de tarefa, apesar do grande interesse dos pesquisadores na resolução de problemas (OCDE, 2005; INEP, 2006). O segundo aspecto aponta para a existência de um grande gargalo entre o quinto e o sétimo ano do Ensino Fundamental e sua relação estreita com as dificuldades dos estudantes com a aprendizagem da matemática.

Fávero (2009a) tem discutido essa questão de um ponto de vista amplo e interdisciplinar, apontando para a persistência de um paradigma partilhado entre os profissionais da educação que diz respeito ao conhecimento e ao conhecimento científico. Como essa autora salienta, esse paradigma leva a uma séria implicação quanto às práticas de ensino e de avaliação, porque entende as áreas particulares do conhecimento como "prontos e acabados" e que assim devem ser "repassados" aos estudantes. A mediação desse conhecimento, argumenta a autora, viabiliza-se assim por meio de regras, em detrimento dos campos conceituais, criando um paradoxo no próprio meio escolar e educacional: a interação do estudante, seja ele criança, adolescente ou adulto, com os instrumentos já convencionados de representação do conhecimento não é privilegiada (Fávero, 2007a; 2009a; 2009b; ver também: Fernandes & Healy, 2007).

Essa situação cria um verdadeiro impasse, uma vez que, de um lado, os professores não consideram os registros construídos pelos alunos como instrumentos importantes para a aquisição dos registros convencionais e, de outro, os alunos não o utilizam adequadamente porque desconhecem a sua lógica (Fávero, 2007a).

Do ponto de vista da relação entre o ensino formal e o desenvolvimento psicológico humano, esse fato aponta para pelo menos dois aspectos relevantes. O primeiro diz respeito à importância dos registros construídos pelos estudantes para o processo de apreensão conceitual e seu inegável valor no processo de aquisição dos instrumentos já convencionados de representação do conhecimento humano, e que, portanto, não deveriam ser ignorados (ver, por exemplo, Sinclair & Scheuer, 1993; Fávero & Pina Neves, 2006). O segundo diz respeito à prática de avaliação das competências dos estudantes e a relação dessas com sua história escolar: exige-se o uso das representações convencionais fundamentados em memorização de regras e não na compreensão da sua lógica formal (ver também: Wallen, Plass, & Brünken, 2005).

Essa situação extrapola a sala de aula, adentra outras instâncias de avaliação, como os chamados Conselhos de Classe, que desempenham um papel importante como instância coletiva de avaliação e "reforçam aspectos individuais da prática docente, através de seus pares" (Mattos, 2005, p. 217). Desses conselhos participam outros profissionais, tais como os pedagogos, psicólogos e psicopedagogos, envolvidos na prática da orientação educacional e pedagógica, assim como no atendimento de alunos com dificuldades de aprendizagem. Portanto, tais profissionais são atores importantes no jogo das decisões sobre o destino escolar dos estudantes.

Foi assim que uma de nós propôs uma inovação: inserir no curso de pós-graduação Lato Senso — Especialização em Psicopedagogia Clínica e Institucional — da Universidade de Brasília, Brasil, o estudo do desenvolvimento de competências conceituais em ciências e matemática. Essa proposta tinha como base dois fundamentos principais para justificá-lo. O primeiro relacionava-se com nossa atividade como pesquisadoras: nossos estudos nos ensinaram que o referido gargalo do quinto ano apresenta uma relação estreita com a natureza da interação dos estudantes, professores e profissionais da educação com a lógica do sistema numérico decimal (Fávero, 2009a). O segundo dizia respeito à experiência de uma de nós como coordenadora do referido curso, sobretudo, o dado recorrente de que durante o estágio previsto no curso, os estudantes evitavam desenvolver intervenções psicopedagógicas relacionados à aprendizagem de matemática, especialmente, com estudantes que cursavam do sexto ano do Ensino Fundamental em diante.

Portanto, essa inovação trouxe um desafio muito claro: de que natureza deveria ser o procedimento didático para abordar o estudo do desenvolvimento de competências conceituais em ciências e matemática como uma disciplina do curso de especialização em questão, considerando-se que ele deveria responder à necessidade de discutir as questões pertinentes ao ensino da matemática e, ao mesmo, propiciar a mediação do próprio conhecimento matemático.

Procurou-se, então, desenvolver um estudo preliminar para identificar as competências e dificuldades de 32 estudantes desse curso, 6 psicólogos e 26 pedagogos, tanto no que se refere à resolução de problemas, como no que se refere à análise da notação matemática produzida por alunos de 6^0 a 9^0 ano do Ensino Fundamental.

Assim, após sua anuência, se propôs aos estudantes duas tarefas sequenciais e distintas: 1/ a resolução de um problema que exigia para sua solução a busca de um padrão numérico e domínio das quatro operações; 2/ a análise dos registros produzidos por sete adolescentes na resolução de três situações problema.

A observação dos dados obtidos evidenciou que: 1/ a grande maioria não apresentava a compreensão do padrão numérico em questão e não propunha uma solução adequada ao problema; 2/ não apresentavam competência para analisar a notação dos alunos e nem para propor atividades visando o desenvolvimento de competências conceituais (Fávero & Pina Neves, 2009).

Em resumo, essa análise confirmou os fundamentos da proposta de inserção do estudo do desenvolvimento de competências conceituais em ciências e matemática como uma disciplina do curso de especialização em psicopedagogia e, ao mesmo tempo, confirmou os dados de estudos anteriores desenvolvidos com professores e resumidos abaixo:

> 1. o sucesso e o fracasso escolar são vistos como dicotômicos sem consideração das particularidades dos processos desenvolvimentais; 2. a avaliação se fundamenta apenas nas respostas corretas e na comparação entre alunos, sem consideração do desenvolvimento do aluno em relação a seu próprio desenvolvimento; 3. a aprendizagem é fundamentada sobre a capacidade do aluno de obedecer, de fazer aquilo que se pede dele e a receber passivamente o conhecimento; 4. a escrita e a notação matemática são vistas como tendo um valor em si e não em relação ao seu significado comunicacional; 5. a idéia de 'considerar a experiência do aluno' é tomada no sentido de 'se limitar à experiência do aluno'; 6. a cognição e a emoção são vistas como dicotômicas de tal modo que a afetividade é compreendida como um 'ingrediente' da situação de aprendizagem (Fávero, 2007a, p. 631, tradução nossa).

Tendo esses resultados como ponto de partida, o estudo que relataremos a seguir considerou a prática didática como *lócus* de pesquisa em Educação Matemática e trata-se de um exemplo da parceria interdisciplinar entre duas pesquisadoras.

Assumimos, portanto, o desafio de elaborar um procedimento didático cujos princípios já haviam sido enunciados por Fávero (2009b), isto é: que considerasse a necessidade de promover, além do desenvolvimento de competências particulares em áreas específicas do conhecimento, o desenvolvimento de competências em relação à história, filosofia e sociologia da ciência, em articulação com a Psicologia do Desenvolvimento e a Psicologia do Conhecimento (ver também: Miguel, 2005).

Para efetivamente considerar a didática como *lócus* de pesquisa em Educação Matemática, tratava-se de levar em conta a proposta de Fávero (2005), que defende a consideração dos dois componentes de uma pesquisa de intervenção: de um lado, o processo de tomada de consciência, por parte do sujeito, da relação entre seus próprios processos de regulação cognitiva, sua produção e um campo conceitual específico de conhecimento e, do outro, o processo de tutoramento viabilizado por um procedimento particular de interação na situação didática.

Portanto, o objetivo era duplo: obter dados que propiciassem a análise do processo de desenvolvimento de competências e dificuldades dos adultos ao longo do procedimento didático e a adequação do mesmo. O parâmetro para essas duas análises deveria levar em consideração a necessidade de capacitá-los a intervir como futuros psicopedagogos na mediação do conhecimento matemático, tanto do ponto de vista clínico, na lida com dificuldades de aprendizagem em matemática, como do ponto de vista institucional, sobretudo, no que se refere ao trabalho com professores.

Assim, tratava-se de criar um procedimento didático no qual os profissionais em questão vivenciassem como estudantes, um modo de mediação de conhecimento, que fugisse do padrão

da mera demonstração de procedimentos e regras no ensino da matemática e que, ao mesmo tempo, os levassem a considerar tal procedimento como viável na sua prática profissional: Em suma, tratava-se de retomar a proposta abaixo:

> O que estamos propondo implica a consideração de pelo menos três aspectos psicológicos: 1. a formação de conceitos e seu sistema lógico de representação; 2. a tomada de consciência destes conceitos e desta lógica; 3. a interação social que caracteriza a situação didática na qual são construídos. Considerar essa proposta implica em considerar que a avaliação é mais do que a aferição das respostas 'certas' ou 'erradas' de uma pessoa em situação de aquisição de novas competências. Assumir esta proposta significa considerar a avaliação como uma etapa que alimenta a própria prática didática, uma vez que se considerem, para os contextos de ensino e aprendizagem, três tarefas distintas e articuladas: 1. a avaliação das competências dos alunos e de suas dificuldades e a análise da relação entre competências e dificuldades; 2. a sistematização da prática didática e psicopedagógica em termos de objetivos e descrição das atividades propostas, tendo em conta a avaliação e análise referidas; 3. uma análise minuciosa do desenvolvimento das atividades propostas (Fávero, 2009a, p. 22, tradução nossa).

Método

Assim como essa autora, estamos defendendo no presente estudo que a formação do profissional, cuja prática envolve a lida com o ensinar e o aprender, deve abranger as competências para a sistematização dos dados colhidos na situação didática ou na clínica psicopedagógica a respeito das aquisições conceituais particulares das áreas de conhecimento, dados que serão, em suma, o fundamento para a mediação desse conhecimento e para sua avaliação

Para tanto, elaboramos um procedimento didático de 32 horas focado em quatro aspectos principais: 1/ a mediação do conhecimento matemático por meio dos seus campos conceituais e por meio da proposta de situações problemas; 2/ a relação entre a didática da matemática e a história do conhecimento matemático; 3/ a relação entre a psicologia do desenvolvimento e a educação matemática; 4/ a concomitante elaboração de material didático para diferentes faixas etárias, que se denominou de **"***kit de matemática*".

Participaram 30 pedagogos e 6 psicólogos, 35 do sexo feminino e um do masculino, entre 22 e 50 anos.

O procedimento de coleta de dados se deu ao longo do procedimento didático e ao mesmo tempo fez parte dele, compreendendo sete fases:

1ª/ proposta de 3 frases a serem completadas: 1/ *"na minha história escolar a matemática..."*; 2/ *"os professores de matemática na minha vida escolar..."*; 3/ *"eu espero que a disciplina desenvolvimento de competências matemáticas...*";

2ª / proposta de resolução de uma situação problema no qual se exigia o manejo de diferentes sistemas de medida: *"Eu gosto de lanchar na cantina da universidade; o que mais gosto é de comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante custa R$ 0,50. Para eu comprar esse lanche todos - os dias de aula do mês de maio do ano* ***A*** *- necessitarei de* **X** *reais. Minha reserva para os lanches é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé por dia que custa R$ 1,10? Se não der para comprar o picolé para todos os dias de aula, para quantos dias daria?"*

3ª/ a correção e devolução da atividade anterior, com apresentação e discussão dos diferentes procedimentos de resolução e registros, salientando a articulação entre competências e dificuldades conceituais;

4ª / segunda avaliação por meio de a situação problema descrita a seguir, presente na prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) do ano de 2008.

A contagem dos bois

Em cada parada ou pouso, para jantar ou dormir, os bois são contados, tanto na chegada quanto na saída. Nesses lugares, há sempre um potreiro, ou seja, determinada área de pasto cercada de arame, ou mangueira, quando a cerca é de madeira. Na porteira de entrada do potreiro, rente à cerca, os peões formam a seringa ou funil, para afinar a fila, e então os bois vão entrando aos poucos na área cercada. Do lado interno, o condutor vai contando; em frente a ele, está o marcador, peão que marca as reses. O condutor conta 50 cabeças e grita: - Talha! O marcador, com o auxílio dos dedos das mãos, vai marcando as talhas. Cada dedo da mão direita corresponde a 1 talha e da mão esquerda a 5 talhas. Quando entra o último boi, o marcador diz: - Vinte e cinco talhas! E o condutor completa: - E dezoito cabeças. Isso significa 1.268 bois. (adaptado de *Boiada, comitivas e peões*. Em: O Estado de São Paulo, ano IV, Ed. 63 de 21/12/1952).

Para contar os 1.268 bois de acordo com o processo descrito acima, o marcador utilizou:

Situação 1: 20 vezes todos os dedos da mão esquerda? Explique.

Situação 2: 20 vezes todos os dedos da mão direita? Explique.

Situação 3: todos os dedos da mão direita apenas uma vez? Explique.

Situação 4: todos os dedos da mão esquerda apenas uma vez? Explique.

Situação 5: todos os dedos da mão esquerda e 5 vezes todos os dedos da mão direita? Explique.

5ª/ proposta de três frases a serem completadas referentes à atividade anterior: *" quando recebi a situação problema eu pensei que..."; "quando recebi a situação problema eu senti..." ; " avalie o que você apresentou como resultado";*

6ª/ correção e devolução da atividade da 4ª fase e solicitação de elaboração de uma análise sobre a relação entre: sua produção na resolução da situação problema *A contagem dos bois,* a análise dessa produção e a elaboração das frases na 5ª fase;

7ª/ avaliação em grupo composta de duas atividades: a/ análise das competências e dificuldades conceituais de alunos 7^0 e 8^0 anos do ensino fundamental através de seus registros escritos; b/ análise da produção dos colegas na resolução do primeiro problema proposto (2ª fase), considerando a evidência das competências e dificuldades conceituais dos seus registros.

Resultados e discussão

A análise dos dados obtidos em cada uma dessas fases evidenciou que na 1ª fase a maioria associava a matemática ao medo, ao fracasso e à dificuldade. Exemplo: "*na minha história escolar a matemática... foi a disciplina em que fui reprovada na 9^0 ano. Por causa da equação de 2º grau que nunca usei e nem nunca usarei".*

A maioria encontrou dificuldades para resolver a situação problema da fase 2. Na figura 1 temos um exemplo, no qual se observa que a multiplicação e a divisão são evitadas. Esse dado é compatível com estudos anteriores desenvolvidos com estudantes adolescentes (Fávero, 2007b; Pina Neves & Fávero, 2009) e com profissionais que atuam na educação (Fávero & Pina Neves, 2006). Eles também se coadunam com a discussão de Fernandes & Healy (2007) e de Muniz (2009). Na figura 2 temos outro exemplo: várias tentativas são elaboradas, riscadas, assinaladas como "errado" e por fim, a resolução é finalizada na figura 3 com uma expressão significativa: "UFAA!!!", que podemos dizer se relaciona com os dados obtidos na 1ª fase.

Na 4ª e 5ª fases embora todos tenham apresentado uma proposta de resolução (ver exemplo na figura 4), a maioria ainda expressava apreensão. Exemplos: "Quando recebi a situação problema eu pensei que...*Como matemática me assusta, para mim é sempre difícil";*

"Quando recebi a situação problema eu pensei que...*Fiquei surpresa pelo tipo de atividade, a princípio pensei que não soubesse realizá-la, porém, quando voltei a leitura percebi que era possível, que teria que seguir um passo à passo";* "Quando recebi a situação problema eu senti...*Vontade de rir, estava diante do óbvio sem saber como resolver, algo que aparentemente não era difícil, mas que eu tinha dificuldade. Senti vontade de não fazer, mas continue tentando e me senti aliviada por conseguir responder do meu jeito";* "Quando recebi a situação problema eu senti... *Muita angústia e desespero por não saber por onde começar. Demorou para a compreensão, ou melhor, ainda não sei se compreendi bem, pois não tenho certeza absoluta da resposta";* "Quando recebi a situação problema eu senti*...uma certa dificuldade em entender as perguntas, principalmente as situações 1e 2. Seriam 20 vezes cada dedo da mão, resultando em 100 dedos no total, ou seria simplesmente 20 dedos?".*

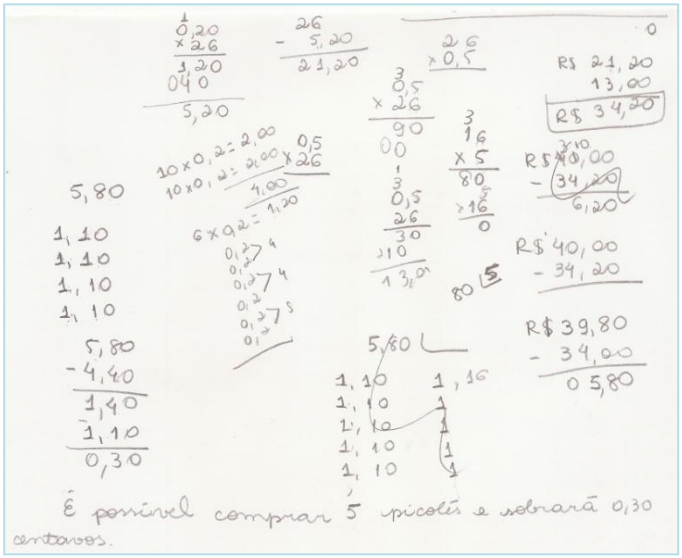

Figura 1: Exemplo de resolução da situação problema da fase 2

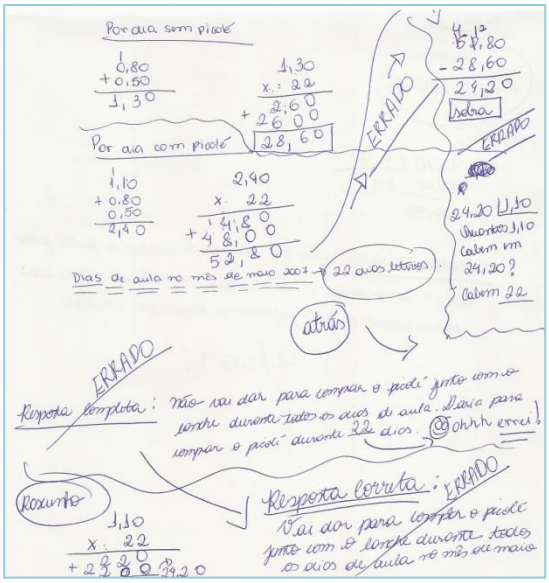

Figura 2: Exemplo de resolução da situação problema da fase 2

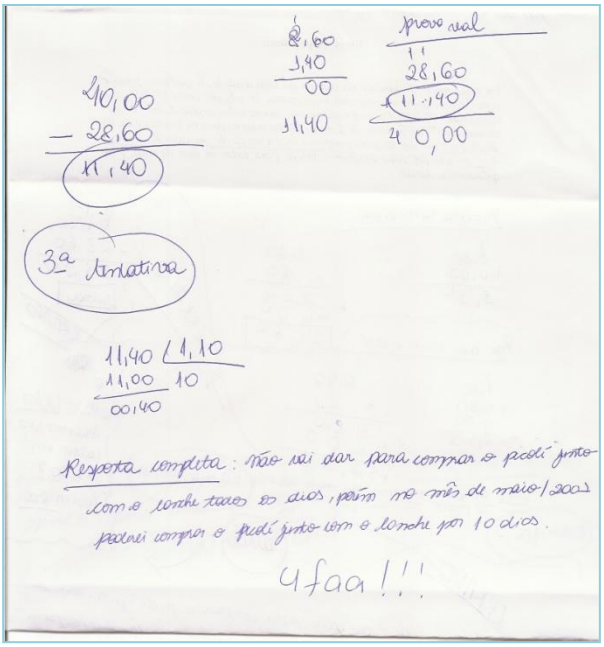

Figura 3: Exemplo de resolução; continuação da figura 2

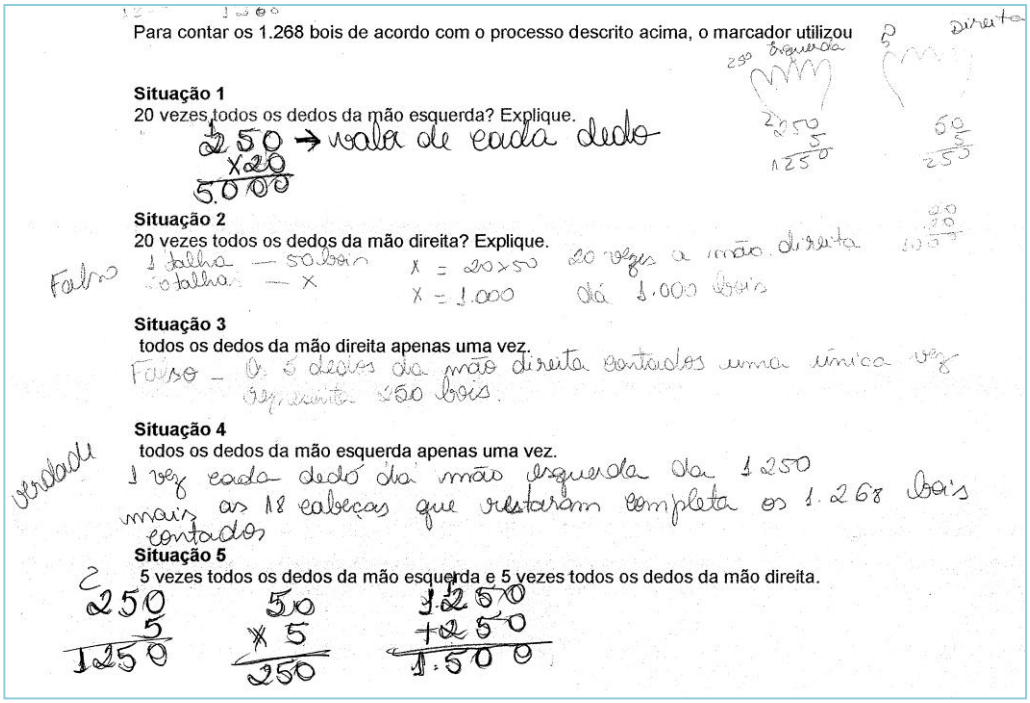

Figura 4: Exemplo de resolução da situação problema *"A contagem dos bois"*

Durante a 6ª e a 7ª fases os sujeitos apresentaram competência para analisar o registro matemático de alunos de 7^0 e 8^0 anos do ensino fundamental, assim como o registro matemático de seus colegas nas resoluções da situação problema da 2ª fase, tendo em conta o campo conceitual no qual as resoluções se inseriam e considerando a filiação entre competências e dificuldades.

Podemos dizer que o desenvolvimento dessas competências foi facilitado pelo procedimento didático adotado, que manteve um movimento contínuo entre a proposta de situações problema, a discussão dos diferentes modos de elaborar resoluções, a análise de cada uma das resoluções propostas, considerando-se os registros, os algoritmos utilizados e a filiação entre competências e dificuldades. Essa discussão foi viabilizada e enriquecida com a leitura e discussão de textos sobre a relação entre psicologia do desenvolvimento e educação matemática, entre os quais: Fávero (2008; 2009a; 2009b); Fernandes & Healy (2007); Godino & Coll. (2009); Miguel (2005); Fávero & Soares (2002); Pina Neves & Fávero (2009); Vergnaud (1996).

Assim, podemos dizer que o procedimento descrito e os resultados obtidos refletem a pertinência da proposta teórico-conceitual e metodológica, tal como explicitada na nossa introdução que, em última análise, diz respeito à tese retomada abaixo:

> Trazendo esta discussão para a instituição educacional como um todo e para escola em particular, nos cabe propor que não podemos separar a análise do desenvolvimento cognitivo da análise da experiência do sujeito. É por isso que, de acordo com o raciocínio que temos desenvolvido – e isto é fundamental para uma mudança de perspectiva na análise do ensinar e do aprender –, tanto uma aprendizagem bem sucedida como a dificuldade vivida numa situação de aprendizagem nos fornecem dados sobre o desenvolvimento cognitivo. Em resumo, é esta idéia que está implicada quando se adota uma abordagem construtivista para a análise do ensinar e do aprender. Do mesmo modo,

> é essa idéia que está implicada quando se considera o ser humano um construtor ativo do seu desenvolvimento nessa mesma análise (Fávero, 2008, p. 24, grifos da autora).

Considerações Finais

Podemos dizer que o procedimento didático que colocamos em experimentação neste estudo contribuiu para o desenvolvimento de competências conceituais evidenciando-se: 1/ o desenvolvimento da compreensão do papel da mediação, da representação e da notação na conceituação matemática; 2/ o desenvolvimento da compreensão da importância desta mediação, conceituação e notação para o desenvolvimento psicológico; a tomada de consciência sobre a importância da discussão sobre o currículo de matemática da educação básica e sobre as práticas de avaliação vigentes; 3/ a tomada de consciência sobre a importância do debate sobre as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia e a prática da pesquisa na formação inicial e continuada de professores e profissionais que atuam direta ou indiretamente com a educação.

Referências

Fávero, M. H., & Soares, M. T. C. (2002). Iniciação escolar e a notação numérica: Uma questão para o estudo do desenvolvimento adulto. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 18*(1), 43-50.

Fávero, M. H. (2005). Desenvolvimento psicológico, mediação semiótica e representações sociais: por uma articulação teórica e metodológica. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 21*(1), 17-25.

Fávero, M. H. e Pina Neves, R. da S. (2006). A divisão e os racionais: como os professores avaliam a produção dos alunos.. *Em: VII REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL*, 2006, Águas de Lindóia, SP. SBEM (org.) Anais Coordenação do Evento. VII Reunião de didática da Matemática do Cone Sul. São Paulo, SP: PUC-SP.

Fávero, M. H. (2007a). Paradigme personnel et champ conceptuel:implications pour les situations didactiques. Em M. Merri (Org.), *Activité Humaine et Conceptualisation* (pp. 625-634). Toulouse, França: Presses Universitaires du Mirail.

Fávero, M. H. (2007b) Psychopedagogic practice in school inclusion and in research in the development of numeric competence. In: XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2007, Santiago de Querétaro, México. Eduardo Macera Martinez y César Augusto Pérez Gamba (Eds.) *Anais da XII Conferencia Interamericana de Educatión Matemática. Investigación Internacional en Educación Matemática.* Santiago de Querétaro, México: Edebéméxico, 2007. v.1. p.1 – 9.

Fávero, M. H. (2008). *A mediação do conhecimento nas Ciências da natureza e na matemática: questões conceituais, prática de ensino e pesquisa*. Brasília: CEAD/Edunb, Editora da Universidade de Brasília.

Fávero, M. H. (2009a). La psicología del conocimiento y la construcción de competencias conceptuales en la escuela. *Revista Internacional Magistério, 7*(39), Junio-Julio, 18-22.

Fávero, M.H. (2009b). Os fundamentos teóricos e metodológicos da psicologia do conhecimento. Em M. H. Fávero & C. da Cunha (Orgs.), *Psicologia do Conhecimento. O diálogo entre as ciências e a cidadania* (pp. 9-20). Brasília: Uneco; Liber Livro.

Fávero, M.H.; Pina Neves, R. S. (2009). Competências para resolver problemas e para analisar a resolução de problemas. *Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia*

Escolar e Educacional (ABRAPEE), Volume 13, Número 1, Janeiro/Junho de 2009, p. 113-124.

Fernandes, S. H. A. A., & Healy, L. (2007). Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 10*, 59-76.

Godino, J.D.; Vicenç, V.F.; Wilhelmi, M. R.; Arrieche, M. (2009). ¿Alguien sabe qué es el número? *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Número 19, p. 34-46.

Howson, A. G., & Wilson, B. (Eds.) (1986). *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge, GB: Cambridge University Press.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. PISA 2006. Brasília, DF: INEP/ MEC Disponível em: <http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/PISA2006-resultados_internacionais_ resumo.pdf>.

Mattos, C. L. G. (2005). O conselho de classe e a construção do fracasso escolar. *Educação e Pesquisa, 31*(2), 215-228.

Miguel, A. (2005). História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa. *Educação e Pesquisa, 31*(1), 137-152.

Miniz, C. (2009). A produção de notações matemáticas e seu significado. Em M. H. Fávero & C. da Cunha (Orgs.), *Psicologia do Conhecimento. O diálogo entre as ciências e a cidadania* (pp. 115-143). Brasília: Unesco; Liber Livro.

Nesher, P., & Kilpatrick, J. (Eds.) (1990). *Mathematics and Cognition:a research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge, GB: Cambridge University Press.

OCDE. Aprendendo para o mundo de amanhã. Primeiros resultados do PISA 2003. São Paulo: Moderna, 2005.

Pina Neves, R. S.; Fávero, M. H. (2009). A pesquisa de intervenção no desenvolvimento de competências conceituais: a divisão e os racionais em questão. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4, 2009, Brasília, DF. *Anais...* Brasília, DF: UCB, v. 1. p. 01-14.

Sinclair, A, & Scheuer, N. (1993). Understanding the written system: 6 years-olds in Argentina and Switzerland. *Educational Studies in Mathematics 24*(2), 1-23.

Wallen, E., Plass, J. L., & Brünken, R. (2005). The Function of Annotations in the Comprehension of Scientific Texts: Cognitive Load Effects and the Impact of Verbal Ability. *Educational. Technology Research and Development, 53*(3), 59-72.

Vergnaud, G (1996) Algunas ideas fundamentals de Piaget en torno a la didactica. *Perspectivas*, vol. XXVI, n. 1, marzo 1996, p. 195-207.