



Formação de professores: erros em análise combinatória

Roberta D. M. **Bortoloti**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Brasil

robertamenduni@yahoo.com.br

Vânia M. **Santos-Wagner**

Universidade Federal do Espírito Santo/Universidade Federal do Rio de Janeiro

Brasil

santoswagner.vm@gmail.com

Juliana Rodrigues **Ferreira**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Brasil

ju-rodriques1@hotmail.com

Resumo

Neste texto trazemos informações de uma pesquisa interinstitucional realizada em quatro universidades estaduais da Bahia. Esta investiga erros cometidos por universitários em questões envolvendo conceitos de álgebra, geometria e análise combinatória. Aqui apresentamos dados relativos aos erros cometidos nas resoluções de 41 licenciandos em matemática da Universidade do Estado da Bahia, *campus* Paulo Afonso, em um problema de análise combinatória. Os trabalhos de Borasi (1996), Cury (2007), Pinto (2000), e Pessoa & Borba (2010) auxiliaram na compreensão dos dados e análise de erros. Entende-se que interpretar e compreender esses erros encontrados pode contribuir para professores e estudantes utilizarem o potencial do uso dos erros em suas aulas. Para que assim estas transcendam à prática da remediação, e cheguem à uma postura investigativa, contribuindo com atitudes favoráveis à matemática, ao ensino e ao processo avaliativo.

Palavras-chave: educação matemática, avaliação, análise de erros, formação de professores, licenciatura em matemática, análise combinatória.

Este artigo traz resultados parciais de uma pesquisa interinstitucional em desenvolvimento intitulada: Análise dos erros cometidos pelos discentes dos cursos de Licenciatura em Matemática das Universidades Estaduais Baianas (Bortoloti, Silva, Oliveira, Gusmão, Nascimento, 2007). Envolve 417 estudantes de quatro universidades baianas e tem três principais

metas. A primeira é identificar, analisar e classificar os erros cometidos pelos estudantes universitários do 1º e 6º semestres do curso de licenciatura em matemática ao resolverem um teste diagnóstico envolvendo questões sobre função; geometria e análise combinatória. E tem como segunda meta planejar estratégias para implementar atividades de intervenção com os sujeitos, a partir das idéias de Borasi (1996), Cury (2007) e Pinto (2000). Finalmente, elaborar e aplicar um segundo teste abrangendo os mesmos conceitos para os mesmos estudantes. Neste trabalho analisaremos a questão sobre análise combinatória, respondida por 41 estudantes do curso de licenciatura em matemática, *campus* Paulo Afonso, UNEB (Universidade do Estado da Bahia). Neste grupo temos 24 estudantes do 1º semestre e 17 do 6º semestre. Pretendemos quantificar o número de estudantes que não responderam esta questão, assim como o número de acertos e erros; quais os tipos de erros foram identificados e que tipo de estratégia eles utilizaram para resolver a questão.

Análise de erros e suas contribuições

Parece não ser algo novo análise de erros, se pensarmos em diálogos e discussões de professores com seus pares ou com seus próprios alunos sobre seus instrumentos ou processos avaliativos. Ou seja, após a correção de tarefas e atividades de caráter avaliativo sempre há conversas sobre os itens corretos, errados, e sobre as possíveis causas de erros e que tipos de erros aconteceram. Portanto esta tendência de analisar erros já é praticada por professores de algum modo. O que estamos descobrindo nos últimos anos é o potencial que a análise de erros tem enquanto pesquisa e estratégia de ensino, se aprofundar estas investigações como sugere Borasi (1996) de forma mais fidedigna, para que possamos trazer informações precisas para os alunos e para desenvolver futuras ações pedagógicas. Tais estratégias podem trazer confiabilidade ao processo de analisar e investigar erros, procurando sistematizar o que fora desvelado nos erros e, então, divulgar esses resultados. Conforme Cury (2007) comenta a análise de erros ou da produção escrita dos alunos vem se alterando conforme a época, as teorias, concepções dos pesquisadores e os próprios objetivos da pesquisa.

Analisar os erros com um olhar observador, questionador, curioso, cuidadoso e criterioso de professor e investigador são tentativas que procuram trabalhar em quatro vertentes centrais. Inicialmente (a) dar voz ao que os alunos estão pensando e escrevendo sobre uma determinada situação-problema. Em paralelo e/ou posteriormente procurar (b) encontrar o ponto “exato” ou mais próximo em que um conceito ou procedimento foi construído de forma incorreta, apresentando falhas ou ainda (c) descobrir que habilidades não foram desenvolvidas para resolver uma situação proposta. E finalmente para (d) rever e repensar sobre os procedimentos de ensino utilizados para explorar determinado conceito visando com todas estas tentativas formas de planejar ações pedagógicas futuras que desestabilizem os erros cometidos e auxiliem a construção e desenvolvimento de definições, conceitos e procedimentos adequados e com significados.

Borasi (1996) nos diz que os erros dos estudantes têm sido utilizados por pesquisadores e professores como ferramenta para identificação de dificuldades de aprendizagem, planejamento de currículo e material de ensino. Entretanto, chama nossa atenção para a postura que temos diante dos erros de nossos alunos, pois estas muitas vezes não passam de atitudes como diagnosticar e procurar propor ações pedagógicas para remediar e evitar os erros. Além disso,

nos alerta para o fato de não estarmos convidando os próprios estudantes para aproveitarem seus erros como oportunidades para aprendizagem. Segundo Cury (2007, p. 36), a ideia de Borasi (1996) é “[...] usar determinado erro para questionar se o resultado incorreto pode verificar-se, ao invés de tentar eliminá-lo”. Isso pode ocorrer quando a aprendizagem acontecer por meio da descoberta e/ou da investigação, indo além da remediação.

A partir das ideias de Borasi (1996) temos que na aula de remediação o aluno está consciente de que sua solução está incorreta e a expectativa é de que alguém identifique o erro e o corrija. Na aula de descoberta, algo novo está sendo aprendido, e nas tentativas para resolver algo desconhecido podem surgir os erros que são vistos e percebidos pelos estudantes como naturais no processo e a expectativa é de que o resultado precisa ser examinado para determinar se está certo ou errado. Já na aula de investigação matemática, nem a questão, nem a resposta são vistas pelos estudantes como predeterminadas e eles são encorajados em todo momento a voltar e rever suas definições e explicações.

Discutir e refletir sobre os erros e seus usos não são tarefas fáceis para os professores nem para os estudantes, mas nós, professores e formadores de professores, temos a responsabilidade de proporcionar aos alunos esta oportunidade de potencializar usos e aprendizagens a partir de seus próprios erros. Segundo Cury (2007):

As pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as soluções com os estudantes, os licenciandos em Matemática estarão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre possíveis metodologias de ensino que vão implementar no início de suas práticas (p. 93).

Análise de erros tem sido considerada como uma abordagem de pesquisa e também como de ensino. A pesquisa interinstitucional nas universidades baianas é um exemplo da tentativa de incorporar ambas perspectivas. Incorpora-se uma abordagem (a) como metodologia de pesquisa, quando pensamos sobre as fases de concepção e redação do projeto, ou seja, para conceber, elaborar e redigir o design do projeto. Ao estudar os resultados relatados por Cury (2006) e refletirmos sobre nossa própria experiência enquanto professores universitários com as dificuldades usuais que estudantes possuem com alguns conceitos matemáticos prévios, nós decidimos usar esta perspectiva investigativa para examinar respostas, acertos e erros dos estudantes em algumas questões. E usa-se também uma perspectiva (b) de ensino porque como Borasi (1996) comenta, o erro pode tornar-se um trampolim para aprendizagem no processo de ensino de matemática. Estas ideias são reforçadas por Cury (2007) dizendo que nós podemos trazer as informações coletadas sobre erros para a turma, a fim de discutir e refletir com estudantes sobre os mesmos. Esta consciência sobre as dificuldades auxiliará o processo de aprendizagem dos estudantes e poderá ajudar à construção de novo conhecimento. No entanto, apenas terá real significado examinar e investigar o erro, se este tornar-se observável para ambos professor e estudante como tem sido argumentado por Pinto (2000).

O papel do professor é essencial para tornar o erro observável para si e para o aluno (Pinto, 2000). Questionar o erro e refletir sobre este no processo de ensino exige provocação de conflitos cognitivos e desequilíbrio de certezas. Nós temos observado que algumas vezes alguém comete

uma falha ou erro por diferentes motivos. E nem sempre um erro ocorre por acaso ou por não prestar atenção no que foi solicitado para fazer na tarefa. Várias vezes alguém poderá cometer um erro porque incorporou na mente certos significados e certezas sobre quando usar ou aplicar conceitos matemáticos, procedimentos, estratégias e estas devem ser desafiadas para promover algum conflito cognitivo. Cury (2007) argumenta que o erro torna-se para o aluno como um saber, é um tipo de informação que pertence a ele, construído de algum modo como algo verdadeiro. Portanto, é necessário criar intervenções pedagógicas que provoquem desequilíbrios nas certezas de estudantes, conduzindo-os a um questionamento reflexivo sobre as respostas deles. Pinto (2000) nos chama atenção para o tratamento uniforme que damos aos erros, colaborando com a produção do fracasso escolar. Isso ocorre quando assumimos a postura de remediação (Borasi, 1996), em que nos preocupamos apenas em corrigir os erros, sem procurar compreender porque se erra e sem levar o estudante a questionar e refletir sobre os mesmos.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa interinstitucional, ainda em curso, iniciou no 2º semestre de 2008. Em 2009, vinte professores das quatro universidades estaduais baianas iniciaram o trabalho coletivo. A este grupo uniram-se também outras duas professoras de outras universidades brasileiras. Justificamos esta pesquisa como qualitativa, porque um dos nossos objetivos é compreender o porquê desses erros a fim de evidenciar as dificuldades de aprendizagem. Dentre as várias formas de análise que a pesquisa qualitativa assume, utilizamos, em linhas gerais, características da análise de conteúdo, que segundo Bardin (1979) é: “Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores [...] que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção [...] destas mensagens” (p. 42).

Os sujeitos foram os 41 estudantes do curso de licenciatura em matemática do *campus* Paulo Afonso da UNEB, sendo 24 estudantes do 1º semestre e 17 do 6º semestre. O instrumento de coleta de dados foi o teste diagnóstico, composto por seis questões que abordaram conhecimentos matemáticos da educação básica, como: geometria, funções, análise combinatória e conjuntos. Contudo, exploraremos a questão que abordou análise combinatoria, assunto recomendado por órgãos governamentais nacionais e internacionais. Eis a questão: Três estudantes chegaram juntos a uma cidade para participar de um congresso e, não tendo feito reservas com antecedência, constataram que em cada hotel poderiam ficar até dois estudantes. Sabendo que há apenas quatro hotéis na cidade, calcule o número máximo de possibilidades de hospedagem. Para respondê-la o estudante deve conhecer e aplicar conhecimentos referentes à: contagem; permutação; combinatória e arranjo.

Ao investigar as produções dos estudantes (corpus da pesquisa) classificamos as respostas em três classes: (1) correta, com base na resposta institucional; (2) não respondeu ou em branco, como aquelas questões em que o aluno não fez absolutamente nada, ou fez uma pequena observação a respeito de seu conhecimento em relação a questão dada ou ainda, simplesmente reproduziu alguns pequenos dados do enunciado e (3) as demais foram consideradas erradas. A partir de semelhanças ou diferenças essas classes foram subdivididas, construindo assim, as categorias. Segundo Bardin (1979) a categorização “é uma operação de classificação de

elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, [...] classificar elementos em categorias, impõe a investigação do que cada um deles tem em comum com outros” (p. 117-118).

As classes Resoluções erradas e Não respondeu sofreram outra categorização, que enunciamos a seguir.

Classe *Resoluções erradas*, subdividida em 5 grupos:

1º Grupo: Tentaram responder, sem sucesso, aos dois casos da resolução: (a) alojar os estudantes um por hotel e (b) dois em um hotel e o 3º estudante em outro hotel.

2º Grupo: Identificação de padrões de contagem ou princípio multiplicativo. Este grupo pode ser exemplificado pelas estratégias: **1ª estratégia:** apenas consideraram um estudante em cada hotel; **2ª estratégia:** apenas consideraram dois estudantes em um hotel e um no outro hotel; **3ª estratégia:** apenas consideraram dois estudantes em cada hotel.

3º Grupo: Utilizaram como estratégia de solução a permutação.

4º Grupo: Usaram fórmula(s) de maneira errada(s). Sendo que estas fórmulas se referem à combinação ou arranjo.

5º Grupo: Não recorreram a conceitos referentes ao assunto Análise Combinatória.

Classe *Não respondeu*, subdividida em 2 grupos: 1º grupo: Deixadas em branco; 2º grupo: Aquelas em que o aluno não resolveu a questão, mas escreveu: “não sei”; “não consigo responder”; “não sei como continuar”; “esqueci a fórmula”, etc. Ou ainda, simplesmente reproduziram dados do enunciado.

Discussão dos resultados

Breve perfil dos sujeitos investigados

Com o objetivo de apresentar algumas características dos sujeitos da pesquisa no *campus* de Paulo Afonso – UNEB, aplicamos junto ao teste diagnóstico um questionário sócio-econômico. Identificamos quanto à faixa etária, que a maior parte dos estudantes do 1º e 6º semestre é jovem, sendo que a maioria dos alunos do 1º semestre tem idade de até 20 anos e do 6º semestre está entre 21 e 25 anos. Além disso, 78,26% dos estudantes do 1º semestre e 70,59% do 6º semestre moram em Paulo Afonso, cidade onde estudam. Perguntamos aos alunos em que tipo de escola cursaram o ensino fundamental e médio. Observamos pelas respostas de estudantes tanto de 1º quanto de 6º semestre que a maioria deles cursou o ensino fundamental e médio em escolas públicas (Araújo, 2010). Atualmente no Brasil a educação básica é formada pelo ensino fundamental de 9 anos escolares seguidos do ensino médio com 3 anos. Ou seja, a educação básica totaliza 12 anos escolares. Vale ressaltar que os sujeitos da pesquisa cursaram o ensino fundamental anterior de 8 anos escolares a partir dos 7 anos de idade. E após este cursaram o ensino médio de três anos.

Em relação à formação profissional, detectamos que 60,87% dos estudantes do 1º semestre não trabalhavam no período da pesquisa, e 82,35% do 6º semestre estavam no mercado de trabalho. Então, objetivávamos identificar destes que já trabalhavam quem estava na área de ensino e se já ministravam aulas de matemática. Dentre os 24 alunos do 1º semestre, nós

Formação de professores: erros em análise combinatória

descobrimos que apenas 1 ensinava matemática e dos 17 veteranos do 6º semestre encontramos 6 que ensinavam matemática. Quando questionados sobre o motivo pelo qual escolheram cursar matemática boa parte, tanto estudantes do 1º semestre quanto do 6º, afirmou ter escolhido o curso por ter alguma afinidade com a disciplina, mas apenas 5 optaram por que querem seguir a carreira do magistério. Vejamos na tabela 1, outros motivos citados:

Tabela 1

Por que escolheu o curso de licenciatura em matemática?

	Afinidade	Para fazer concursos	Falta de opção	Sonho de infância	Obter nível superior
1º semestre	13	1	6	-	3
6º semestre	10	-	4	1	2
Total	23	1	10	1	5

Fonte: Adaptado de Araújo (2010).

Dentre as perguntas do bloco formação básica e superior, está a quantidade de horas que dedica por semana aos estudos, excetuando as horas em sala de aula. Encontramos:

Tabela 2

Tempo dedicado aos estudos excetuando as aulas na Universidade

	Nenhum	Uma a duas horas	Três a cinco horas	Seis a oito horas	Mais de oito horas
1º semestre	2	11	6	1	3
6º semestre	2	8	4	2	1
Total	4	19	10	3	4

Fonte: Dados da coordenação da pesquisa

Vemos que a maioria dos estudantes dedica pouquíssimo tempo de estudos ao curso. Investigar porque isso ocorre poderá ajudar na conscientização dos estudantes dessa necessidade para o processo de aprendizagem. No 1º semestre 60,87% não trabalham, além disso, muitas são as deficiências advindas da educação básica, o que seria mais um motivo para haver dedicação aos estudos. No entanto, os estudantes parecem nem identificar isto como necessidade deles.

Aprofundando os resultados

Ao analisarmos as 41 soluções dos estudantes do *campus* de Paulo Afonso, a taxa de erros desta questão nos deixou preocupados. Porém o incômodo foi maior ao sabermos que ninguém acertou a questão. Dos 24 estudantes do 1º semestre, 19 não acertaram a questão (79,2%) e 5 não responderam (20,8%). Já dos 17 sujeitos do 6º semestre, 12 erraram a questão (70,6%) e 5 não responderam (29,4%).

Formação de professores: erros em análise combinatória

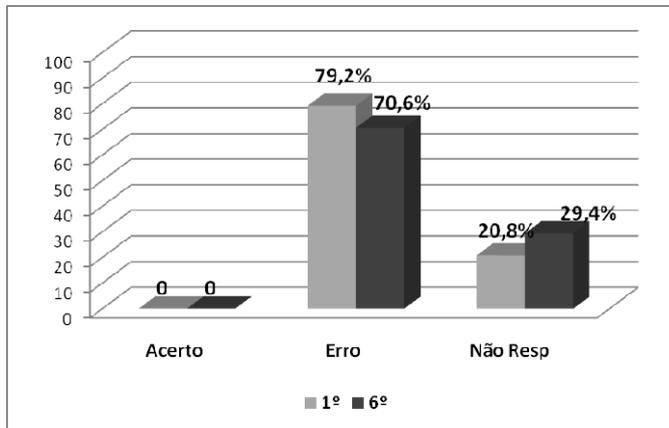


Figura 1. Quantificação da 6ª questão do teste diagnóstico, *campus* Paulo Afonso, UNEB

No Brasil, o assunto análise combinatória deveria ser estudado desde as séries iniciais do ensino fundamental. Exames nacionais avaliam estas competências, como mostra o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica): “O raciocínio combinatório é uma das ideias da multiplicação, trabalhada desde as séries/anos iniciais, e que se revela importante na continuidade dos estudos e nos cálculos probabilísticos” (Brasil, 2008a, p. 122). Na matriz de referência do SAEB para o 3º ano do ensino médio, encontramos o descritor 32: “Resolver o problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples e/ou combinação simples”, que verifica “a habilidade de o aluno resolver um problema de contagem usando ou o princípio multiplicativo ou a aplicação de fórmulas na resolução de uma situação-problema contextualizada” (Brasil, 2008a, p. 122). Outro documento que exemplifica a preocupação de órgãos governamentais sobre o assunto em questão é o Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes – ENADE, que compõe o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior – SINAES. O exame do ENADE tem como objetivo geral “avaliar o desempenho dos estudantes em relação aos conteúdos programáticos previstos nas diretrizes curriculares, às habilidades e competências para a atualização permanente e aos conhecimentos sobre a realidade brasileira, mundial e sobre outras áreas do conhecimento” (Brasil, 2008b, p. 13). Esta portaria no artigo 7º aponta conteúdos matemáticos da educação básica como a contagem e análise combinatória, sendo comuns para bacharelados e licenciandos.

Salientamos a importância que em nível nacional se dá a este assunto e o quanto ainda é necessário fazer no curso de licenciatura. Este grupo de alunos do 6º semestre não demonstrou possuir tais habilidades “ensinadas” desde as séries iniciais e durante a graduação, especificamente no 4º semestre, ao cursarem uma disciplina que trabalha com o raciocínio combinatório. Pessoa e Borba (2010) chamam atenção para que consideremos “em sala de aula os variados significados, distintas relações e propriedades e diversificadas representações simbólicas que compõem as situações combinatórias para que estas sejam aproveitadas da melhor forma possível, no sentido de auxiliar os alunos no desenvolvimento deste raciocínio” (p. 20).

Como não houve acerto nesta questão uma análise mais detalhada foi feita a partir do que consideramos como resoluções erradas e não respondidas. A tabela 3 mostra, de forma geral, a quantificação dos tipos de erros ocorridos e como foram agrupadas as questões não respondidas.

Formação de professores: erros em análise combinatória

Tabela 3

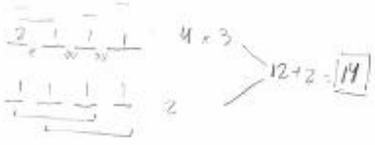
Subdivisão dos tipos de erros da 6ª questão do Teste Diagnóstico

	Resoluções erradas					Não respondidas	
	1º G	2º G	3º G	4º G	5º G	1º G	2º G
1º semestre	02	16	-	-	-	05	-
6º semestre	-	06	03	03	-	03	02
Total	02	22	03	03	-	08	02

Fonte: Dados da coordenação da pesquisa

Discutiremos, a seguir, cada um destes tipos de erros e apresentaremos alguns registros apenas como exemplos de representatividade do agrupamento. Ao usar a letra X estaremos nos referindo a estudantes do 1º semestre e a letra Y para estudantes do 6º.

1º Grupo: apenas 2 sujeitos, do 1º semestre, perceberam que a situação-problema poderia ser resolvida alojando estudantes de duas formas: a) um por hotel e, b) dois em um hotel e o 3º estudante em outro hotel. Interessante destacar que dos 41 alunos somente 2 demonstraram esta habilidade, ainda que incompleta.



“Mentalmente pensei nas possibilidades, primeiro de 2 alunos em um hotel fixo e 1 em cada outro, depois alternei onde os “2 alunos” ficariam e as possibilidades do outro “1 aluno” solto”.
Ainda há a possibilidade de cada um ficar em um hotel, ocupando três dos quatro disponíveis, totalizando duas possibilidades.
Finalmente somei e obtive o resultado”.
(Transcrição da escrita do estudante P18X, 2009).

Mentalmente pensei nas possibilidades, primeiro de 2 alunos em um hotel fixo e 1 em cada outro, depois alternei onde os “2 alunos” ficariam e as possibilidades do outro “1 aluno” solto.
Ainda há a possibilidade de cada um ficar em um hotel, ocupando três dos quatro disponíveis, totalizando duas possibilidades.
Finalmente somei e obtive o resultado.

Figura 2. Resolução do estudante P18X.

Nasser (2009), quando se refere aos alunos universitários, parece estar se referindo aos alunos do 6º semestre desta amostra: “Parece que, ao se distanciarem da Escola Básica, os conceitos e procedimentos foram esquecidos, indicando falhas na aprendizagem. Ou seja, os conceitos não foram construídos e não houve retenção da aprendizagem dos procedimentos” (p. 11).

2º Grupo: Identificação de padrões de contagem ou princípio multiplicativo. Este grupo pode ser exemplificado por 3 estratégias. Na 1ª estratégia apenas consideraram um estudante em cada hotel. Esse tipo de resolução foi apresentada por apenas 2 estudantes do 6º semestre.

Formação de professores: erros em análise combinatória

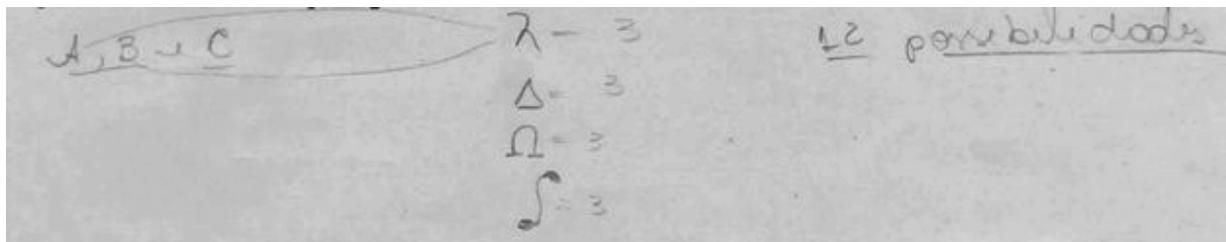


Figura 3. Resolução do estudante P09Y.

Na 2ª estratégia apenas consideraram dois estudantes em um hotel e um no outro hotel, e esta estratégia foi considerada por estudantes de ambos os semestres, 3 do 1º semestre e 2 do 6º.

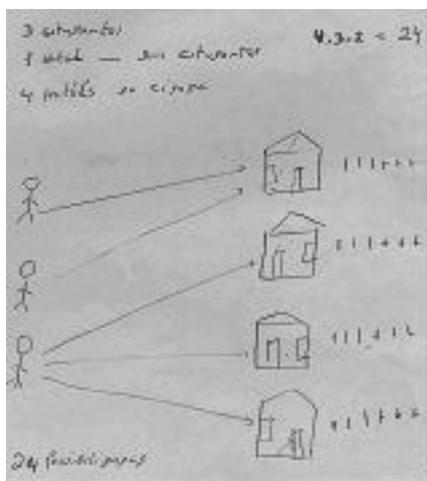
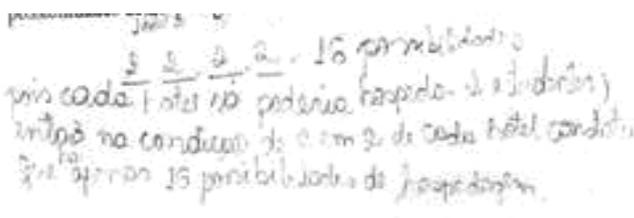


Figura 4. Resolução do estudante P01Y.

Na 3ª estratégia apenas consideraram dois estudantes em cada hotel, foi onde obtivemos o maior número de resoluções, 13 estudantes do 1º semestre e 2 do 6º.



“[...] pois cada hotel só poderia hospedar 2 estudantes, então na condição de 2 em 2 de cada hotel, constatei que há apenas 16 possibilidades de hospedagem”.

(Transcrição da escrita do estudante P10X, 2009).

Figura 5. Resolução do estudante P10X.

Segundo Pessoa e Borba (2010) raciocínio combinatório é “um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto” (p. 2). As resoluções dos 22 alunos do 2º grupo revelam que eles tinham compreendido que os estudantes podem ser arrumados de formas diferentes nos hotéis. Porém o raciocínio combinatório em relação a este problema foi comprometido, pois eles não perceberam as maneiras de fazer estas arrumações, ou arrumaram os estudantes sozinhos nos hotéis ou em duplas. Não sinalizaram a junção dessas possibilidades, o que caracterizou o erro.

Os estudantes de 3º e 4º grupo, somente com estudantes do 6º semestre, recorreram à

permutação (3º grupo), ou às fórmulas como de combinação e/ou arranjo de forma errônea por estar relacionada ao contexto do problema, ou a escrita das fórmulas (4º grupo). É importante observar que os alunos que recorreram às fórmulas se assemelharam aos sujeitos da pesquisa realizada por Pessoa e Borba (2010) com alunos do ensino médio que também utilizaram fórmulas de maneira inadequada. Em conformidade com estas autoras (2010) “[...] talvez o trabalho não esteja ocorrendo de maneira adequada, que deveria ajudar o aluno a pensar sobre a lógica implícita em cada significado de problema estudado” (p. 14), prevalecendo o cálculo numérico ao cálculo relacional.

Ressaltamos que no 5º grupo não houve resoluções de estudantes categorizadas neste grupo do *campus* de Paulo Afonso. Mas, ocorreu um fato intrigante diferente dos outros *campi*, um sujeito da pesquisa do 1º semestre alojou 3 estudantes por hotel, o que não está de acordo ao enunciado da questão, por isso ele não foi quantificado nas tabelas.

Com relação à classe “Não respondidas”, subdivididas em dois grupos, tivemos 5 alunos do 1º semestre e 3 do 6º que deixaram a questão em branco (1º grupo) e somente 2 do 6º semestre se encaixaram no 2º grupo, veja um exemplo:

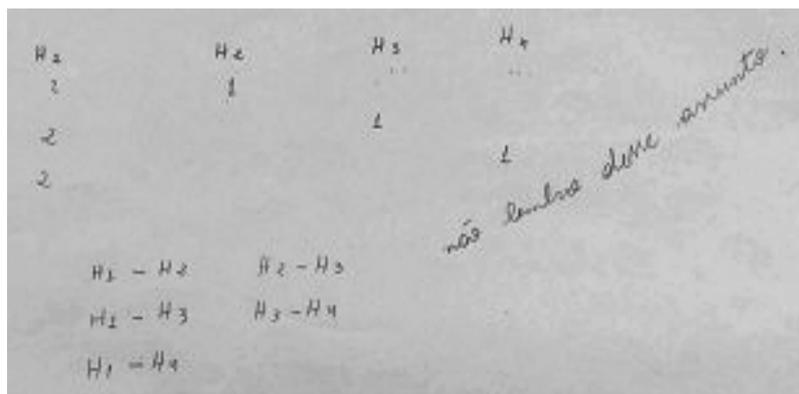


Figura 6. Resolução do estudante P14Y.

Muito nos preocupou nenhum aluno ter acertado esta questão a respeito de análise combinatória. E a análise de erros como metodologia de ensino e de pesquisa (Cury, 2007; Borasi, 1996), pode contribuir com a educação básica e/ou superior nesta responsabilidade, pois através dos resultados de pesquisas, em que foram identificados os tipos de erros dos alunos, podemos tornar esses erros observáveis no decorrer das aulas.

Conclusões

Retomando os objetivos deste artigo, identificamos que dos 41 estudantes, nenhum resolveu a questão de forma correta; 31 erraram e 10 não responderam. Os estudantes do 1º semestre se expõem mais que os do 6º, eles deixaram menos questões sem responder e talvez por isso, erraram mais. Destacamos que pouquíssimos recorreram à estratégia de agrupar os estudantes de duas formas nos hotéis: 1 estudante em cada hotel ou 2 estudantes em um hotel e o 3º no outro hotel. Somente 2 sujeitos do 1º semestre tentaram essa estratégia. O 1º erro encontrado é não perceber que a questão se resolve pensando nestas duas possibilidades de

hospedagem (2º grupo, da categoria Resoluções erradas). Daí surgem as resoluções com falhas, agrupando apenas 1 estudante por hotel (1ª estratégia); hospedando 2 estudantes em 1 hotel e o 3º em outro hotel (2ª estratégia) ou ainda, colocando 2 estudantes em cada hotel (3ª estratégia). No caso dos 2 sujeitos que perceberam essa condição, eles erraram porque não souberam fazer essa alocação de forma correta. Um exemplo aqui citado é do estudante P14X. Outro tipo de erro está relacionado ao conhecimento das fórmulas de arranjo e combinação, pois alguns erraram ao escrevê-las. Por último, temos o erro de aplicação da fórmula ao contexto. Ainda temos os sujeitos que apresentaram dificuldades em resolver a situação proposta porque não “lembravam” do assunto. De toda forma salientamos que nestes exemplos faltou a habilidade “de o aluno resolver um problema de contagem usando ou o princípio multiplicativo ou a aplicação de fórmulas na resolução de uma situação-problema contextualizada” (Brasil, 2008a, p. 122). Se “a *combinatória* nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionadas a partir de um conjunto dado, [...] pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que conta-los um a um” (Pessoa & Borba, 2010, p. 2). Perguntamos: porque esses alunos não conseguiram solucionar a questão? Será que os professores universitários sabem que os alunos apresentam tais dificuldades neste assunto? Será que os alunos que chegam às universidades, de fato, estudaram análise combinatória no ensino médio? Conforme Pinto (2000) nos chama atenção, esta é uma justificativa para sondarmos os alunos antes de iniciarmos o conteúdo sob nossa responsabilidade, partindo do que o aluno já conhece (com ou sem deficiências) ou de erros que foram construídos e precisam ser desestabilizados cognitivamente. “A importância desse diagnóstico para o tema em questão é que lacunas existentes entre os conhecimentos informais e os formais poderão explicar as dificuldades do aluno e as fontes de seus erros” (Pinto, 2000, p. 156-157).

Necessitamos discutir nos cursos de formação de professores sobre os erros e a avaliação em matemática. Conforme Cury (2007) comenta: “Parece que cada erro cometido por um futuro professor de matemática é apontado, é riscado em vermelho, e a ele se atribui alguma pontuação negativa, mas raramente há tempo para voltar ao erro e partir dele para reconstruir algum conhecimento” (p. 93). Discutir sobre o erro tem implicação direta no processo avaliativo, que em nossos cursos de licenciatura em matemática ainda é tão insignificante. É o que foi constatado pelas pesquisadoras Gatti & Nunes (2009) sobre a formação de professores para o ensino fundamental:

No caso da avaliação educacional, por exemplo, que é o problema enfrentado no dia a dia das escolas, e que é um tema discutido pelos resultados das avaliações externas relativos a essa disciplina (SAEB, SARESP, ENEM, PISA) e aos baixos índices apresentados nessas avaliações, ela não consta nas matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática. Avaliar alunos não é questão trivial para educadores. Exige formação e discussão. Porém, os licenciandos em Matemática não recebem esta formação, pelo que se constatou neste estudo (p. 101).

Esperamos que os erros passem a ser trampolins para a aprendizagem e que os futuros professores de matemática utilizem o potencial de se “ensinar” por meio do uso dos erros e que suas aulas possam ser investigativas, cheias de descobertas, contribuindo com atitudes favoráveis à matemática e sua avaliação.

Agradecimentos

À Fundação de Amparo à Pesquisa da Bahia (FAPESB) e UESB – pelo financiamento ao projeto 8539/2007 e 107/2009, respectivamente. Às professoras Helena Noronha Cury, Vânia Santos-Wagner e a toda equipe de pesquisa, pois sem o apóio destes não seria possível a realização da mesma.

Bibliografia e referências

- Araújo, R. A. de S. (2010). Análise e comparação dos tipos de erros, com relação à questão 4 (sobre geometria) do teste padrão, encontrados em resoluções, de alunos do 1º e 6º semestres do curso de licenciatura em matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), campus Paulo Afonso. *Trabalho de Conclusão de Curso*, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, BA.
- Bardin, L. (1979). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors*. Norwood, New Jersey: Ablex Publishing Corporation.
- Bortoloti, R. D. M., Silva, C. V., Oliveira, A. P. T., Gusmão, T. C. R., & Nascimento, J. C. (2007). *Análise dos erros cometidos por discentes de cursos de licenciatura em matemática das universidades estaduais baianas*. 2007. 20 f. Projeto de Pesquisa – Departamento de Química e Exatas, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, BA.
- Brasil. (2008a). *PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: Ensino médio: Matrizes de referência, tópicos e descritores*. Brasília: Ministério da Educação (MEC).
- Brasil. (2008b). Portaria Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) nº 132 de 07 de agosto de 2008, *Diário Oficial* [da] República Federativa do Brasil, Brasília, 11 ago., Seção 1, 13.
- Cury, H. N. (2006). Análises de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. In SBEM (Ed.), *Anais Eletrônicos do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-17). Águas de Lindóia, Brasil: SIPEM. CD-ROM, GT 04.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Gatti, B. A., & Nunes, M. M. R. (Orgs.). (2009). *Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas*. Coleção Textos Fundação Carlos Chagas (FCC), 29. SP: FCC.
- Nasser, L. (2009). Analisando erros matemáticos de alunos do ciclo básico de um curso de engenharia. In SBEM (Ed.), *Anais Eletrônicos do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-19). Brasília, Brasil: SBEM, CD-ROM.
- Pessoa, C. A. dos S., & Borba, R. E. de S. R. (2010). O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 1(1), 1-22.
- Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas, SP: Papirus.