



Sequência didática para desenvolver conceitos algébricos: um estudo de intervenção

Laécio Nobre de Macêdo

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – Quixadá – CE
Brasil

laecio@ifce.edu.br

Síntria Labres Lautert

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

sintrialautert@gmail.com

José Aires de Castro-Filho

Universidade Federal do Ceará

Brasil

aires@virtual.ufc.br

Resumo

Este estudo tem como objetivo investigar os efeitos de uma intervenção baseada na aplicação de uma sequência didática com uso de um objeto digital de aprendizagem intitulado Balança Interativa para desenvolver conceitos algébricos. Participaram do estudo, quarenta alunos do 7º ano, divididos em Grupo Experimental (GE) e Grupo Controle (GC). A análise dos dados indicou que o grupo experimental apresentou desempenho superior ao grupo controle na resolução de problemas e equações algébricas. Estes resultados parecem indicar que houve um efeito positivo da intervenção realizada que propiciou mudanças do ponto de vista psicológico na forma como os estudantes abordam os problemas e as equações apresentadas. O uso da sequência didática possibilitou o entendimento dos conceitos de equação, incógnita e do princípio de equivalência algébrica.

Palavras chave: sequência didática, conceitos algébricos, objetos de aprendizagem.

Introdução

A Álgebra é uma área do conhecimento matemático importante, pois permite a resolução de problemas além do conhecimento aritmético, tais como o estudo de relação entre variáveis, a representação de situações através de funções e equações. Além disso, a Álgebra não é um campo isolado do saber matemático, ao contrário, relaciona-se com áreas como Aritmética e

Geometria.

Apesar de sua importância, os alunos ainda apresentam dificuldades na compreensão de muitos dos conceitos da Álgebra. Estas dificuldades são em parte devido à forma como a álgebra é ensinada na escola, através da mera manipulação de símbolos sem a devida preocupação se os alunos compreenderam ou não os conceitos envolvidos nesta atividade. “Nos exercícios, a ênfase é dada apenas ao raciocínio algorítmico sem nenhuma preocupação contextual. A escola tradicional acredita que ao introduzir os símbolos e as regras, está se ensinando o próprio conceito matemático” (Barreto & Castro-Filho, 2008, p. 2).

Estudos em Psicologia da Educação Matemática (Carraher, Carraher & Schliemann, 1995; Da Rocha Falcão *et al.*, 2000; Schliemann, Carraher & Brizuela, 2007; Usiskin, 2004) indicam as principais dificuldades apresentados pelos estudantes na aprendizagem de conceitos algébricos, tais como: não compreensão do sinal de igual (=) como uma relação e sim como um resultado; não compreensão dos conceitos de equação, incógnita e princípio de equivalência algébrica. Neste estudo tais dificuldades foram incorporadas a uma seqüência didática com objetos de aprendizagem que visava desenvolver a compreensão destes conceitos algébricos.

Nos últimos anos vários estudos empíricos foram realizados sobre as dificuldades encontradas pelos alunos na passagem da aritmética à álgebra (Da Rocha Falcão, 1993; Brito Lima, 1996; Lins Lessa, 1996; Lins & Gimenez, 1997; Freire, Castro-Filho & Fernandes, 2008). Estes estudos mostram que é possível superar esses obstáculos didáticos, através do uso de diferentes situações tais como: uso de seqüências didáticas, balança de dois pratos e ambientes computacionais.

No entanto, constatou-se a carências de estudos empíricos que demonstrem a contribuição de recursos digitais para o desenvolvimento de conceitos algébricos. Por este motivo, esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de investigar os efeitos de uma intervenção específica com o objeto digital de aprendizagem Balança Interativa no desenvolvimento de conceitos algébricos.

Dessa forma, foram elaboradas diferentes atividades, propostas numa seqüência didática, que tinha como recurso multimídia o Balança Interativa¹. Cada atividade realizada contemplava aspectos dos invariantes algébricos e tinham o propósito de levar o aluno a superar o pensamento aritmético e utilizar o pensamento algébrico na resolução dos problemas e equações.

Referencial Teórico

A pesquisa teve como base a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990, 1988, 1986), uma teoria psicológica de construção de significados, que permite estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. A teoria de Vergnaud trata de desenvolvimento, que na perspectiva psicológica, concebe-se como uma estruturação complexa, dinâmica e situada de esquemas no âmbito do funcionamento cognitivo do indivíduo que aprende, resolve problemas e se desenvolve (Da Rocha Falcão, 2003).

Para Vergnaud, há duas direções complementares e imprescindíveis quando se analisa simultaneamente o desenvolvimento e o funcionamento cognitivo: (i) considera como ponto norteador do desenvolvimento o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio deste conhecimento e (ii) estuda o funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação,

¹ Disponível em http://www.vdl.ufc.br/ativa/balanca_interativa.htm

considerando que os processos cognitivos e as respostas dos indivíduos estão intrinsecamente imbricados nas situações com as quais eles são confrontados

Segundo Vergnaud (1986, p. 84), o campo conceitual “é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão”. Para este teórico o conhecimento é sempre conhecimento de algo que se encontra amalgamado a três aspectos que dão ao conceito o seu “estatuto de ferramenta psicológica”: as situações, os invariantes operatórios e o conjunto de significantes que permitem representá-los (Da Rocha Falcão, 2003)

Em relação à álgebra, Vergnaud (1988) considera que ela é uma etapa importante na aprendizagem da Matemática porque requer o uso do cálculo simbólico e envolve novos conceitos e teoremas. Conceitos como equação, fórmula, função, variável não são conceitos aritméticos, mas algébricos e o mesmo é verdade para os conceitos de uma classe de números, grupos ou vetores de espaço.

Desse modo, conduzir uma investigação para desenvolver conceitos algébricos exige o uso de diferentes situações, invariantes e representações de um conceito. Elaborou-se, então, diferentes atividades que levassem o aluno a desenvolver o pensamento algébrico no momento em que realizava as tarefas da sequência didática.

Objetos de Aprendizagem

O primeiro pesquisador a popularizar o termo objetos de aprendizagem foi David Wiley, que conceituou OA como “qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino” (Wiley, 2000, p.3). Esta definição necessita de uma análise mais aprofundada, uma vez que, dessa forma, uma simples foto, numa apresentação Power Point, pode ser considerada um objeto de aprendizagem. Entende-se que um objeto de aprendizagem possui outras características mais importantes que apenas ser “um recurso digital” (Castro-Filho, 2007). Bettio & Martins (2005), consideram os OA como entidades digitais utilizadas para divulgar informação através da internet. Numa perspectiva mais ampla que a anterior, Sá-Filho & Machado (2005), denominam objeto de aprendizagem como recursos digitais, que podem ser usados, reutilizados e combinados com outros objetos para formar um ambiente de aprendizado rico e flexível.

Existem na internet vários objetos digitais que podem ser utilizados para aplicação na área educacional. Dentre estes, destacam-se os objetos de aprendizagem. Entende-se por objetos de aprendizagem os materiais digitais (jogos, simulações, vídeos, recursos multimídia etc.) que apóiam o processo de ensino e aprendizagem e têm um objetivo educacional bem definido (Nunes, 2005).

O objeto de aprendizagem difere de um software educativo por ser granular (pequeno), gratuito, não necessitar de instalação nem de conhecimento avançado para que possa ser manipulado. Verifica-se que há entre os pesquisadores um consenso quanto ao que um OA deve conter, a saber: (i) propósito educacional definido, (ii) um elemento que estimule a reflexão do estudante e que (iii) seja construído de forma que possa ser facilmente reutilizado em outros contextos de ensino-aprendizagem (Macedo, Lautert & Castro-Filho, 2009b).

Nos últimos anos, vários estudos foram realizados sobre o uso de objetos de aprendizagem na educação, tais como: Behar, P. A. (2009), Bettio & Martins (2005), Castro-Filho (2007); Nascimento & Prata, (2007); Nunes (2005); Sá-Filho & Machado (2005); Sales *et al.*, (2007),

Tarouco, Fabre & Tamusiunas (2003).

Pesquisas indicam que o uso de objetos de aprendizagem pode potencializar a aprendizagem de vários conceitos matemáticos, tais como: o conceito de incógnita, equação, princípio de equivalência algébrica, grandezas inversamente proporcionais e funções (Barreto & Castro-Filho, 2008; Freire, 2007; Macedo, 2009a).

Nesta pesquisa, o Objeto de Aprendizagem (OA)² utilizado chama-se Balança Interativa (Figura 1). Este OA possui dez níveis. Os níveis 1 a 5 apresentam o conteúdo algébrico de forma icônica, ou seja, utiliza a metáfora da balança de dois pratos e uso de pesos (representação icônica) que devem ser manipulados na balança até que seus valores sejam descobertos. No primeiro nível, o aluno depara-se com pesos desconhecidos (letras que vão de A ao I) cujos valores variam de 1 a 10. Nesse primeiro nível o aluno tenta descobrir os valores numéricos dessas letras, cada uma, representada por algarismos diferentes. Estabelecendo combinações de igualdade e desigualdade por meio da "balança de dois pratos" o aluno pode chegar ao resultado procurado. Por exemplo, se ele ao escolher o peso A e depois de alguns movimentos souber que $A > 5$, $A > 6$ e $A < 8$ concluirá, que o único valor a ser atribuído ao peso A é 7.

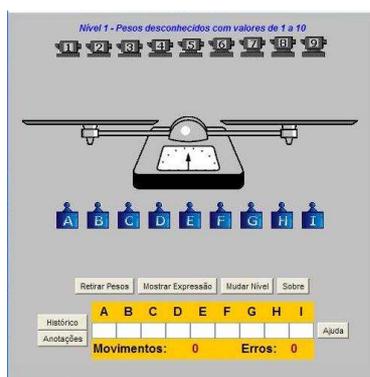


Figura 1 – Representação Icônica (Fonte: Proativa, 2001)

Enquanto é manipulado, o Balança Interativa vai registrando o número de erros e de movimentos dados pelo aluno no uso da balança. O objetivo desse recurso é disponibilizar para o aluno, bem como, para o professor, um *feedback* de suas ações. Ele permite que o próprio usuário avalie se está tendo uma boa performance durante a utilização do OA. Neste contexto virtual não há punição ao aluno, em caso de erro, nem o uso de reforço quando o usuário acerta a resposta.

A partir do nível 6 até o nível 10, o objeto não apresenta mais a figura da balança. Desse nível em diante, a representação icônica é substituída pela representação simbólica. Este recurso é utilizado com o objetivo de levar o usuário a ir se familiarizando com a linguagem matemática utilizada nas equações algébricas (Figura 2).

² Em inglês *Learning Object (LO)*

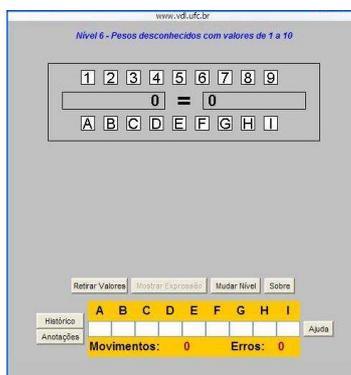


Figura 2 – Representação Simbólica (Fonte: Proativa, 2001)

O Balança Interativa foi utilizado pelos alunos em duas sessões individuais. Na primeira sessão, o aluno descobria incógnitas no OA nos níveis 1 a 5 (nível icônico). Na sessão seguinte, o aluno descobria incógnitas nos níveis 6 a 10 (nível simbólico). Descreve-se, a seguir, a metodologia utilizada neste estudo.

Metodologia

Nesta pesquisa foi realizada uma intervenção de natureza tutorada que caracteriza-se por uma intervenção explícita de algo, em que o professor tem um papel importante no processo, com vistas a fornecer *feedback* e explicações sobre a resposta do aprendiz, explicitar regras, enfatizar aspectos relevantes da situação que se deseja ensinar, corrigir hipóteses inadequadas e propor modelos mais eficientes de resolução, sem que isto restrinja as ações dos participantes. As ações do professor visam compreender os teoremas-em-ação acionados pelos estudantes, auxiliando-os a transformar o conhecimento implícito em conhecimento explícito. (Spinillo & Lautert, 2008).

Participantes

Quarenta estudantes, de ambos os sexos, alunos do 7º ano de duas escolas públicas da cidade de Fortaleza, com a média de idade de 12 anos e 7 meses. A escolha dessa série deve-se ao desejo de investigar estudantes que estavam iniciando o ensino formal da álgebra, a fim de auxiliá-los a superar possíveis dificuldades que surgem durante a passagem do pensamento aritmético para o pensamento algébrico. As escolas participantes estão localizadas na periferia de Fortaleza e dispõem de laboratório de informática e sala de apoio para atendimento de alunos com dificuldades de aprendizagem.

Procedimentos

Os participantes foram alocados em dois grupos: Grupo Experimental (GE) e Grupo Controle (GC). Os critérios adotados para alocar os participantes nos grupos foram: desempenho no pré-teste e as respostas fornecidas a um questionário sobre a familiaridade dos estudantes com o uso do computador e de software educacional. Caso o aluno já tivesse tido algum contato anterior com o OA Balança Interativa, ele não poderia participar da pesquisa.

O presente estudo foi composto por três fases: pré-teste, intervenção e pós-teste. O pré e o pós-testes foram aplicados a todos os participantes individualmente, enquanto, que a intervenção foi

proporcionada apenas aos participantes do grupo experimental.

O pré e o pós-teste eram compostos por seis situações-problema e seis equações construídas com base no estudo realizado por Lins Lessa (1996). Tanto as situações-problema quanto as equações eram compostas por diferentes estruturas algébricas (Quadro 1).

Quadro 1- Estruturas algébricas utilizadas nas questões do pré-teste e pós-teste.

Tipo	Estrutura Algébrica	Exemplo	Questões
1	$ax + b = c$	$2x + 100 = 250$	1 e 7
2	$ax + bx = c$	$2x + 3x = 500$	2 e 8
3	$x + a = bx$	$3x + 81 = 6x$	3 e 9
4	$ax + b = cx + d$	$2x + 400 = 4x + 300$	4 e 10
5	$ax + b = ax + cy + d$	$1x + 600 = 1x + 4y + 100$	5 e 11
6	$ax + by + c = dx + by + e$	$2x + 2y + 50 = 4x + 2y + 10$	6 e 12

Depois de realizar o pré-teste, os estudantes do grupo experimental participaram individualmente de um programa de intervenção sobre a aprendizagem de conceitos algébricos, além das atividades escolares, durante o horário de aula. Esta intervenção foi realizada por um único examinador, em duas sessões, com duração média de 45 minutos cada, com um intervalo de dois a três dias entre as sessões. A sequência didática construída para esta investigação foi composta por seis atividades, conforme ilustrado na Figura 3. As sessões foram gravadas e transcritas em protocolos individuais para análise posterior

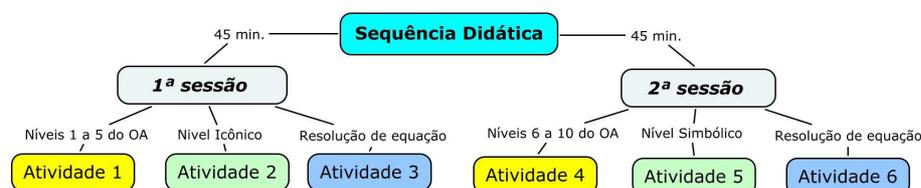


Figura 3 – Sequência Didática

Primeira Sessão

Atividade 1: Manipulação do objeto de aprendizagem Balança Interativa nos níveis 1 a 5.

Atividade 2: Resolução de duas equações no objeto de aprendizagem (representação icônica – Figura 1).

Atividade 3: Resolução de duas situações-problema com lápis e papel envolvendo as estruturas algébricas do tipo 5 e 6 (Quadro 1).

Segunda Sessão

Atividade 4: Manipulação do objeto de aprendizagem Balança Interativa nos níveis 6 a 10.

Atividade 5: Resolução de duas equações no objeto de aprendizagem (representação simbólica – Figura 2).

Atividade 6: Resolução de duas situações-problema com lápis e papel envolvendo as estruturas algébricas do tipo 5 e 6 (Quadro 1).

A intervenção proposta ao grupo experimental foi composta de duas sessões, a saber: 1ª Sessão - Descobrimo incógnitas no nível icônico e 2ª Sessão - Descobrimo incógnitas no nível simbólico. Em cada sessão, os estudantes realizaram três atividades diferentes: (i) Uso do objeto de aprendizagem Balança Interativa; (ii) Resolução de duas equações propostas no objeto de aprendizagem e (iii) resolução de duas situações-problema com lápis e papel. Após a intervenção, os alunos foram submetidos ao pós-teste.

O pós-teste foi aplicado individualmente, uma semana após o pré-teste, tendo por objetivo comparar o desempenho dos alunos dos dois grupos em relação ao pré-teste, quanto à compreensão dos conceitos algébricos. Em outras palavras, o pós-teste buscou avaliar se a sequência didática proposta foi eficaz para promover a aprendizagem de conceitos algébricos.

Resultados

Os resultados referentes ao desempenho geral dos participantes em todos os itens no pré e pós-testes em relação aos grupos (GC e GE) são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1

Frequência e percentual de desempenho geral.

Pontuação	Grupo Controle (<i>n</i> _{rp} = 240) ³		Grupo Experimental (<i>n</i> _{rp} = 240)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Zero	88 (36%)	98 (41%)	82 (34%)	0 (0%)
Um	45 (19%)	26 (11%)	63 (26%)	19 (8%)
Dois	107 (45%)	116 (48%)	95 (40%)	221 (92%)

Notas: zero (não fez); um (erro) e dois (acerto). Fonte: Macedo (2009a)

Os dados da Tabela 1 indicam que os participantes apresentaram um desempenho semelhante no pré-teste. O teste U de Mann-Whitney confirma que no pré-teste, os dois grupos não diferem significativamente ($Z = -0.217$; $p = 0.414$). Já no pós-teste, observa-se que houve uma melhora no desempenho dos dois grupos. Tal fato, possivelmente, ocorreu porque o grupo controle estava iniciando o ensino formal de álgebra. Neste caso, as aulas sobre conceitos algébricos, ministradas pela professora, podem influenciar na melhoria de desempenho do grupo controle. Entretanto, os participantes submetidos à intervenção, grupo experimental, apresentaram um desempenho superior quando comparado aos participantes do grupo controle (GC: 48% e GE: 92%). Os resultados obtidos através do teste U de Mann-Whitney confirmam que os grupos diferem, significativamente, na ocasião do pós-teste ($Z = -5.057$; $p = 0.000$).

Comparações entre o pré-teste e pós-teste, em cada grupo confirmam que os participantes do grupo experimental apresentam um desempenho superior na ocasião do pós-teste (92%) quando comparado ao pré-teste (40%), sendo essa diferença detectada pelo teste Wilcoxon ($Z = -3.923$; $p = 0.000$). Observa-se, ainda, que os participantes do grupo experimental tentam resolver todos os itens na ocasião do pós-teste, mesmo que seja de forma inadequada; o que não ocorria, anteriormente, na ocasião do pré-teste.

O desempenho nos problemas algébricos no pré-teste e pós-teste em relação aos dois grupos é

³ *n*_{rp} = número de respostas possíveis.

apresentado na Tabela 2.

Tabela 2

Frequência e percentual de desempenho nos problemas algébricos.

Pontuação	Grupo Controle (<i>n_{rp}</i> = 120)		Grupo Experimental (<i>n_{rp}</i> = 120)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Zero	35 (29%)	34 (28%)	29 (24%)	0 (0%)
Um	20 (17%)	14 (12%)	32 (27%)	11 (9%)
Dois	65 (54%)	72 (60%)	59 (49%)	109 (91%)

Notas: zero (não fez); um (erro) e dois (acerto). Fonte: Macedo (2009a)

Observa-se, na Tabela 2, que os dois grupos apresentam desempenho semelhante no pré-teste quando resolvem problemas algébricos. Percebe-se que, embora o grupo controle apresente um percentual menor de questões que receberam pontuação um quando comparado ao grupo experimental (GC: 17% e GE: 27%); em contrapartida, o grupo experimental apresenta um percentual menor de questões com pontuação zero (GC: 29% e GE: 24%). Isto parece indicar que o grupo experimental tentou responder mais questões e por isso errou mais. Já o grupo controle arriscou menos e por isso deixou mais questões em branco. Apesar disso, constata-se que ambos os grupos (GC e GE) apresentaram desempenhos semelhantes na pontuação dois, que significa acerto (GC: 54% e GE: 49%). O teste U de Mann-Whitney confirma que os grupos não diferem, significativamente, no pré-teste ($Z = -0.178$; $p = 0.429$).

Constata-se no pós-teste, uma melhora no desempenho em ambos os grupos. Entretanto, observa-se que os estudantes que foram submetidas à intervenção (grupo experimental) apresentam um percentual maior de respostas corretas quando comparadas ao grupo controle (GC: 60% e GE: 91%). Verifica-se, ainda, que os estudantes submetidos à intervenção não apresentam respostas em branco (GE: 0% e GC: 28%) e diminuem o percentual de respostas incorretas – pontuação um – quando comparado ao grupo controle (GE: 9% e GC: 12%). O teste U de Mann-Whitney confirma que os grupos diferem significativamente no pós-teste, observando-se um desempenho superior das crianças do grupo experimental em relação às crianças do grupo controle ($Z = -4.949$; $p = 0.000$).

Comparações entre o pré-teste e pós-teste em cada grupo foram feitas através do teste Wilcoxon. Como mostra a Tabela 2, os participantes do grupo controle melhoraram o desempenho na resolução de problemas algébricos, porém esta diferença não foi significativa ($Z = -0.781$; $p = 0.217$). Por outro lado, esse mesmo teste aplicado aos participantes do grupo experimental revelou existir diferenças significativas entre o pré-teste e o pós-teste ($Z = -3.939$; $p = 0.000$). Observando-se a Tabela 2, constata-se que o grupo experimental, além de não deixar nenhuma das questões sem resposta, amplia o número de respostas corretas quando comparado nas duas ocasiões de testagem (Pré: 49%, Pós: 91%).

O desempenho nas equações algébricas no pré-teste e pós-teste em relação aos grupos é apresentado na Tabela 3.

Tabela 3

Frequência e percentual (entre parênteses) de desempenho nas equações algébricas.

Pontuação	Grupo Controle (<i>n_{rp}</i> = 120)		Grupo Experimental (<i>n_{rp}</i> = 120)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Zero	53 (44%)	64 (53%)	53 (44%)	0 (0%)
Um	25 (21%)	12 (10%)	31 (26%)	8 (7%)
Dois	42 (35%)	44 (37%)	36 (30%)	112 (93%)

Notas: zero (não fez); um (erro) e dois (acerto). Fonte: Macedo (2009a)

Como pode ser observado na Tabela 3, no pré-teste, há uma proximidade entre os resultados apresentados pelos dois grupos. O percentual de acertos na resolução de equações algébricas foi de 35% para o grupo controle e 30% para o grupo experimental; semelhantemente, em relação às respostas com pontuação zero (GC: 44% e GE: 44%) e pontuação um (GC: 21% e GE: 26%), o teste U de Mann-Whitney confirma que os grupos não diferem, significativamente, no pré-teste ($Z = -0.178$; $p = 0.429$).

No pós-teste, verifica-se na Tabela 3 que os alunos do grupo controle aumentaram o número de respostas corretas de 35% para 37% e diminuíram o número de respostas com pontuação um de 21% para 10% e aumentaram o número de respostas que receberam pontuação zero (Pré: 44% e Pós: 53%). Por outro lado, no grupo experimental, nenhuma questão ficou sem resposta, houve redução de 44% no pré-teste para 0% no pós-teste. Além disso, aumentaram o número de respostas corretas (Pré: 30% e Pós: 93%) e diminuíram o número de respostas que receberam pontuação um de 26%, no pré, para apenas 7%, no pós-teste. O teste U de Mann-Whitney confirma que os grupos diferem, significativamente, no pós-teste ($Z = -4.949$; $p = 0.000$) com vantagem a favor do grupo experimental.

Comparações entre o pré-teste e pós-teste em cada grupo foram feitas através do teste Wilcoxon. Como mostra a Tabela 3, não foram detectadas diferenças, significativas, entre o pré-teste e o pós-teste dos participantes do grupo controle ($Z = -0.781$; $p = 0.217$). Entretanto, no grupo experimental, foram detectadas diferenças, significativas, entre o pré-teste e o pós-teste ($Z = -3.939$; $p = 0.000$). Isso ocorreu porque no pré-teste havia um percentual elevado de questões em branco, que receberam pontuação zero (44%), e de respostas erradas, que a pontuação um (26%). Porém, após a intervenção, os estudantes do grupo experimental ampliaram o percentual de respostas corretas (30% para 93%), diminuíram o número de respostas que receberam pontuação um (26% para 7%) e não deixaram questões em branco, demonstrando ter adquirido uma maior compreensão acerca das expressões algébricas, indicando um efeito positivo da intervenção realizada.

Destaca-se ainda que o desempenho dos participantes deste estudo foi analisado, por dois juízes independentes e treinados, obtendo um índice de concordância de 96,88%. Os casos discordantes foram analisados por um terceiro juiz, também independente, sendo o seu julgamento considerado final.

Conclusões

Os participantes submetidos à intervenção apresentaram mudanças quantitativas e qualitativas no pós-teste. Em outras palavras, houve melhora no número de questões resolvidas corretamente e progresso nos procedimentos adotados tanto na resolução de problemas e equações. No pré-teste, quando tentavam resolver as questões propostas adotavam o procedimento aritmético e o cálculo mental. Após as sessões de intervenção, no pós-teste, os estudantes passam adotar o

procedimento algébrico. O uso do procedimento algébrico de resolução e o aumento do número de acerto nas questões do pós-teste no grupo experimental apontam para um efeito positivo da intervenção realizada que propiciou mudanças do ponto de vista psicológico na forma como os estudantes abordam os problemas e as equações algébricas apresentadas.

O uso de situações-problema, durante as sessões de intervenção, oportunizou a representação simbólica, passo inicial para o procedimento algébrico durante a resolução de problemas. Esta situação permitiu aos participantes do grupo experimental descobrir como representar, simbolicamente, uma equação com duas incógnitas (x e y) e realizar a redução desta equação – através do princípio de equivalência algébrica – até encontrar a equação reduzida do tipo $ax = b$. A compreensão desse processo permite a resolução diferentes tipos de problemas envolvendo equações do 1º grau.

Verificou-se que foi possível levar os alunos do grupo experimental a transpor uma situação virtual – descobrir incógnitas no OA Balança Interativa – para uma situação simbólica – resolver equações com lápis e papel. Isto aconteceu, principalmente, devido algumas das propostas na sequência didática cujo foco estava no processo de transposição de uma situação no mundo virtual para uma situação real. Os bons resultados, no pós-teste, indicam que o grupo experimental conseguiu fazer essa transposição.

Para finalizar, destaca-se o viés da teoria de Vergnaud neste estudo na medida em que leva em consideração o campo conceitual envolvido na construção do conhecimento. Ao longo das atividades desenvolvidas buscou-se levar o aluno à compreensão dos diferentes invariantes algébricos. O uso de diferentes estruturas algébricas (Quadro 1) mostra essa preocupação em deixar que o aluno tenha a oportunidade de experimentar todas as situações e os invariantes possíveis de serem encontrados durante o estudo de equações do 1º grau. Além disso, neste estudo, utilizam-se diferentes formas de representação como a icônica (Figura 1) e a simbólica (Figura 2) com a intenção de desenvolver a compreensão dos conceitos de equação, incógnita e princípio de equivalência algébrica.

Este estudo tem possíveis implicações na área educacional. Uma delas seria a necessidade de uma mudança na forma como a álgebra é apresentada aos alunos. Via de regra, há uma ênfase sobre o algoritmo de resolução da equação e não sobre os invariantes algébricos envolvidos. A instrução acerca dos invariantes operatórios da álgebra deveria preceder ao ensino do algoritmo utilizado para resolução da equação.

Outra implicação seria em relação às situações em que um novo conceito é apresentado. Situações de ensino devem colocar em evidência tanto as formas de pensar dos alunos como os diferentes invariantes do conceito que se deseja ensinar. Dessa forma, seria interessante a criação de situações diversificadas que possam contemplar várias facetas de um conceito como as que foram apresentadas nessa investigação.

Normalmente, após a apresentação de um novo conceito matemático, o aluno é convidado a responder uma sequência de exercícios, que geralmente, são questões modelizadas pela mesma estrutura algébrica. É importante, que sejam apresentadas aos alunos situações-problema que envolvam diferentes estruturas, simultaneamente. Desse modo, seria possível explorar diferentes invariantes do campo conceitual algébrico numa mesma atividade como propõe a teoria dos campos conceituais defendida por Gérard Vergnaud (1990).

O presente estudo mostrou que o acompanhamento individualizado, quando bem realizado, pode trazer excelentes resultados. Numa sala de aula, normalmente, com 30 alunos, uma parte significativa dos alunos que necessitam de acompanhamento personalizado nem sempre conseguem ter. As escolas deveriam propiciar um meio de atender, em horário especial, aqueles alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem. Afinal, criar situações de aprendizagem e prover meios de recuperar os alunos nesta situação é uma das funções da escola.

Finalmente, vale destacar que os erros e as dificuldades apresentadas pelos alunos podem ser tomadas como pontos de partida para desenvolver formas de raciocínio mais apropriadas. Conhecer erros e dificuldades mais frequentes dos alunos permite ao professor a adoção de medidas preventivas para melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Uma dessas medidas seria a criação de sequências didáticas semelhantes a que foi apresentada nesta pesquisa.

Referências

- Barreto, A. L. O. & Castro-Filho, J.A. O estudo de funções mediado por um objeto de aprendizagem. In: *II Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT*. Recife: UFRPE, 2008.
- Behar, P. A. (2009). *Modelos Pedagógicos em Educação a Distância*. Porto Alegre: Editora Artmed.
- Bettio, R. W. & Martins, A. *Objetos de Aprendizagem – Um novo modelo direcionado ao Ensino a Distância*. Disponível em: <<http://www.universia.com.br/materia/materia.jsp?id=5938>>. Acesso em: 14 out. 2005.
- Brito Lima, A. P. (1996). *O desenvolvimento da representação de igualdade*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco. Recife – Pernambuco.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A. D. (1995). 1995. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez.
- Castro-Filho; J. A., Leite, M. A.; Freire, R. S. & Paschoal, I.V.A. (2003). Balança Interativa: um software para o ensino da Álgebra. In: *XVI Encontro de Pesquisa Educacional das Regiões Norte e Nordeste (EPENN)*, Aracaju, Sergipe.
- Da Rocha Falcão, J. T. (1993). A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. In: A. Schliemann, D. Carraher, A. G. Spinillo, L. Meira & J. T. da Rocha Falcão (Orgs.), *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: Ed. Universitária da UFPE, p. 85-107.
- Da Rocha Falcão, J. T. (2003). *Psicologia da Educação Matemática - Uma introdução*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Da Rocha Falcão, J. T., Lima, A. P. B., Araújo, C. R.; Lins Lessa, M. M. & Osório, M. (2000). A didactic sequence for the introduction of algebraic activity in early elementary school. In: *Proceedings of the 24th International Meeting of Psychology of Mathematics Education (PME)*, Hiroshima-Japão, vol. 2, p. 209-216.
- Freire, R. S. *Objetos de aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2007.
- Lins Lessa, M. M. (1996). *Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à álgebra: um estudo comparativo*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, Pernambuco.

- Lins, R. C. & Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. São Paulo, Campinas: Papirus.
- Macedo, L. N. (2009a). *Análise do uso de uma sequência didática com objetos de aprendizagem digitais no desenvolvimento de conceitos algébricos*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, Pernambuco.
- Macedo, L. N., Lautert, S. L. & Castro-Filho, J. A. (2009b). Resolução de equações do 1º grau com a utilização de um objeto de aprendizagem. In: *10º Simposio de Educación Matemática*, Chivilcoy, Argentina.
- Nascimento, A. C. A. A. & Prata, C. L. (Orgs.). *Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico*. Brasília: MEC, SEED, 2007.
- Nunes, C. *Objetos de aprendizagem a serviço do professor*. Entrevista publicada no site da Microsoft®. Disponível em <http://www.microsoft.com/brasil/educacao/parceiro/objeto_texto.msp>. Acesso em: 30 nov. 2005.
- Proativa – Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (2001). *Balança Interativa*. Disponível em: <<http://www.proativa.vdl.ufc.br/>>. Acesso em: 07 jan. 2009.
- Sá-Filho, C. S. & Machado, E. C. *O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem*. Disponível em: <<http://www.universiabrasil.net/materia/materia.jsp?id=5939>>. Acesso em: 22 set. 2005.
- Schliemann, A. D., Carraher, D.W. & Brizuela, B. (2007). *Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice*. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series. New Jersey/USA: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.
- Usiskin, Z. (2004). *A significant amount of algebra*. Disponível em: <<http://www.math.leidenuniv.nl/~naw/serie5/deel05/jun2004/pdf/usiskin.pdf>>. Acesso em: 28 abr. 2010.
- Spinillo, A. G. & Lautert, S. L. (2008). Pesquisa de intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In: L. R. de Castro & V. L. Besset. (Org.). *Pesquisa-intervenção na infância e juventude*. Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, p. 294-321.
- Tarouco, L. M. R., Fabre, M. C. J. M., Tamusiunas, F. R. Reusabilidade de objetos educacionais. *RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação*. Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 1-11, fev. 2003.
- Vergnaud, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das Matemáticas um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, p. 75-90.
- Vergnaud, G. (1988). Theoretical frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education. *Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematics Education*, Budapest, p. 39-41.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 23, p. 133-169.
- Wiley, D. A. *Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor and a taxonomy*. 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/>. Acesso em: 28 abr. 2007.