XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado

MORAIS, Rosilda Santos
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)
Brasil
rosildamorais@yahoo.com.br
ONUCHIC, Lourdes de la Rosa
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)
Brasil
lonuchic@vivax.com.br

Resumo

O objetivo deste trabalho foi o de verificar como se deu a aprendizagem de Polinômios através da Resolução de Problemas por meio de um ensino contextualizado. Assim, na abordagem dos Polinômios, partindo da construção de caixas de papelão, desenvolvemos esta pesquisa, considerando as categorias de compreensão dos conceitos: Contextualização, Conhecimentos Prévios e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Esta pesquisa se constituiu numa pesquisa de intervenção de natureza qualitativa. Esse trabalho proporcionou aos alunos o "fazer matemática com as mãos", ou seja, desenvolver o conteúdo Polinômio de modo que os alunos pudessem: coletar, experimentar e analisar, em um contexto do mundo real, padrões matemáticos subjacentes. O trabalho foi desenvolvido em dois Projetos: 1) Polinômios e as operações definidas sobre eles; 2) Exploração do conceito de Função. Analisando os resultados, constatou-se que, partindo de uma situação concreta, seguida de generalização e de abstração, num estágio mais elevado da aprendizagem, os alunos, puderam estabelecer relações entre os temas abordados, em um sistema mais amplo, onde significados e convenções foram sendo verificados.

Palavras-chave: Educação Matemática, Contextualização, Resolução de Problemas.

Introdução

Nosso interesse por esta pesquisa surgiu em um trabalho com alunos dos 6º e 7º anos, do Ensino Fundamental II, quando nos deparamos com as dificuldades apresentadas por eles, no que se refere à interpretação das palavras envolvidas nos conteúdos matemáticos trabalhados. Percebemos, na ocasião, que o não entendimento de alguns vocábulos matemáticos não se configurava devido ao distanciamento existente entre as palavras envolvidas, na situação-problema, que não estavam diretamente ligadas à Matemática e às relações entre essas palavras e os conceitos matemáticos. As informações apresentadas em uma situação-problema rotineira pareciam, aos alunos, não atribuir qualquer significado na busca da resposta encontrada. Palavras como maior que, menor que, comum, etc., que normalmente são usadas para comparar situações, pareciam assumir um novo significado (ou nenhum) quando se referiam à Matemática. Inicialmente, estávamos voltados a verificar se a aprendizagem de Matemática seria mais significativa, quando desenvolvida a partir de dois princípios estabelecidos por nós durante o trabalho: em ambiente contextualizado, partindo dos conhecimentos prévios de que os alunos dispunham; e o desenvolvimento de conceitos matemáticos a partir de palavras ou expressões que fazem parte do mundo real dos alunos e que pudessem se relacionar com o conteúdo em estudo. Consideramos as concepções de três autores sobre contexto e contextualização: Stephen Ceci; Lúcia Moysés e John Davis.

Ceci & Roazzi (1994), Ceci (1990), e Ceci, Ramey & Ramey (1990) enfatizam que a palavra contexto é muito abrangente: “o contexto inclui domínios de conhecimento, assim como materiais de trabalho, motivação, personalidade, escolarização e até a época histórica em que a pessoa vive [...] dado um contexto mais interessante e motivador, o mesmo indivíduo ou a mesma população pode apresentar um desempenho de alto nível” (citados por GARDNER, 2003, p. 248-250).

Moysés (1997) cita as pesquisas de Terezinha Nunes, Analúcia Schliemann e David Carraher, para apresentar o papel da contextualização no tipo de operação mental utilizado pelo indivíduo na realização de cálculos matemáticos e conclui afirmando que: “ao estabelecer uma relação entre uma dada situação envolvendo cálculo e uma representação [...] o raciocínio contextualizado favorece a articulação das variáveis em jogo e contribui para o sucesso do processo de resolução do problema matemático envolvido” (p.76).

Para John Davis (2007), citando Hiebert et al (1996), “a pesquisa sugere que resolver problemas postos em contexto pode promover conexões entre o mundo real e a Matemática e ajuda os estudantes a desenvolver sua compreensão” (p. 141, tradução nossa).

Nesse sentido, partimos da premissa de que quanto mais relações os alunos conseguirem estabelecer entre os conteúdos estudados, melhor será sua aprendizagem. Essa relação entre os conteúdos já aprendidos e os novos conteúdos poderia se caracterizar, de acordo com nossa concepção, como contextualização. Essas relações podem ser mais representativas de acordo com o contexto em que as atividades se desenvolvem, podendo ocorrer também dentro da própria Matemática.

Esta pesquisa se desenvolveu no contexto dos Polinômios, partindo da construção de caixas de papelão e usando os conhecimentos prévios de que os alunos já dispunham, provenientes das aulas de Desenho Geométrico, da Álgebra (incluindo números e operações), de Matemática de modo geral e das experiências vividas que não estivessem diretamente relacionadas à Matemática escolar. A Matemática é uma ciência de padrões. Então, compreender padrões matemáticos, através da construção das caixas, permitiu aos alunos coletar, experimentar e analisar, em um contexto do mundo real, padrões matemáticos subjacentes.

Quando nos referimos a problemas em contexto, estamos especificamente falando sobre as estratégias adotadas previamente pelo professor, para o ensino de um novo conteúdo, sejam elas: questionamentos, supervisão, materiais de apoio, interação com demais colegas, o inesperado, problemas secundários, etc., permitindo um maior grau de familiarização[1] entre o novo conteúdo e os conhecimentos prévios dos alunos. É assim que aos problemas em contexto nos referimos.

Nossa análise centrou-se em dois aspectos: observar o processo de construção do conhecimento de equações polinomiais, através de problemas contextualizados, e verificar como se deu a aprendizagem, mostrando as representações desse conteúdo a partir da contextualização, considerando a seguinte questão de pesquisa: *Como se dará a aprendizagem dos alunos, num processo de ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas, sobre o tópico Polinômios, numa abordagem de ensino contextualizado e de interação-social?*

Os problemas foram trabalhados com os alunos postos em grupos de três, sendo quatro grupos, numa situação de interação social. A professora-pesquisadora[2], para desenvolver esse trabalho, considerou três etapas: Antes, Durante e Depois. Cada uma dessas etapas foi subdividida em etapas menores com responsabilidades da professora-pesquisadora e dos alunos.

[1] Familiarização – de familiar: “não significa necessariamente vida real” (BARNETT et all. In: KRULIK E REYS, 1997, p.133).

[2] Professora-pesquisadora: a pesquisadora era a professora da sala.

Todo trabalho teve como "pano de fundo" alguns aspectos da Teoria de Vygotsky (1979, 1978, 1988), especificamente em relação à interação social, zona de desenvolvimento proximal, intermediação docente e formação de conceitos.

Foi criado um projeto para ser trabalhado em sala de aula, chamado Projeto I, onde foi adotada, para o trabalho de sala de aula, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, no contexto da construção de caixas de papelão, visando à construção de conceitos relativos ao tópico Polinômios e suas operações. Após o término do estudo de Polinômios e suas operações, foi aplicada uma atividade individual, objetivando verificar se os conceitos aprendidos no contexto da construção das caixas, em situação de interação, haviam sido transferidos para novas situações de aprendizagem. Um novo projeto, o Projeto II, foi concebido com o objetivo de ser aplicado, com os mesmos alunos, agora concluindo o 9º ano, visando a verificar se aqueles conceitos construídos anteriormente haviam se fixado como conhecimento e, ainda, explorando os conceitos de Perímetro, Área e Volume, chegando ao importante conceito de Função.

A metodologia da pesquisa

A *investigação qualitativa*[3] em educação foi o eixo norteador desta pesquisa, determinada a partir do problema que nos predispusemos a enfrentar: tanto os fenômenos educacionais quanto a dinâmica do seu desenvolvimento nos processos pedagógicos. Dentre o conjunto de estratégias, que podem definir uma pesquisa qualitativa, assumimos, em nosso trabalho, o Estudo de Caso (de longa duração), por se tratar de uma estratégia com ênfase voltada às questões relacionadas à escola. Para tanto, tomamos como referência as orientações de Lüdke (1986): "[...] o estudo de caso "qualitativo" ou "naturalístico" encerra um grande potencial para conhecer e compreender melhor os problemas da escola. Ao retratar o cotidiano escolar em toda sua riqueza, esse tipo de pesquisa oferece elementos preciosos para uma melhor compreensão do papel da escola e suas relações com outras instituições da sociedade" (p.23-24). "[...] O estudo de caso visa à descoberta, ao desvelar de um fenômeno em sua multiplicidade de dimensões, focalizando-se como um todo" (BARALDI, 1999, p.22). Sendo assim, nesta pesquisa, o "objeto" – fenômeno de interesse – constitui-se em identificar a forma de como pôde se dar a aprendizagem dos Polinômios através da Resolução de Problemas, por meio de uma estratégia de ensino contextualizado − **o quê** − desenvolvida a partir dos conhecimentos prévios de que os alunos dispunham, fossem eles desenvolvidos no contexto escolar ou não.

A partir da abordagem de ensino que desenvolvemos, queríamos verificar se a aprendizagem teria sido mais significativa, de forma que o aluno pudesse transferir os conceitos aprendidos naquela situação de ensino para outros contextos − **como** – e, ainda, estávamos atentos a novos elementos que poderiam emergir durante o estudo.

Fundamentação teórica

Contextualização e conhecimentos prévios

Definir contextualização foi uma tarefa difícil para nós. Sabíamos o que era contextualizar, mas apresentar essa expressão numa redação compreensível gerou certa transformação de nosso pensamento/entendimento em palavras neste texto. Para tanto, optamos pelo caminho inverso, fizemos muitas leituras sobre o assunto e buscamos selecionar os equívocos gerados em torno do mesmo para irmos formando um texto. Um exemplo frequente, que leva a equívocos, são as interpretações que relacionam o ato de contextualizar ao desenvolvimento de atividades relacionadas ao cotidiano dos alunos.

Os PCN (1998), por exemplo, citam que há uma distorção em relação à interpretação dada à palavra contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe ser parte do dia a dia do aluno e

[3] Pautados na referência de Biklen (1982, p.17-18), a expressão "*investigação qualitativa*" engloba todo o conjunto de estratégias designadas por "*qualitativas*" (etnográfica, investigação de campo, estudo de caso, escola de Chicago, etc.).

complementam dizendo que “embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados” (p.23), não podemos nos esquecer de que esses significados podem ser explorados em outros contextos, como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos.

Walkerdine (1988), citada por Baldino (1996), pede cuidado para a redução que se opera, quando certos termos são trabalhados na prática discursiva do ensino de Matemática, especificamente quando são oferecidas aos alunos atividades extra-escolares, acreditando que essas possam gerar-lhes alguma representação. Em contrapartida, a contextualização pode ser entendida como as relações que podem ser estabelecidas quando um conceito é abordado em Matemática. Novos significados não podem se impor “contra significados anteriores, vigentes nas práticas discursivas familiares” (mesmo autor, mesma obra, p.5).

A partir das leituras sobre contextualização apresentamos, em nossa dissertação, o posicionamento de muitos autores sobre sua importância no ensino e, ainda, descrevemos um conjunto de aspectos[4] que devem ser considerados numa dada situação. Não é objetivo deste texto descrevê-las. O que faremos é apresentar nossa interpretação a partir do estudo que fizemos acerca do tema Contextualizar/Contextualização que, em resumo, refere-se ao maior número de relações e conexões que se pode fazer ao ensinar um novo conteúdo. Quanto maiores forem essas relações e mais fortes as conexões, sejam elas de dentro da Matemática ou de fora dela, mais significativa será a aprendizagem. É esperado que os alunos produzam significados matemáticos, tomando por base termos congruentes àqueles vividos nas atividades “extra-escolares” (BALDINO, 1996). Já ressaltamos anteriormente, mas é conveniente relembrar, que contextualizar não implica apenas em trazer para a sala de aula atividades do mundo real, nem tampouco pouco levar as crianças a fazer compras ou experimentar situações externas ao ambiente escolar. É preciso cuidado, quando fazemos referência a atividades contextualizadas, pois as mesmas não se restringem às meras aplicações do conhecimento escolar em situações cotidianas.

É interessante apontar o papel do professor. Não é tarefa fácil entender a contextualização e aplicá-la no contexto da sala de aula. É importante salientar que atividades de ensino contextualizadas devem envolver desde o preparo das aulas pelo professor, sua formação, suas crenças e a autoconfiança desenvolvida gradativamente, do professor para com o grupo, para que este último acredite no trabalho a ser feito, de modo a pôr fim num discurso simbólico, abstrato e incompreensível em que o saber matemático tem se perpetuado ao longo da história. Carraher et al (2001) afirmam que “a aprendizagem da Matemática na sala de aula é um momento de interação entre a Matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a Matemática formal e a Matemática como atividade humana [...], a matemática praticada na sala de aula é uma atividade humana porque o que interessa nessa situação é a aprendizagem do aluno” (CARRAHER et al., 2001, p.12). Dessa forma é no movimento, entre a Matemática organizada pela comunidade científica e a Matemática como atividade humana, que buscamos a compreensão do termo contextualização e sua importância no processo de aprendizagem.

Pouco ou nenhum valor terá uma contextualização se os alunos não conseguirem atribuir significado às tarefas. Para evitar essa possibilidade recorremos aos conhecimentos prévios conforme as diretrizes de Miras (2003). Esses conhecimentos foram considerados durante a contextualização, de tal modo que fossem relacionados direta ou indiretamente com o novo conteúdo, visando a propiciar que os alunos atribuíssem um primeiro significado ao conceito envolvido, dando início assim ao processo de aprendizagem.

Uma ênfase sobre a compreensão leva a uma das características primeiras da nova ciência da aprendizagem: seu foco sobre o processo de conhecer. As pessoas são vistas como agentes que, ativamente, buscam informação. Elas chegam à educação formal com uma gama de conhecimentos, habilidades, crenças e conceitos anteriores que, de um modo significativo, influenciam o que percebem sobre o ambiente e como o organizam e o interpretam

[4]Ver Morais (2008).

(BRANSFORD, 2000, tradução nossa[5]). Desconsiderar esse fato tem sido sem dúvida um grande problema na educação atual.

Embora necessária a existência de conhecimentos prévios, em qualquer situação de aprendizagem, ela não é condição suficiente para que os alunos venham a entender e a guardar novas informações. Para Miras (2003), "diante de um novo conteúdo de aprendizagem, os alunos podem apresentar conhecimentos prévios mais ou menos elaborados [...], mais ou menos adequados ou inadequados em relação a esse conteúdo" (p.62). Dessa forma, os conhecimentos prévios precisariam ser elaborados ativamente, atualizados, organizados e que estivessem disponíveis no momento adequado para se estabelecer relações com o novo conteúdo.

A metodologia de sala de aula

A metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas

Essa metodologia foi utilizada, nesta pesquisa, como metodologia de trabalho para a sala de aula, conforme orientações de Onuchic (1999, 2004), por se tratar de uma metodologia que tem o ensino e a aprendizagem desenvolvidas sempre a partir de um problema[6], tendo o professor como o responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador.

Em nossa pesquisa[7] fizemos um breve histórico sobre a trajetória da Resolução de Problemas no Brasil como uma disciplina e, posteriormente, como uma Metodologia de ensino.

A caracterização da Educação Matemática em termos de Resolução de Problemas, segundo Onuchic (1999), "reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental". (p.203). Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos no processo de ensino-aprendizagem, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade. É importante considerar que a abordagem de resolução de problemas, como uma metodologia de ensino, não parte do nada, não surge como algo novo, inusitado, e sim, ela aproveita tudo o que havia de bom nas reformas anteriores: "repetição, compreensão, o uso da linguagem matemática da Teoria dos Conjuntos, resolver problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional". (ONUCHIC, 1999, p.211).

A resolução de problemas, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para os terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, tem destaque na valorização dos seus processos e na socialização dos resultados (BRASIL, 1998).

Nesta pesquisa, dentro do que foi possível, seguimos a "proposta básica[8]" de Onuchic (1999) como roteiro de aula. Os grupos mantiveram-se os mesmos durante toda a realização das atividades. Posteriormente, ao elaborarmos o Projeto II, optamos por manter os mesmos grupos. No Projeto I, foram analisados dois aspectos: individual e em grupo. No Projeto II foi enfocado somente o trabalho em grupos.

A aplicação:

Foram trabalhados, no Projeto I, oito Problemas[9] e três Tarefas complementares. No Projeto II, foi realizada uma revisão dos conceitos trabalhados no Projeto I. Essa revisão se deu

---

[5]Bransford, J.; et al (Ed); Publicação da "National Academy of Sciences" – Academia Nacional de Ciências – EUA, pautados em Cobb, 1994; Piaget, 1952, 1973 a, b, 1977, 1978; Vygotsky, 1962, 1978.

[6]Problema, nessa pesquisa, segue a definição de (ONUCHIC E ALLEVATO, 2004) "é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer" (p.221).

[7] Texto completo em Morais (2008).

[8] Ver Onuchic (1999).

[9] Ver roteiro de Atividades em Morais (2008).

pela retomada dos Problemas do Projeto I e extensão dos mesmos ao conceito de Função. Aplicamos também uma lista de atividades complementares.

Trataremos neste texto apenas seis dos oito problemas trabalhados no Projeto I. Isso porque esses problemas foram os *geradores* do conceito de Polinômios. Esta escolha foi intencional uma vez que, para o objetivo deste texto, não seria possível nos estendermos.

Os problemas foram enunciados oralmente pela professora-pesquisadora e para cada problema os alunos dispunham do material necessário para a construção das caixas.

No primeiro deles os alunos deveriam construir aleatoriamente uma caixa. O objetivo desse problema era o de verificar se os alunos tinham ideia de como poderiam construir uma caixa, partindo de uma folha de papel dada, ao fazerem uso de compasso, régua, esquadro, etc.

No segundo problema os alunos deveriam desenhar um retângulo com dimensões: comprimento 1,6 dm e largura 1,0 dm. A partir desse retângulo deveriam construir uma caixa sem tampa, de altura 0,1dm, chamada "caixa teste". Após a resolução desse problema, a construção de uma outra caixa foi solicitada, a partir de um segundo retângulo desenhado, com medidas iguais às do primeiro, só que, dessa vez, com a altura que os alunos quisessem atribuir. Em seguida, um outro problema foi solicitado: o que pedia o cálculo da área do papel gasto na construção dessa caixa, cujo objetivo era o de retomar o conceito de área de uma região plana, já que esse conceito seria importante e útil para os problemas futuros.

Num problema seguinte, em vez de pedir-se a medida da área de papel gasto na construção das caixas, a professora pesquisadora apresentou o Quadro 1 onde estavam registradas as alturas das caixas e o pedido das respectivas áreas de suas bases, sempre a partir do retângulo original de dimensões 1,6dm por 1,0dm, pedindo a medida das áreas das bases dessas possíveis caixas. Pretendia-se que essas áreas fossem obtidas sem o uso de fórmulas, apenas manipulando a "caixa teste".

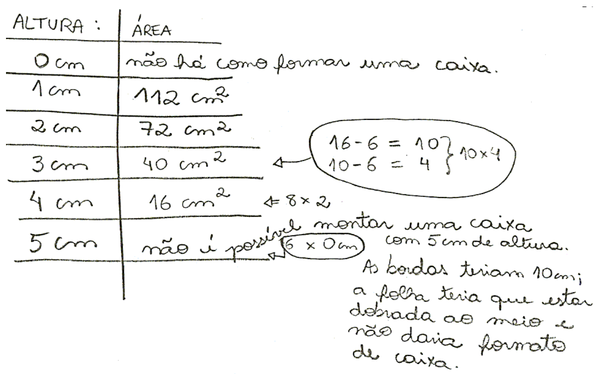
Quadro I
Alturas das caixas e as respectivas áreas de suas bases

altura (cm)[10]	área da base(cm^2)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

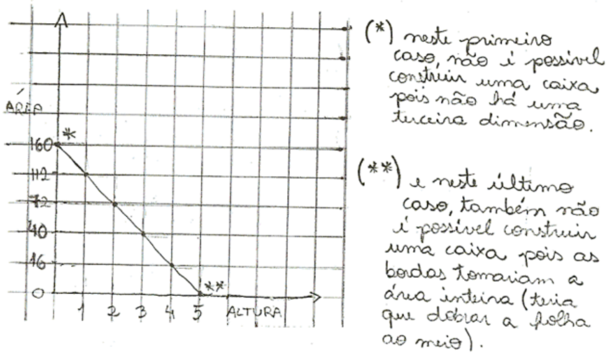
Sabendo, a pesquisadora, que as alturas das possíveis caixas construídas variavam entre 0cm e 5cm, pediu então, aos alunos, que atribuíssem três diferentes valores para essa altura, diferentes daqueles propostos no Quadro 1. Foram atribuídos valores como: 3,4; 2,6; 0,6;..., e isso significando que eles podiam ter à disposição uma infinidade de valores racionais.

Após o cálculo das áreas das bases dessas caixas, como pode ser verificado abaixo no trabalho de um aluno,

[10] Depois da apresentação das unidades em decímetro no primeiro retângulo, os alunos pediram que usássemos o centímetro (cm) como unidade de medida.



foi solicitada a construção de um gráfico de pontos que representasse essas áreas, relacionando-as com suas respectivas alturas.



Esse gráfico deveria apresentar todos os valores das áreas dessas bases em função da altura. A partir dele, os alunos fizeram uma análise da limitação da altura relativa a sua área. Nessa análise, eles apresentaram uma conclusão sobre os limites para a altura, ou seja, eles concluíram que a altura (h) estava no intervalo 0 cm < h < 5 cm, com $h \in \mathbb{Q}$.

O Quadro 1, propositadamente, apresentou apenas números inteiros positivos para a altura, mas pretendia-se intencionalmente verificar se os alunos chegariam a valores decimais para a mesma.

Considerando a mesma sistemática um outro problema foi enunciado oralmente, num diálogo professora-pesquisadora e alunos, visando à introdução do conceito de Polinômio. Pedia-se que desenhassem um retângulo de dimensões: comprimento: 1,6dm e largura: 1,0dm e fez-se a pergunta: Como, a partir desse desenho, podem-se representar as diferentes alturas das caixas trabalhadas no Quadro1?

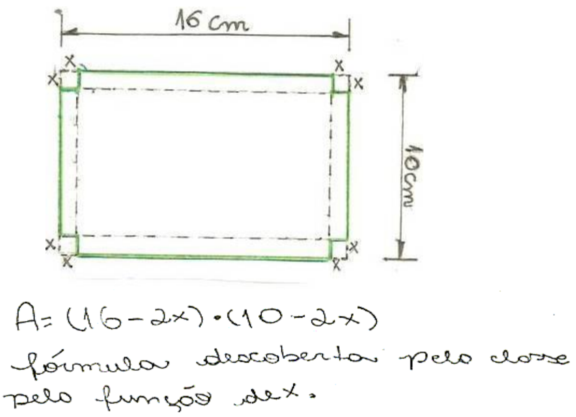
Na realidade, o que se pedia nesse problema era a figura de uma caixa planificada, a partir do retângulo desenhado. A altura dessa caixa seria aleatória, claro que obedecendo ao intervalo determinado para a altura. Nesta etapa do trabalho, estávamos interessados em verificar se os alunos, já tendo percebido a variação da altura, iriam recorrer ao conhecimento de que já dispunham na Álgebra, atribuindo à altura dessa caixa um valor qualquer para a variável naquele intervalo. Para conduzi-los ao nosso objetivo, inicialmente deixamos que buscassem estratégias de resolução para o problema, em seus grupos e, posteriormente, em um diálogo, fomos lançando mão de algumas perguntas, como, entre elas, as citadas abaixo:

PESQ: Quando a altura for 1,2 cm ou qualquer outro número pertencente 0 cm < h < 5 cm, como vocês deveriam proceder?

PESQ: Nesse caso, o 1 representa a altura 1cm? E quando essa altura não for 1cm, como vocês vão representá-la? E quando a altura não for nenhuma dessas indicadas no Quadro? Há outras possibilidades? Quantas?

Com perguntas como essas, estávamos instigando os grupos com a intenção de orientá-los a percepção de que a altura poderia variar, isto é, seria uma variável e que poderia ser representada por uma letra, uma vez que não poderíamos verificar as infinitas alturas naquele intervalo. O que vislumbrávamos, nessa etapa, era a busca de um padrão que servisse para o trabalho com qualquer caixa oriunda do desenho do retângulo original.

O passo seguinte, depois de definida a altura como sendo uma variável, foi pedir que, escrevessem uma expressão algébrica representando a área da base dessa caixa em função da altura, chamada por todos de x, numa expressão algébrica chamada Polinômio. Assim, no caso da "caixa 1" abaixo, o polinômio A_1, como função de x é dado por: $A_1(x) = 4x^2 - 52x + 160$, como no trabalho de um dos grupos:



Que, aplicando a propriedade distributiva da Multiplicação sobre a Adição, obtém-se:

$(16 - 2x) . (10 - 2x) = 16(10 - 2x) - 2x(10 - 2x) =$

$= 16.10 - 16.2x - 2x.10 + 2x.2x = 160 - 32x - 20x + 4x^2 = 4x^2 - 52x + 160$

Os problemas seguintes assumiram a mesma sistemática. Entretanto foram considerados retângulos com medidas diferentes do original (caixas 2 e 3). Só então o conceito de Polinômio foi "apresentado" pela professora-pesquisadora.

Resultados e Conclusões

Os objetivos desta pesquisa compreenderam dois amplos aspectos: 1) a contextualização e sua implicação na aprendizagem através da resolução de problemas matemáticos; e 2) o processo de ensino-aprendizagem, a partir da contextualização, intermediado pela interação social, com os alunos como co-construtores de um novo conhecimento.

As investigações que conduzimos, no decorrer deste trabalho, permitiram-nos perceber que a contextualização, que serviu de base para o desenvolvimento do conteúdo Polinômios, proporcionou aos alunos varias situações de aprendizagem que foram se fortalecendo na medida em que as interações sociais se configuravam.

Verificamos, no segundo problema, cuja solicitação era a montagem da caixa de altura 0,1 dm a partir do retângulo dado, que a dificuldade dos alunos estava atrelada ao fato de eles não perceberem que, para formar a caixa, seria necessário levantar a altura, talvez por não reconhecerem a passagem da Geometria Plana para a Geometria Espacial, não conseguiam construí-la. Essa constatação só veio após nossa intervenção com o enfoque da palavra levantar. O significado dessa palavra impôs-se sobre a nova situação ganhando significado, possibilitando a visualização da altura e a efetiva construção da caixa. Com os questionamentos feitos pela professora-pesquisadora, especificamente com o uso da palavra levantar, foi possível, aos alunos, chegarem à construção da caixa. Num sentido mais amplo, respondendo a um questionamento que já surgiu no início desta pesquisa, a realização da atividade estava na dependência não somente dos conceitos matemáticos presentes na situação, mas, também, na dependência de outro conceito como o do significado da palavra levantar, que não estava diretamente ligado à escola. O conceito que os alunos tinham sobre a palavra levantar permitiu-lhes avançar na atividade. Conforme a teoria de Bransford (2000), "as pessoas constroem novo conhecimento e novas compreensões, baseados naquilo que elas já conhecem e acreditam" (p.10, tradução nossa).

Quando trabalharam com o gráfico, alguns alunos não visualizaram os limites para a altura. O fato de perceber que a caixa não existiria a partir de uma determinada altura, não pertencia ao campo de compreensão desses alunos. Esse comportamento nos permitiu chegar à conclusão de que, para alguns alunos, o fazer matemática com as mãos e a troca de experiências com os colegas, lhes possibilitou chegar, com mais segurança, ao conceito pretendido. Concordando com Moreira (1999), podemos dizer que intercambiando informações com certo grau de reciprocidade entre os participantes, esses alunos puderam chegar à compreensão.

Os alunos apresentaram muita dificuldade em representar, no desenho, a altura *x*. Eles não reconheciam que as laterais dos quadrados dos cantos era a altura da caixa. Essa problemática demonstrou-nos um distanciamento entre a teoria e a prática, isto é, entre a representação geométrica e a representação algébrica. Os alunos teriam construído inúmeras caixas, como fizeram no primeiro problema, sem dar importância às representações. Quando foi solicitado o registro da altura no desenho, esta passou a ser uma nova situação-problema. Diante disso, acreditamos que, se a Resolução de Problemas fosse desenvolvida com esses alunos desde as séries iniciais, todos os processos que colaboram para a construção da resposta, incluindo neles todas as possíveis representações para essa construção, os alunos poderiam apresentar menos dificuldades.

Ao calcularem a área da base da caixa de altura 0,1 dm, um dos alunos comentou que se o cálculo solicitado fosse referente à área da base de uma caixa de sapato, certamente não estariam calculando a área das bordas, e sim apenas da base. Nesta fala verificamos uma preservação do significado do problema, aplicado em outra situação, possivelmente gerado pelo trabalho contextualizado. Situação idêntica foi vivida por outro grupo quando lhes foi solicitado o valor numérico de um Polinômio. Para que fosse esclarecida a dúvida - que tratava da não compreensão do porquê de substituir o *x* pelo número 1 – uma das colegas se reportou ao exemplo da “caixa teste”, reduzindo o nível de complexidade da problemática vivida por aquele aluno que apresentou a dificuldade. Ou seja, a atividade contextualizada não só se mostrou como forte aliada na preservação do significado do problema, como também mostrou que a manipulação das caixas construídas proporcionou àqueles que apresentavam maior dificuldade de abstração, uma visualização do conceito teórico por meio da manipulação de objetos concretos.

A relação de dependência entre a área da base das caixas e suas respectivas alturas deu aos alunos uma primeira idéia do conceito de Função. De fato, não foi possível tratarmos esse conceito com todo rigor e força, mas pudemos trabalhar com tabelas, com seus gráficos, com a idéia de variação, com contexto e com palavras, tendo todo esse trabalho voltado ao contexto da construção das caixas de papelão. Com ele, pudemos verificar, na prática, a teoria de John Davis (2007), citando Hiebert et al (1996), quando afirmaram que “resolver problemas postos em contexto pode promover conexões entre o mundo real e a Matemática e ajuda os estudantes a desenvolver sua compreensão” (p.141, tradução nossa). Os alunos puderam ver os gráficos das áreas das bases das caixas e a eles associar o trabalho que foi sendo realizado ao se utilizar o material concreto.

Perceber que os gráficos da área da base das caixas, em função da altura *x*, tratados como gráficos de funções polinomiais e não apenas da localização de pontos do polinômio, para eles, inicialmente não fazia muito sentido. O que sabiam era que, no intervalo entre uma altura e outra, havia infinitas alturas possíveis o que, para eles, permitia ligar os pontos encontrados. Já na aplicação do Projeto II, estando esses alunos no final do 9ª ano, já conhecendo o conjunto dos números irracionais e, portanto, o conjunto dos números reais, onde R = Q U I e a reta R fica completa, a formalização dessa atividade, pela professora-pesquisadora, tornou possível levar os alunos à percepção de que, o que haviam construído, quando uniram alguns pontos do gráfico, era na realidade pontos de um arco de parábola. Essa formalização, com certeza, nos pareceu ter mais significado para os alunos.

Nossa conclusão em relação à proposta de ensino contextualizado em situações de interação, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, depende, e muito, da desenvoltura do professor em relação a alguns aspectos básicos para o desenvolvimento da proposta. O domínio do conteúdo em estudo, a dinâmica utilizada para o trabalho em sala de aula e a flexibilidade em perceber quando o aluno não preenche os pré-requisitos necessários para dar continuidade à atividade proposta são elementos chave para o desenvolvimento de um trabalho desse tipo. A atividade contextualizada deve ser mediada pelo professor, enquanto que a formação dos conceitos e o desenvolvimento das aulas devem ter a participação ativa dos alunos.

Trabalhar com os Polinômios, lançando mão de material concreto e fazendo uso da Geometria, que eles já tinham conhecimento, por meio da construção de caixas, os alunos, gradativamente, foram se dando conta de que estavam, por meio dessas construções, fazendo matemática com as mãos, no concreto, num trabalho colaborativo, ajudando-se uns aos outros nas dificuldades, num processo que Vygotsky (1979) chamou de interação social. A construção das caixas permitiu desenvolver o conceito de Polinômios desde a introdução até as operações definidas sobre eles.

Para um resultado positivo de qualquer proposta de ensino diferenciada, concluímos que a interação social é o veículo que move todo o processo. "É importante reconhecer que a Matemática deve ser trabalhada através da resolução de problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam o veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de resolução de problemas" (ONUCHIC e ALLEVATTO, 2004, p.221).

Referências Bibliográficas

Baldino, R. R. (1997). O "Mundo Real" e o Dia-a-Dia na Produção de Significados Matemáticos. Revista: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), 12, 1-11.

Baraldi, I. M. (1999). Matemática na escola: que ciência é esta? Cadernos de divulgação cultural. Editora USC, 179 páginas.

Barnett, Charles J. (1997). Problemas de livros didáticos: complementando-os e contendendo-os. In: KRULIK, S; REYS, R. E. (Ed.). A resolução de problemas na matemática escolar**.** Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. Atual, 133-147.

Biklen, S. K.; (1982). Investigação Qualitativa em Educação. Uma Introdução a teoria dos métodos. Fundamentos da Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução. Editora: Porto Editora, 13-18.

Bogdan R. C.; Biklen, S. K.; (1982). Características da investigação qualitativa. Investigação Qualitativa em Educação. Editora: Porto, 47-51.

Bransford, J.; *et al* (Ed). 2000. How People Learn – Brain, Mind, Experience, and School. Expanded Edition. National Research Council. National Academy Press. 374 páginas.

Brasil. (1999). Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 3, 113 páginas.

Brasil. (1998). Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 148 páginas.

Carraher, T. N., Carrhaer, D., Schliemann, A.(2001). Na vida de na escola zero. Editora Cortez, 11ª edição, 182 páginas.

Ceci, S. (1995). O tratado bioecológico de Stephen Ceci sobre o desenvolvimento intelectual. In: Gardner, H. Kornhaber, M. L.; Wake, W. K. Inteligência: múltiplas perspectivas. Porto Alegre: Artmed, 244-256.

Davis, J. D. (2007). Putting it All into Context: "Students and Teachers" Learning in One Mathematics Classroom. 9, p.141-151. In: Martin W.G.; et al (Ed**).** The Learning of Mathematics – Sixty-ninth Yearbook.

Gardner, H. *et al*. (2003). Inteligência: Múltiplas perspectivas. Porto Alegre: Artmed, p. 244-256.

Lüdke, M.; André, M.E.D. (1986). Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo. EPU, p.11-24.

Miras, M. (2003). Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. In: Coll. C. *et. al*. O construtivismo na sala de aula. São Paulo: Ática, p 57-77.

Morais, R. S. (2008). O ensino-aprendizagem de Polinômios através da Resolução de Problemas por meio de um ensino contextualizado. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos. Departamento de Metodologia de Ensino. São Carlos, 251f.

Moreira, M. A. (1999). Teorias de Aprendizagem. Educação Pedagógica. São Paulo EPU. 195 páginas.

Moreti, V. D. (1998). O Conceito de função: Os conhecimentos prévios e as interações sociais como desencadeadoras da aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação. São Paulo,158 páginas.

Moysés, L. (1997). Aplicação de Vygotsky à Educação Matemática. Campinas: Papirus.

Onuchic, L. de la R.; Allevato, N. S. G. (2004). Novas reflexões sobre o ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, p. 213-231.

Onuchic, L. de la R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, p. 199-218.

Vygotsky, L. S.; Luria, A. R; Leontiev, A. N. (1988). Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. Tradução: Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone, p.103-117.

Vygotsky, L. S. (1979, 1988). Pensamento e Linguagem. Lisboa: Antídoto, Edição 42.

Vygotsky, L. S. (1984). A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes. 6ª edição.