# Multiplicação e Divisão de Números Inteiros: ensino-aprendizagem na EJA

Evanilson **Landim** Alves
UFPE
Brasil
landime@hotmail.com

Lícia de Souza Leão **Maia**
UFPE
Brasil
limaia@ufpe.br

**Resumo**

A proposta ora apresentada corresponde a um estudo piloto integrando uma dissertação de mestrado em desenvolvimento e tem por objetivo observar por meio de uma sequência de atividades envolvendo as operações multiplicação e divisão de números inteiros quais são as estratégias mobilizadas por alunos da 3ª fase da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Busca-se ainda, identificar aproximações e distanciamentos entre jovens e adultos e alunos do Ensino Fundamental regular na apreensão desse conceito. Foram realizadas entrevistas semi-diretivas com 04 (quatro) alunos, 02 (dois) da EJA e 02 (dois) do Ensino Fundamental. Os resultados apontam que tanto adultos quanto crianças apresentam dificuldades na construção do conceito de números inteiros. Tomando por referencia a Teoria dos Campos Conceituais para definição e análise das questões propostas observou-se que algumas dimensões desse conceito, como a representação, por exemplo, apresentam mais dificuldades que outras.

*Palavras-chave:* números inteiros, multiplicação e divisão, campos conceituais.

## 1. Introdução

A não compreensão do conceito de números inteiros por alunos do Ensino Fundamental e até mesmo do Ensino Médio tem sido uma preocupação dos professores de matemática e tem motivado alguns pesquisadores (Nascimento, 2002; Borba, 2009; Santos, 2005) a buscarem explicações para as dificuldades enfrentadas pelos alunos e professores no processo ensino-aprendizagem desse conceito, bem como, a investigarem outros modelos de ensino para os números inteiros relativos.

Segundo Borba (2009) a aprendizagem dos números inteiros relativos é importante à compreensão de outros conceitos matemáticos e para a resolução de diversos problemas como os que envolvem álgebra, funções e o cálculo de quantidades. Constata-se então, que a não compreensão dos números inteiros, além de dificultar a aprendizagem de outros conceitos, prejudica também a resolução de situações que envolvem as operações nesse conjunto, como a multiplicação e a divisão.

Por outro lado, alguns dos estudos mencionados investigaram as dificuldades apresentadas pelas crianças e adolescentes na compreensão do conceito de números inteiros, de modo que não sabemos se existem ou não especificidades no modo como alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) resolvem situações que envolvem esse conjunto. Esse estudo propõe um recorte do conceito a partir da análise das situações ligadas à multiplicação e à divisão de números inteiros relativos. O objetivo do mesmo é analisar as estratégias mobilizadas pelos alunos da EJA e do Ensino Fundamental a partir de situações que envolvem a multiplicação e a divisão de inteiros relativos.

Com vistas a investigar a pertinência do objeto de estudo e a adequação das situações a serem apresentadas aos alunos realizou-se uma entrevista semi-diretiva realizada com 04 (quatro) alunos, sendo 02 (dois) da 3ª fase da EJA e 02 (dois) alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

As questões apresentadas e o entendimento que fizemos das justificativas dadas pelos estudantes foram pensadas a partir da Teoria dos Campos Conceituais.

## 2. Revisão e fundamentação Teórica

Trataremos brevemente de alguns estudos sobre o ensino dos números inteiros, do contexto histórico do desenvolvimento do conceito de números inteiros, das especificidades do ensino de matemática na EJA e da teoria dos campos conceituais.

### 2.1 O ensino e algumas pesquisas sobre os números inteiros

A aquisição do conceito de números inteiros passa pelo domínio das quatro operações, de modo que, para que um aluno alcance um nível de desempenho satisfatório em situações que envolvam números positivos e negativos ele precisa saber adicionar, subtrair, multiplicar e dividir nesse corpo de números.

Estudos mostram que crianças que ainda não tiveram acesso a esse conceito na escola, conseguem alcançar um bom desempenho em alguns tipos de situações que fazem uso das ideias de números positivos e negativos. A pesquisa realizada com 60 crianças de 7 e 8 anos de idade por Borba (2009) por meio de um jogo, confirma que alguns aspectos dos números inteiros, como situações que envolvem saldos negativos, são compreendidos bem cedo pelas crianças que ainda não foram formalmente apresentadas a esse conceito na escola. Ainda, questões como

(-2) + (-3) e (-5) – (-3) podem ser resolvidas por crianças de 10 a 14 anos antes de receberem instruções desse conceito na escola. (Murray, 1985 apud Borba, 2009).

Como o sucesso nas situações que tratam dos números relativos exige a apreensão dos diferentes significados da situação na qual o problema é apresentado, alguns aspectos da ideia de números inteiros não são compreendidos nem mesmo por adolescentes e adultos do Ensino Médio. Nascimento (2002) analisa e compara os obstáculos apresentados por alunos da 7ª série[1] do Ensino Fundamental e da 1ª série do Ensino Médio quando resolvem uma sequência de questões envolvendo adição e subtração de números inteiros em dois ambientes: o papel e o computador, onde utiliza o software Megalogo[2]. O autor apesar de está interessado no modo como o software influencia na resolução dessas questões, aponta alguns obstáculos[3] que produzem dificuldades na compreensão do conceito de números inteiros, bem como, na resolução de questões envolvendo adição e subtração nesse campo numérico, tais como: a concepção do número como cardinalidade o que não ocorre com os números inteiros, o revés sofrido pelo conceito de ordinalidade na reta numérica que deixa de ter um só sentido, o zero não como ausência, mas como resultado de operação, os diferentes significados do sinal de menos que provoca generalizações da regra de sinais para além do seu campo de validade e a herança dos números naturais de que do menor não se pode tirar o maior.

O estudo mostra que os alunos do Ensino Médio apresentaram uma maior resistência na superação dos obstáculos identificados, quando comparados com os alunos do Ensino Fundamental, o que pode indicar que com o passar do tempo esses obstáculos tornam-se mais consistentes e, portanto, apresentam maiores resistências à sua superação.

Como ocorre com outros conceitos, a aprendizagem dos números relativos é influenciada pelos diferentes significados das medidas positivas e negativas (Borba, 2009), pelas formas de representação simbólicas utilizadas (Carraher, Schliemann e Carraher, 1988) e quantidade de operações mentais que precisam ser mobilizadas para a aceitação de uma propriedade (Nunes e Bryant, 1997).

## 2.2 Situando historicamente o conceito dos números inteiros

Compreender a trajetória histórica do desenvolvimento e da aceitação dos números inteiros, é um caminho para que pode facilitar o entendimento das dificuldades que os estudantes apresentam ao resolver situações que envolvem esses números. Por isso, descrevemos a seguir alguns dos obstáculos que diferentes povos enfrentaram até chegar a concepção de números positivos e negativos, tal qual, a que temos hoje.

As questões propostos aos estudantes, apesar de refletirem o contexto no qual os livros didáticos abordam o ensino do conceito de números inteiros e as operações multiplicação e divisão nesse campo numérico, não deixam de se aproximar de necessidades e compreensões semelhantes àquelas apresentadas por povos de outras épocas.

[1] Equivale na legislação atual ao 8º ano.
[2] O Megalogo é um programa de computador desenvolvido em 1994, baseado na linguagem de programação Logo.
[3] Para Bachelard (1938) e Brousseau (1976) um obstáculo é uma concepção resistente no processo de conhecer e que impede, em determinado momento, o avanço da aprendizagem. Essas resistências podem ser originadas por obstáculos ortogenéticos, didáticos e/ou epistemológicos.

Ao que tudo indica os números negativos surgiram há mais de dois mil anos na China, onde eram representados por barras de bambu. As barras vermelhas eram utilizadas para indicar os números positivos e as barras pretas para os números negativos (GARBI, 2009).

No século VII o matemático hindu Brahmagupta lidou com medidas negativas. Os hindus não admitiam que essas quantidades fossem representadas por meio de números, por isso, utilizavam um ponto sobre as medidas dessa natureza para diferenciarem dos números naturais.

Apesar de alguns povos utilizarem a ideia de quantidades negativas, matemáticos como Descartes e Fermat, no século VII deixaram de ampliar estudos geométricos por ignorarem os números negativos. Bháskara, matemático hindu que viveu no século XII, afirmava que um número positivo possui duas raízes quadradas, uma positiva e uma negativa e já reconhecia que um número negativo não possui raiz quadrada, porém, ele desconsiderava a raiz negativa. Thomas Harriot pensou ter demonstrado na sua obra “Artes Analíticas Aplicadas” que as raízes negativas eram impossíveis.

Apenas no século XIX com Haenkel é que as quantidades negativas ganham uma explicação mais definitiva.

### 2.3 Especificidades do ensino de matemática na EJA

A Educação de Jovens e Adultos surge com a finalidade de reduzir a alta taxa de analfabetismo, que atingia 60% da população brasileira com 15 anos ou mais de idade no início da década de 1930. Foram então elaborados e implantados vários programas de alfabetização e de elevação da escolaridade com o intuito de erradicar o analfabetismo no Brasil. A idéia inicial é que seria um programa que teria seu fim em médio espaço de tempo. Entretanto, as diversidades socioculturais existentes no Brasil, os valores de uma sociedade marcada por relações injustas (Fonseca, 2002) e as lacunas existentes na educação básica dita regular, tem tornado a EJA uma política educacional permanente.

Hoje, a EJA não se preocupa apenas com a elevação da taxa de alfabetizados e de escolarização, mas considera também, a formação do cidadão, produtor e consumidor de novos bens e serviços.

Com relação à motivação para a aprendizagem da matemática na EJA, destaca-se a utilidade do conhecimento, que lhes confere sentido. Mas, sem deixar de lado a dimensão formativa da matemática, de modo diferente ao qual os conceitos matemáticos são tratados com as crianças (ibidem, 2002). Outra questão a ser considerada pelo professor de matemática que atua na EJA é a formação do aluno leitor, como aponta Cardoso (2000) destacando que esse é o principal objetivo do Ensino Fundamental. No caso de matemática, isso pode se dá através da contextualização do conhecimento, seja a contextualização por meio de uma situação-problema, seja a contextualização histórica e a evolução daquele conhecimento ao longo das civilizações. É certo, que essa preocupação não é específica dos profissionais que atuam na EJA, como também, deve ser uma questão considerada pelos professores do Ensino Fundamental chamado regular. Mas na EJA, as situações hipotéticas e forjadas para o ensino regular precisam ser analisadas quanto à sua adequação à EJA haja vista as ricas experiências em diversas situações da vida real desses alunos, que vão além do mundo da imaginação muitas vezes criado na escola.

## 2.4 A teoria dos campos conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida pelo professor e psicólogo francês Gerard Vergnaud em 1981. O objetivo dessa teoria é compreender como se dá a aprendizagem de um conceito. Para Vergnaud (2003) "um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino". Para ele a operacionalidade da ação depende da conceitualização do conhecimento.

O autor francês aponta que a principal função dessa teoria é

> propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por "conhecimentos", tanto as habilidades quanto as informações expressas. As ideias de filiação e ruptura também alcançam as aprendizagens do adulto, mas estas ocorrem sob condições mais ligadas aos hábitos e formas de pensamento adquiridas, do que ao desenvolvimento da estrutura física. Os efeitos da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo ocorrem, na criança e no adolescente, sempre em conjunto. (VERGANUD, 2008, p.87).

Nessa teoria, a maior parte dos nossos conhecimentos relaciona-se com a execução de uma determinada atividade, ou seja, os conceitos são colocados em ação no momento de resolver determinada questão.

A capacidade de mobilização dos conhecimentos na resolução de situações reais, Vergnaud chama de competência. Apesar de uma competência sempre está associada a uma ação, a questão é que nem todas as competências do indivíduo são evidentes a ponto de serem percebidas a "olho nu", carecendo, portanto do papel questionador do professor.

A preocupação do autor com o processo de aprendizagem o leva a propor essa teoria que pretende buscar meios que permita a compreensão e o acesso à dimensão implícita do conhecimento. Em outras palavras, ele busca compreender como ocorre o desenvolvimento das competências, sendo assim, trata-se de uma teoria cognitivista, o que não a impede de ser utilizada em outras áreas do conhecimento, mas especificamente na didática, apesar de não ser uma teoria didática, mas que como diz Maia (1999), estamos

> diante de uma teoria psicológica, multidimensional e desenvolvimentista do conhecimento. Na realidade, esta é uma teoria cognitiva do sujeito em situação. Enquanto tal, corresponde a uma abordagem psicológica do conhecimento que considera, ao mesmo tempo, o processo de desenvolvimento e de aprendizagem do indivíduo. Neste sentido, a atividade educativa é parte integrante do seu campo de estudo e, em particular, a atividade didática. (1999, p.2)

Nessa perspectiva, a teoria dos campos conceituais apresenta muitas contribuições no processo de conceitualização do real que tem na cognição o seu problema central.

Outro aspecto importante que justifica a escolha por essa teoria para análise de nosso objeto de estudo é a sua operacionalidade didática, como um potente instrumento de análise da prática pedagógica, a partir do entendimento do conjunto de situações (S) utilizadas pelo professor e pelo aluno para dar sentido ao conceito, da ação dos sujeitos no que se refere aos procedimentos[4] invariantes por eles utilizados e da análise das diversas formas de representações simbólicas (&) utilizadas tanto na apresentação quanto na resolução dos problemas. Finalmente para Vergnaud (1996) o processo de conceitualização vai muito além de uma mera definição, tendo em vista que um conceito sempre envolve o conjunto (S, I, &).

A efetiva compreensão de um conceito pelo aprendente depende do domínio das dimensões que favorecem e criam condições necessárias para o seu desenvolvimento.

Dominar um conceito pressupõe compreender as diversas situações que dão sentido a esse conceito, bem como, identificar as características comuns na resolução ou nas justificativas dadas às estratégias mobilizadas (invariantes operatórios) em diferentes situações relacionadas a um mesmo conceito e representar simbolicamente os procedimentos adotados no percurso que conduz até a resposta da situação.

## 3. Método

Nesse estudo piloto, realizamos uma entrevista semi-diretiva com 10 questões a 04 (alunos), sendo 02 (dois) da 3ª fase da Educação de Jovens e Adultos, que serão chamados a partir daqui de E1 e E2 e 02 (dois) do 7º ano do Ensino Fundamental, aos quais chamaremos de E3 e E4. Os participantes se encontram no mesmo nível de escolaridade.

As questões utilizadas no decorrer da entrevista encontram-se em anexo e foram elaboradas levando em conta as concepções subjacentes a Teoria dos Campos Conceituais.

## 4. Resultados

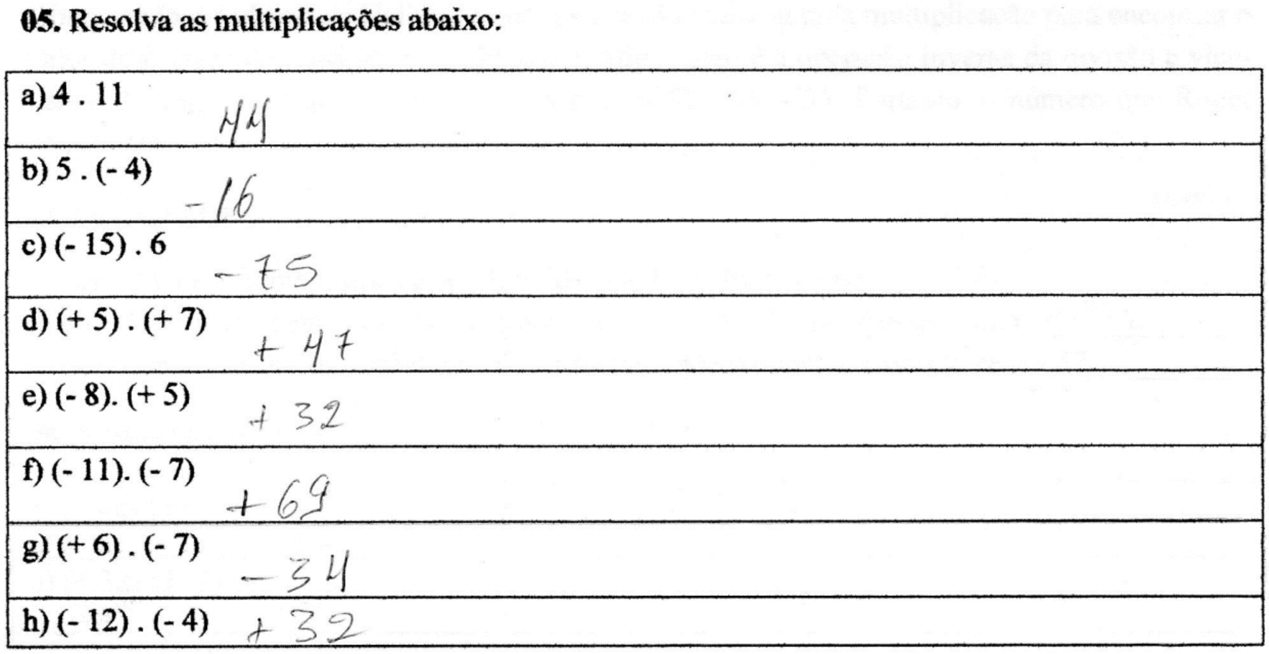
Após o mapeamento das respostas e estratégias dos quatro estudantes participantes desse estudo, pode-se notar que tanto os adultos quanto as crianças não apresentam dificuldades na compreensão da ideia de números opostos, tampouco, na percepção da propriedade comutativa da multiplicação, apesar de nenhum dos quatro alunos terem acertado a última parte da questão 3 que exigia o nome da propriedade que justificava a correspondência entre os cartões, no que se refere ao seu valor numérico, parece ser um lugar comum o reconhecimento de que a ordem dos fatores não altera o produto. Também, não apresentam dificuldades para conceberem a multiplicação como adição de parcelas iguais, mesmo quando o produto é do tipo (-4) . 3. Nesse caso, apenas E4 não mudou a ordem dos fatores. Quando questionado sobre o procedimento utilizado (3 + 3 + 3 + 3), E4, justifica dizendo *"o primeiro número é o tanto de vez que vai multiplicar"* e o sinal? Questiona o pesquisador, *"o sinal dá mais, porque menos com mais dá mais"*.

Esse estudante apresenta uma resposta errada do ponto de vista da multiplicação entre um número positivo e um número negativo. Procedimento que é invariante quando se observa as respostas das demais questões, o que parece indicar que compreende a propriedade comutativa da multiplicação, mas ainda não domina todas as dimensões do conceito de multiplicação de

[4] Entende-se aqui por procedimentos os objetos, as propriedades, as relações e as estratégias utilizadas na resolução de uma determinada tarefa.

números inteiros, errando por exemplo, na representação simbólica que apresenta para a sua resposta.

No que se refere a questão que tratava da multiplicação de dois números inteiros, merece destaque o procedimento adotado por E1.


**05. Resolva as multiplicações abaixo:**

| | |
|---|---|
| a) 4 . 11 | 44 |
| b) 5 . (- 4) | -16 |
| c) (- 15) . 6 | -75 |
| d) (+ 5) . (+ 7) | + 47 |
| e) (- 8). (+ 5) | + 32 |
| f) (- 11). (- 7) | +69 |
| g) (+ 6) . (- 7) | -34 |
| h) (- 12) . (- 4) | + 32 |

*Figura 1***.** Resolução do estudante 1 (E1) na entrevista aplicada

O aluno ao ser questionado sobre a estratégia utilizada para resolver a questão, deixa claro, em todos os itens, mesmo que em alguns cometa certo tipo de erro numérico, como por exemplo, nos itens correspondentes as letras "f" e "g", os invariantes operatórios que ele mobiliza, como pode ser verificado no trecho abaixo referente ao item "b" da questão acima.

> *P: Por que 5 . (-4) é igual a – 16?*
>
> *E1: 5.4 é 20, 20 tirando 4 é 16.*
>
> *P: Por que você escreveu – 16 como resposta, o que justifica o sinal de menos?*
>
> *E1: Mais vezes menos é menos.*

É pertinente destacar ainda que nas demais multiplicações, ele tende a manter a mesma estratégia, inclusive nas que envolvem dois números inteiros positivos acompanhados do sinal de "+", o que indica que E1 ainda não concebe os diferentes significados do sinal de "-", como apontado no estudo de Nascimento (2002), ou seja, para ele os sinais de "-" e de "+" tem apenas funções operatórias.

De modo bem semelhante ao que ocorreu com a aceitação histórica dos números inteiros, E1 concebe o sinal de menos (ou o sinal de mais) apenas como sinal de número. O equívoco cometido pelo estudante aponta ainda que ele também tem dificuldades na representação simbólica do produto de números inteiros relativos.

Pensamos que, para a efetiva construção do conceito de números inteiros por esse aluno da EJA, é necessário que as dimensões “situação” e “formas de representação” sejam melhor trabalhadas, afim de que ele possa perceber os diferentes significados do sinal de menos, já que na grande parte dos itens, ele resolve corretamente o algoritmo da multiplicação, mas acaba errando a questão, por mobilizar conhecimentos que estão mal adaptados, por serem válidos apenas no conjunto dos números naturais.

A questão 6 tinha como intenção observar se os participantes do estudo reconheciam a regularidade existente no nosso sistema de numeração, devido ser essa a estratégia observada na maioria dos livros didáticos para justificar que o produtos de dois números inteiros negativos é um número inteiro positivo. E ainda, observar se os entrevistados deduziam o que deve acontecer quando multiplicamos dois inteiros quaisquer, ou seja, que envolva fatores com o mesmo sinal (menos vezes menos e mais vezes mais) ou fatores com sinais distintos (menos vezes mais e mais vezes menos). Dessa questão pudemos perceber que nenhum dos quatros alunos notaram a regularidade do sistema e preenchiam o quadro da multiplicação de inteiros valendo-se da multiplicação “isolada” dos fatores (um correspondente a linha e o outro correspondente a coluna).

As questões 7, 8 e 10 tratavam da divisão de números inteiros, porém, apresentavam diferentes representações da divisão. Nas questões 7 e 10 a divisão aparecia como operação inversa da multiplicação de inteiros. A questão 8 envolvia diretamente o algoritmo convencional da divisão, requerendo menos operações mentais que as questões 7 e 10. Analisando o modo como os participantes resolveram tais questões e a justificativa que apresentavam para as estratégias por eles utilizadas, podemos notar que as questões nas quais a divisão é tratada como operação inversa da multiplicação apresentam maior nível de dificuldade, considerando que apenas E2 apresentou desempenho satisfatório nas questões 7 e 10, que não é suficiente para afirmarmos que os adultos apresentam melhor desempenho nesse tipo de situação do que as crianças, tendo em vista o pequeno número de sujeitos com os quais trabalhamos.

Com relação aos erros apresentados pelos demais sujeitos os mais frequentes foram multiplicar os valores envolvidos na situação, ou seja, cometeram equívocos ao realizarem o cálculo relacional, como o fez E4 na questão 10, ou acertar o cálculo relacional, isto é, reconhecer que a situação poderia ser resolvida utilizando a operação inversa a qual se referia (multiplicação no caso da questão 7 e divisão no caso da questão 10) e errar o cálculo numérico como fizeram E1 e E3. A questão 8 foi mais facilmente resolvida pelos estudantes, os equívocos cometidos foram referentes a confusão que ainda fazem quando operam com números com sinais.

Com a questão 9 pretendíamos observar se os alunos conseguiam escrever um problema de divisão que apresenta algumas semelhanças aos que são trabalhados no conjunto dos números naturais utilizando-se de formas de representação pertencentes ao conjunto dos números inteiros. O resultado aponta que eles ainda não desenvolveram a competência de utilizar algumas formas de representação exigidas no tratamento com números positivos e negativos, uma vez que, nenhum dos alunos conseguiu realizar ou justificar como poderia ser feita tal representação e recorreram ao algoritmo da divisão, sem fazer nenhuma referência a números com sinais positivos ou negativos, imaginando ter atendido o que a questão exigia. Ao serem questionados sobre como representar a situação com números dessa natureza, os alunos apenas se referiam à palavra dívida como sendo uma medida negativa, o que não apareceu na representação utilizada, como já pontuamos.

## 5. Considerações Finais

Os resultados desse estudo indicam que tanto alunos da EJA quanto alunos do Ensino Fundamental regular ainda apresentam muitas dificuldades na compreensão de situações ou na realização de cálculos numéricos que visam observar o entendimento da multiplicação e da divisão de números inteiros.

Bastos (2004) aponta que o livro didático conduz as ações do professor de matemática na sala de aula. Mas, o ensino dos números inteiros relativos parece não levar em consideração as sugestões do livro didático, tendo em vista que a maioria dos livros didáticos do PNLD 2011 (Programa Nacional do Livro Didático) leva em consideração a regularidade do nosso sistema numérico para justificar o fato da multiplicação de dois números inteiros negativos ser um número positivo, o que não é observado nas estratégias e justificativas dos alunos. Como também, a recorrência que os livros fazem ao conceito de números opostos e a propriedade comutativa da multiplicação para resolver situações como (- 8). 5, a fim de tornar compreensiva a igualdade (- 8). 5 = - (+ 8) . 5 = - (+ 40) = - 40, tentando relacionar o conceito de números inteiros opostos com o da multiplicação de números naturais e tornar a situação mais natural para os alunos. Mas, o que se observa nos estudantes é uma exacerbada tentativa de repetir técnicas e procedimentos nas operações com números inteiros relativos, como o frequente uso das regras conhecidas como "jogo de sinal" até mesmo em situações mais simples que envolvem apenas números naturais, como se verificou na resolução do item a da questão 5 (4.11), quando apresentam resposta como – 44, o que mostra que a preocupação de memorizar regras de sinais se sobressai em relação a preocupação de compreender o funcionamento das operações com números inteiros.

A compreensão do conceito de números inteiros relativos e o sucesso na resolução de situações que tratam das operações multiplicação e divisão nesse conjunto parece ser dificultada pela limitação das situações propostas aos estudantes que são incapazes de permitir que estes percebam os diferentes significados do sinal de menos, como também por uma maior necessidade de representação simbólica.

Certamente esses obstáculos à aprendizagem podem ser superados se todas as dimensões que constituem, segundo Vergnaud, um conceito forem trabalhadas de forma equilibrada na sala de aula. Pois, algumas situações e formas de representação, como por exemplo, a representação oral de situações envolvendo dívidas, são mais facilmente compreendida pelos estudantes. Já em situações que precisam ser explicitadas no papel por meio de números inteiros o desempenho é consideravelmente inferior, ou evitam a situação ou a tratam apenas com elementos do conjunto dos números naturais.

## 6. Referências

BASTOS, Marcelo Silva. *O livro didático nas aulas de matemática: um estudo a partir das concepções dos professores.* VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004, 1-5.

BORBA, Rute. *O que pode influenciar a compreensão de conceitos: o caso dos números relativos.* A pesquisa em Educação Matemática: repercussões na sala de aula, in Borba, Rute. e Guimarães, Gilda. São Paulo: Cortez, 2009.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia . *Na vida dez, na escola zero.* São Paulo: Cortez, 1988.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática, 7º ano*. 6 ed. São Paulo: Moderna, 2006

FONSECA, Maria da Conceição F.R. *Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições.* Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

GARBI, Gilberto Geraldo. *A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática.* 4. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

IEZZI, Geslon; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. *Matemática e Realidade, 7º ano*. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2005

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Matemática, 7º ano.* 1 ed. São Paulo: Moderna, 2009.

MAIA, Lícia. *A Teoria dos Campos Conceituais: Um novo olhar para a formação do professor.* In: Revista do GEPEM – UERJ, Rio de Janeiro, 1999.

NASCIMENTO, Ross Alves. *Um estudo sobre obstáculos em adição e subtração de números inteiros relativos: explorando a reta numérica dinâmica.* Recife: Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2002 (Dissertação de Mestrado).

NUNES, Terezinha Nunes; BRYANT, Peter. *Crianças Fazendo Matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

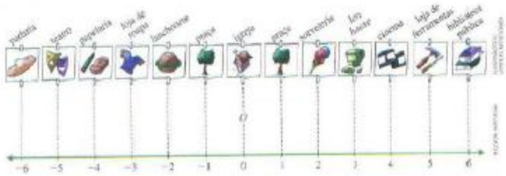
SANTOS, Edlene Cavalcanti. *Um novo olhar para a resolução de problemas com números inteiros relativos.* Recife: Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2005 (Dissertação de Mestrado).

VERGNAUD, Gérard. *Didácticas das matemáticas.* Lisboa: Instituto Piaget, 1996

VERGNAUD, Gérard. *Teoria dos Campos Conceituais,*in Brasil, Ministério da Educação. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1. Brasília: Ministério da Educação, 2008.

# ANEXO

**01.** ***(Adaptada de Matemática – Edwaldo Bianchini p. 16)*** Na avenida principal da cidade de Montes Felizes, você encontra a igreja matriz, as casas de comércio e alguns importantes centros de entretenimento e cultura. Luana representou essa avenida em uma folha de papel e associou a essa representação uma reta numérica. De acordo com a representação, a igreja o ponto associado ao número zero e cada quarteirão da avenida corresponde a um número inteiro. Veja:




Em relação a igreja (ponto O), a posição da sorveteria é dada pelo número inteiro 2. Isso significa que ela está a 2 quarteirões da igreja. Observe também que a posição da lanchonete é dada pelo número inteiro – 2.

*a) Qual a distância (em quarteirões) da sorveteria até a igreja? E da lanchonete até a igreja?*

*b) Como -2 e 2 estão a mesma distância da origem (zero) porém localizados em lados opostos dizemos que -2 e 2 são números opostos ou simétricos.*

Assim: - 7 é o oposto de 7 e vice-versa: - (-7) = + 7

*Ainda observando a figura acima, complete:*

- *O teatro é oposto da________________________ e -5 é o oposto de _________*
- *A biblioteca é oposta da _______________________ e 6 é o simétrico de _________*

**02. (Adaptada de Iezzi, Dolce e Machado, p. 18)** As temperaturas que o repórter está anunciando pela TV são bem diferentes, mas têm algo em comum.

*Multiplicação e divisão de números inteiros: o processo de ensino-aprendizagem na EJA*

*a) A temperatura de – 4 °C indica uma quantidade de quantos graus abaixo de 0 °C?*

________________________________________

*b) A temperatura + 4 °C indica uma quantidade de quantos graus acima de 0 °C?*

________________________________________

| *Essa quantidade comum às duas temperaturas é chamada valor absoluto dos números -4 e + 4.* |
|---|

c) Qual o valor absoluto de – 2 e de + 2?

________________________________________

**03.** Abaixo temos a representação de alguns cartões, ligue os cartões que representam o mesmo valor:

| | |
|---|---|
| 5 x 7 | 8 x 4 |
| 4 x 8 | 8 x (-2) |
| -2 x 8 | 7 x 5 |

*Resumindo,* 5 x 7 = ☐ *Assim como* ☐ = 8 x 4 e – 2 x 8 = ☐

***Você sabe qual é a propriedade da multiplicação que justifica essas igualdades?***

________________________________________

**04.** A multiplicação também equivale a uma soma de parcelas iguais. Assim, 5 . 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3

Represente como adição de parcelas iguais as seguintes multiplicações:

| | |
|---|---|
| a) 4 . 12 | d) (- 4) . 3 |
| b) 6 . (- 2) | e) (- 7) . 5 |
| c) 3 . (- 9) | |

**05.** Resolva as multiplicações abaixo:

| | |
|---|---|
| a) 4 . 11 | e) (- 8) . (+ 5) |
| b) 5 . (- 4) | f) (- 11) . (- 7) |
| c) (- 15) . 6 | g) (+ 6) . (- 7) |
| d) (+ 5) . (+ 7) | h) (- 12) . (- 4) |

**06.** Observe a tabela e complete os quadros que faltam:

| X | - 2 | - 1 | 0 | + 1 | + 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| + 2 | | | | + 2 | |
| + 1 | | | | | + 2 |
| 0 | | | 0 | | |
| - 1 | | | | | |
| - 2 | | | | | |

**07.** (Adaptado de Souza e Pataro p. 108) Veja a pergunta que Roger fez a Heloisa:


Para responder à pergunta Heloisa fez o seguinte esquema:


Observando o caderno de Heloisa, notamos que ela realizou uma multiplicação para encontrar o valor desconhecido. Isso ocorre porque a multiplicação é a operação inversa da divisão e vice-versa. Assim, temos que: (-35) : 7 = - 5 pois (- 5) . 7 = - 35. Portanto, o número que Roger pensou foi – 35.

*Agora é a sua vez:*

a) Qual é o número que ao ser dividido por 4 resulta em – 6?
b) A divisão de um certo número por – 12 dá igual a 3, qual é esse número?
c) Por qual número você deve dividir 40 para que o quociente obtido seja – 5?

**08.** Resolva as divisões:

| | |
|---|---|
| a) (+ 60) : (+ 5) | e) (+ 55) : (- 11) |
| b) (+ 32) : (- 4) | f) (- 48) : (- 12) |
| c) (- 18) : (- 3) | g) (- 9) : (+ 3) |
| d) (- 16) : (+ 4) | h) (+ 28) : (+ 7) |

**09. (Imenes & Lellis p. 214)** O senhor Silva vai pagar uma divida de R$ 300,00, dividindo-a em 5 parcelas iguais. Represente essa situação usando uma operação com números negativos e positivos.

**10. (Adaptada de Imenes & Lellis)** Descubra o valor de A, em cada caso:

a) $\boxed{A} \xrightarrow{\times 12} \boxed{-204}$

b) $\boxed{9} \xrightarrow{\times A} \boxed{-135}$

c) $\boxed{A} \xrightarrow{\times (-11)} \boxed{165}$

d) $\boxed{-13} \xrightarrow{\times 13} \boxed{A}$