XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Aulas Investigativas e a formação do professor de Matemática

Rosa Monteiro **Paulo**
Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Unesp.
Brasil
rosa@feg.unesp.br
Robert Henrique Gonçalves **Silva**
Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Unesp.
Brasil
robert.hgs@hotmail.com

Resumo

Neste texto trazemos um relato da experiência vivida no curso de formação de professores de Matemática, procurando ressaltar a importância da Investigação na aula de Matemática. Consideramos uma tarefa realizada com os alunos da Licenciatura em Matemática na disciplina de Prática de Ensino. Descrevemos a investigação de uma dupla de alunos que, ao procurar esboçar o gráfico de uma função, recorre ao conhecimento adquirido em seu curso de formação e preocupa-se com o modo como a tarefa poderá ser conduzida com alunos do Ensino Médio. Ressaltamos, no relato, a importância da descrição feita pelo sujeito que vivencia a tarefa e do olhar atento do professor para o que, na "fala", é revelado acerca da produção do conhecimento. Analisamos a descrição feita pela dupla apontando o modo como alguns momentos do trabalho com aulas investigativas pode ser percebido pelo professor e o que tal percepção revela.

Palavras chave: investigação, ensino de matemática, formação de professores, fenomenologia.

A aula investigativa: compreensão e possibilidades

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), os matemáticos profissionais, isto é, aqueles que se envolvem com a produção do conhecimento matemático, fazem investigações para "descobrir" relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar suas respectivas propriedades.

De maneira semelhante, como professores, ao adotarmos na sala de aula, uma postura investigativa, o objetivo é levar os alunos a fazerem descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes do que encontrar a solução para um problema proposto. Ou seja, na aula investigativa buscamos desenvolver, nos alunos, o hábito de procurar pela validade de um processo que lhe possibilite tratar um determinado assunto, isto é, que os levem a construir argumentos que não sejam dúbios, circulares ou passíveis de questionamentos. Ainda, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), o envolvimento com a investigação matemática é um recurso valioso para a construção do conhecimento e para a produção do significado em sala de aula.

Mas como promover a investigação na sala de aula de matemática? Para esses autores a investigação envolve quatro momentos importantes que devem ser considerados pelo professor que tem a intenção de trabalhar com aulas investigativas.

O primeiro momento diz respeito ao *reconhecimento da situação*. Ou seja, é preciso que a turma faça explorações preliminares nas situações propostas e formule questões (façam inferências) que os levem a compreender o que a situação está exigindo. É o momento de ***ler*** a questão não apenas decifrando os sinais gráficos, mas com a intenção de compreender o que está sendo proposto, de identificar o objeto matemático que os símbolos expressam, de compreender a situação.

Num segundo momento passa-se ao processo de *formulação de hipóteses e conjecturas* a partir da organização dos dados levantados na primeira fase. Ou seja, se o aluno leu o problema e compreendeu o enunciado proposto ele faz um plano de ação formulando hipóteses que possam levá-lo a resolver a situação. Ele conjectura sobre o modo como a situação pode ser resolvida. Lança propostas de solução. Analisa e verifica possibilidades de se pôr a caminho da resolução.

O momento seguinte exige a realização de *teste das hipóteses* levantadas e eventuais *re-avaliações das conjecturas*. Isto é, o aluno levantou algumas hipóteses de solução do problema e procura ver se essas hipóteses são ou não válidas, se há argumentos contrários que as derrubem e, caso isso aconteça, é preciso fazer uma re-avaliação da situação buscando levantar novas hipóteses ou corrigir as iniciais de modo que a contradição deixe de existir.

O quarto momento da investigação requer a *justificação das hipóteses* e a *avaliação do trabalho realizado* envolvendo argumentações convincentes (do ponto de vista matemático) ou demonstrações. Ou seja, se não há argumentos que contradigam as hipóteses levantadas inicialmente, e se elas "parecem" ser válidas, o aluno deverá buscar um modo de justificar essas hipóteses, mostrar que elas são verdadeiras usando recursos intuitivos (verificações) ou argumentos matemáticos (demonstrações).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) enfatizam que, muitas vezes, as tarefas de investigação e as de exploração são chamadas de "investigações" devido ao fato de não se conhecer inicialmente o grau de dificuldade que será enfrentado por um determinado grupo de alunos. Uma investigação matemática é um processo que propicia ao aluno a construção do conhecimento de uma forma não sistêmica, ou seja, ele é livre para buscar ou fazer inferências que levem a uma solução do problema.

As investigações, para tais autores, podem ser caracterizadas como *situações abertas*, ou seja, são situações que, de início, não estão bem definidas, cabendo a quem investiga o papel fundamental na definição do caminho, considerando qual o ponto de partida e de chegada. O aluno, ao investigar, traça um plano estabelecendo o início e vislumbrando o fim (ponto em que deseja chegar). Esse plano traçado já, de partida, é, numa sala de aula, variado. Entre os grupos pode haver inúmeros modos de olhar a situação e expressar sua compreensão. Os caminhos são, portanto, abertos a interpretação e, no fluxo das decisões que são tomadas durante o processo, se diversificarem ainda mais. Vale ressaltar que tal variedade favorece a diversidade do processo e do produto da investigação matemática e exige novos requisitos às competências do professor. Ao adotar-se a postura investigativa em sala de aula exige-se a proposição de tarefas que possibilitem, aos alunos, pensarem conceitualmente, e cabe, ao professor, dar o estímulo para que os alunos sejam capazes de fazer conexões, estabelecer relações e, conseqüentemente, terem a oportunidade de construir um conhecimento mais rico do que aquele que já é objetivado, ou seja, que trata das relações matemáticas como dadas a priori.

Essa compreensão foi o que nos motivou a discutir, no curso de formação de professores de matemática, as possibilidades do olhar do futuro professor para as questões matemáticas levando, eles mesmos, a adotarem uma postura investigativa diante de uma tarefa proposta. Assumindo que, tal como afirma Bicudo (2000), a construção do conhecimento e a construção da realidade se dão num “mesmo movimento no qual o mundo faz sentido para a pessoa, onde ocorre o processo de significação, onde se explicitam as significações e onde participamos da construção da realidade mundana” (p. 41), elaboramos uma tarefa que, do ponto de vista do conteúdo matemático, não oferecia para os alunos da licenciatura, dificuldades. Porém, buscando o processo de significação para o ‘ser professor’ interessava-nos o modo como o aluno da graduação, futuro professor, se envolvia na investigação, procurando caminhos para discutir o conteúdo de forma que ele fosse compreendido por alunos da Educação Básica. Nesse sentido as questões propostas eram ‘abertas a investigação’ para o ‘fazer investigação’. Ou seja, não nos interessava a solução do problema mas o modo como os alunos da licenciatura compreendiam o sentido da tarefa investigativa. Questionamos: *como os alunos do curso de licenciatura em matemática, futuros professores, realizam tarefas investigativas*?

Para tanto trabalhamos com alunos do último ano (4º ano) do curso de Licenciatura em Matemática, de uma Universidade pública do Estado de São Paulo, na disciplina de Prática de Ensino, o vivenciar tarefas investigativas. Após a discussão de alguns textos cujo objetivo era apresentar a Investigação na aula de matemática, procuramos envolver os alunos em situações investigativas.

Trazemos, neste texto, o relato da vivencia na sala de aula. Apresentamos a tarefa proposta, a investigação construída por uma das duplas de licenciandos e considerações acerca do realizado.

Na organização do texto, apresentamos brevemente, a postura assumida e o modo pelo qual analisamos a experiência vivida em sala de aula, destacando que, trata-se de um relato do vivido e não de uma comunicação sobre pesquisa concluída. A análise empreendida orienta-nos em termos de ações na sala de aula da formação de professores de matemática e nos dá elementos para discutirmos o modo como a investigação pode vir a ser efetuada com alunos da Educação Básica se o professor conhecer o modo pelo qual as ações podem ser desenvolvidas. A ênfase, para nós, centrou-se no modo de o licenciando expressar a sua investigação, apontando possibilidades de trabalho em sala de aula.

A postura assumida na analise do vivido e o caminho percorrido

Como afirmamos acima, compreendemos, a partir de Bicudo (2000) a construção do conhecimento e a construção da realidade como parte de um mesmo movimento e isso implica que as vivencias da sala de aula são significativas para a compreensão do investigado. Ao se questionar "como os alunos do curso de licenciatura em matemática, futuros professores, realizam tarefas investigativas?" interessa-nos a produção do conhecimento acerca das possibilidades de se fazer investigação matemática. Essa produção do conhecimento nos é dada pela expressão dos alunos, futuros professores, ao descreverem o vivido em sala de aula. A *descrição* dos alunos torna-se, portanto, aspecto fundamental para o olhar que se volta à experiência vivida e é tratada numa postura fenomenológica.

Isso indica que, a descrição, como a própria palavra indica, visa descrever o vivido. Bicudo (2000) afirma que a descrição pode, numa pesquisa, ser efetuada pelo pesquisador, que relata o percebido, ou pelo próprio sujeito, que vivencia a situação e, ao descrever, traz nuances do percebido e compreendido. Ao ser feita pelo pesquisador a descrição não deve trazer juízos emitidos ou interpretações. O pesquisador, ao descrever, deve ater-se ao que vivenciou e descrevê-lo o mais fielmente possível. O sentido da pesquisa é a busca pela compreensão do descrito, das vivências percebidas e expressas. Por outro lado as descrições, ao serem realizadas pelo próprio sujeito da vivencia, já carrega em sua estrutura ou em sua forma de apresentação, a hermenêutica, na medida em que se auto-interpreta para expor-se e, pela linguagem que a descreve, doa-se à interpretação do pesquisador. Para o professor que, em sala de aula, atua na postura fenomenológica, a descrição serve-lhe como fonte de conhecimento do produzido pelo aluno. Neste caso o professor aproxima-se do pesquisador. Interessa-lhe compreender a expressão dos sujeitos que revelam uma aprendizagem. É o caso que trazemos para este relato.

A descrição é a expressão da experiência vivida em diferentes momentos de sua articulação e traz (ou apresenta) o conhecimento produzido. Nesse sentido, a construção do conhecimento é trabalhada como "atividade da percepção, da explicitação do percebido, das significações desenvolvidas nos meios da expressão que lhes possibilitam ser corporificada na fala-falada e na fala-falente, onde sempre o outro está necessariamente presente" (BICUDO, 2000, p. 42). Ou seja, a produção do conhecimento, aqui podendo ser entendida como o conhecimento produzido pelo aluno acerca da investigação matemática, mostra-se na descrição. O olhar atento do pesquisador busca então perceber, compreender e interpretar o que é descrito pelo aluno.

Para este relato da experiência vivida em sala de aula, optamos por trazer a descrição feita pelo sujeito da vivencia: uma dupla de alunos do curso de licenciatura em Matemática. Não trazemos a análise do pesquisador mas sim o modo como a descrição foi feita pelos licenciandos evidenciando as nuances do percebido por eles acerca do que é fazer investigação a partir de uma tarefa. Entendemos que, ao nos voltarmos para o descrito, para a linguagem, ela abre-se à compreensão e, como professor e aluno que juntos vivenciaram a experiência, o texto faz sentido. Apresentamos essa descrição da dupla para podermos expor o procedimento adotado desde a execução da tarefa proposta até a compreensão do descrito que vai se revelando na busca pelo dizer o que foi feito.

Tarefa proposta e investigação realizada: manifestação da postura investigativa

A tarefa proposta para a investigação consistia de três questões matemática que os alunos deveriam, em duplas, resolver e comentar a viabilidade delas serem discutidas com alunos do Ensino Médio. Solicitamos que os licenciandos descrevessem o processo de trabalho no ensino médio caso considerassem a tarefa viável.

Considerando a delimitação do espaço neste texto, optamos por transcrever a descrição de uma das duplas para a questão número 3, tal qual ela foi apresentada pela dupla, revelando o modo pelo qual os alunos do curso de licenciatura em Matemática, analisam o procedimento empregado por eles para a resolução da tarefa bem como explicitam o que seria possível fazer com os alunos do ensino médio.

Resolva e comente as questões abaixo

Questão 1: Simplifique, o máximo possível, a expressão $\dfrac{7x-5}{x^2+2x-15}$

Questão 2: Desenvolva a expressão $\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{5}{x-5}$

Questão 3: Faça um esboço da curva definida pela função $h(x)=\dfrac{1-2x}{x+1}$

Sujeito1(dupla C): descrição da questão 3

Pensamos em descrever o movimento que empreendemos para investigar uma possível solução da tarefa tal qual entendemos que ela poderia ser feita com alunos do Ensino Médio. Desse modo, comentaremos a solução proposta e o modo pelo qual fomos construindo o caminho. Inicialmente pensamos em tomar como base a função $f(x)=\dfrac{1}{x}$ cuja forma do gráfico conhecemos pois trata-se de uma hipérbole eqüilátera. Usando um software construímos o gráfico de tal função.

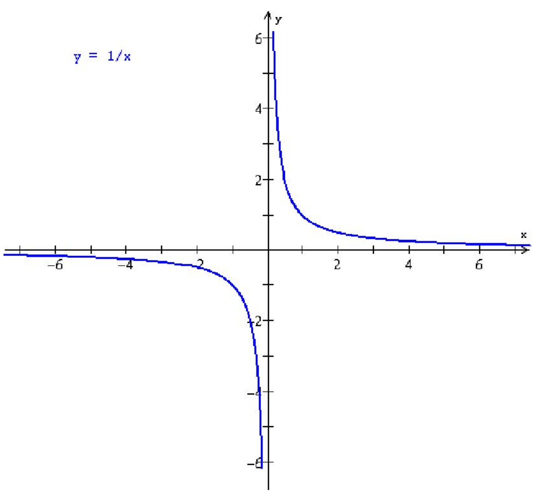

Figura 1. Hipérbole Eqüilátera

Comentários essenciais: ao se realizar esta tarefa com alunos do ensino médio, é importante explicar o que ocorre com a função f(x) quando x=0.

Neste momento espera-se que o aluno se recorde da expressão indefinida $\frac{a}{0}$, cujo valor de a pode ser qualquer número real.

Sabendo que $\frac{a}{0} = \nexists, \forall a \in \mathbb{R}$ procuraremos, com a utilização de uma calculadora e a construção de uma tabela, levar os alunos a verem que, a medida que o valor de x tende a zero por valores positivos, o valor da expressão $\frac{1}{x}$ tende a crescer "indefinidamente".

Organizando na primeira coluna valores de x e na segunda coluna seu inverso, verifica-se o rápido crescimento da expressão $\frac{1}{x}$.

Tabela 1

Alguns pontos do gráfico de $f(x) = \frac{1}{x}$.

x	$\frac{1}{x}$
1	1
0,1	10
0,01	100
0,001	1000
0,0001	10000
0,00001	100000

Sem a necessidade de entrar em detalhes, pois isto poderia tornar a tarefa imprópria para o nível escolar da turma, é interessante apresentar a notação matemática que expressa o conceito intuitivo, desenvolvido pelo aluno, ao dividir um número qualquer por quantidades mais próximas possíveis de zero.

Ou seja, consideramos que é possível, a partir da investigação realizada pelo aluno, apresentar a expressão (ou notação matemática) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$, esclarecendo o sentido de limite tal qual ele foi tratado pelo aluno na experimentação, aliando uma discussão envolvendo a tabela construída e a figura 2.

Depois de explorar a forma da equação $f(x) = \frac{1}{x}$ seguiremos a exploração com o objetivo de esboçar a curva $h(x) = \frac{1-2x}{x+1}$.

Sabemos que quando numa função é somada uma unidade ao valor da variável independente "x", o gráfico dessa função sofre um deslocamento: ele se desloca uma unidade para a esquerda. Portanto, é conhecido, também, o gráfico da função $g(x) = \frac{1}{x+1}$, a partir do gráfico anterior.

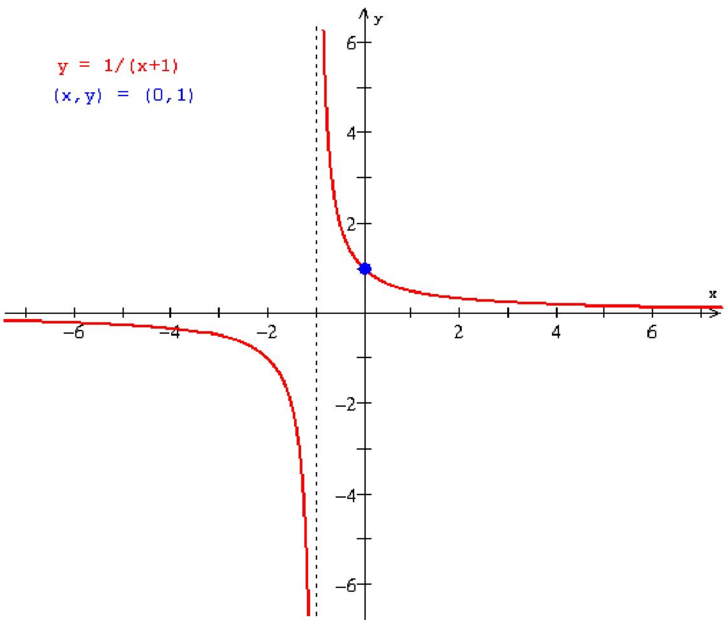

Figura 2. Gráfico da função $g(x) = \frac{1}{x+1}$.

Nesta etapa, o gráfico da nova função apresenta um ponto de intersecção com o eixo y e uma assintota vertical, fatos interessantes para serem explorados com os alunos[1].

Tendo o aluno compreendido a inexistência do quociente que resulte da divisão de um número real qualquer por zero e conhecendo a notação algébrica que represente esta idéia; ou seja, que $\frac{a}{0} = \nexists, \forall a \in \mathbb{R}$, podemos dizer que a "assintota vertical" é a notação geométrica que representa a mesma idéia. Como não existe o ponto do gráfico (-1, g(-1)) pois

[1] Embora os licenciandos tenham sugerido um modo de exploração da construção da assintota, associando-a a idéia intuitiva de limite, não o traremos para este texto dado o espaço limitado.

$g(-1) = \frac{1}{0}$, devemos, de alguma forma, representar graficamente esta idéia e este é o papel da assintota vertical. Se a curva tocar a assintota significa que existe o ponto $(-1, g(-1))$. Como isto é um absurdo, a curva não pode tocar a assintota vertical. Analogamente ao que foi discutido anteriormente é possível mostrar para o aluno que $lim_{x\to-1} \quad \frac{1}{x+1} = \infty$.

Consideramos que, no processo de investigação, é interessante mostrar tanto algebricamente quanto graficamente que a intersecção com o eixo y ocorre quando o valor de x é zero. Este fato sugere ao aluno que, se x não pode ser zero então o gráfico não intercepta o eixo y, reforçando a idéia discutida anteriormente.

Agora, utilizando o raciocínio empregado para a resolução das questões 1 e 2 é possível, levar os alunos a compreenderem que a expressão $\frac{1-2x}{x+1}$ pode ser reduzida também a uma soma de quocientes, ou seja, $\frac{1-2x}{x+1} = \frac{1-2x}{(1+x)(1)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{1}$. Pode-se sugerir aos alunos que iniciem a exploração tentando usar o algoritmo da divisão para escrever o resultado de (1-2x): (x+1), divisão de binômios já conhecida. Na seqüência a equação deve ser manipulada levando-o a:

$$h(x) = a.g(x) + b$$

$$h(x) = a.\left(\frac{1}{x+1}\right) + b$$

$$h(x) = \frac{a + b(x+1)}{x+1}$$

$$h(x) = \frac{(a+b) + bx}{x+1}$$

$$\frac{1-2x}{x+1} = \frac{(a+b) + bx}{x+1}$$

Considerando-se um polinômio igual ao outro, quando seus coeficientes são iguais, teremos:

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$a + (-2) = 1$$

$$a = 1 + 2$$

$$a = 3$$

Portanto: $\text{h(x)} = 3\,\text{g(x)} + (-2)$ ou então, $\text{h(x)} = 3\left(\frac{1}{\text{x}+1}\right) - 2$

Com isto conclui-se que h(x) pode ser descrita como:

- a curva f(x) deslocada de uma unidade para a esquerda do eixo x,
- a curva f(x) deslocada, na direção do eixo y, de duas unidades para baixo,
- a curva f(x) com um alongamento proporcional a 3 na direção do eixo y.

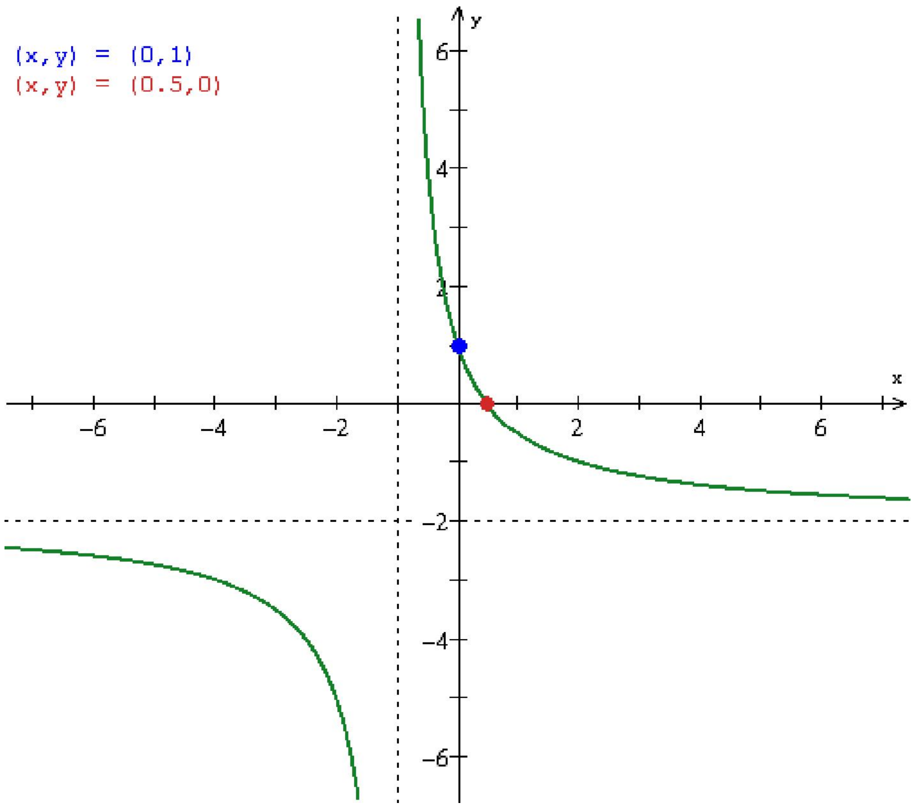

Figura 3. Gráfico da função $h(x) = \frac{1-2x}{x+1}$

Considerações Finais

Na descrição da dupla vimos o movimento de investigação presente. Conforme mencionamos acima, a investigação matemática é um recurso valioso para a construção do conhecimento e para a produção do significado em sala de aula. Porém, em que sentido entendemos que tal tarefa desenvolvida pelos licenciandos caracteriza uma investigação? Qual significado é produzido? Nossa análise do vivido leva-nos a interpretar que o significado produzido pelo licenciando está relacionado a questão do ensino de Matemática. Ou seja, o conteúdo da tarefa para eles não se caracterizava num objeto de investigação. São alunos do último ano de licenciatura que já tem condições de resolver tal tarefa. No entanto, o fato de fazer-lhes pensar sobre ‘como ensinar tal tarefa’ levou-os a reflexão sobre a prática docente, levou-os a busca de alternativas, inclusive de linguagem, para justificar os passos dados. Embora, nas descrições, os licenciandos tenham colocado sua atenção no modo como eles pretendem trabalhar o conteúdo matemático com os alunos do ensino médio, ao discutirem as possibilidades desse trabalho, mostra-se a compreensão da tarefa investigativa. O recurso aos softwares e a calculadora, como modos de ver ou de conjecturar, revela que há uma preocupação em que os alunos do Ensino Médio realizem uma investigação matemática, entendida como citamos acima e é descrito por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), como um processo que favorece ao aluno a construção do conhecimento de uma forma não sistêmica, tornando-o livre para fazer inferências que auxiliem a solução do problema. Ao discutirem, por exemplo, o modo como irão tratar a função, considerando uma função conhecida, os licenciandos apontam para o "reconhecimento da situação" pois vão aproximando o problema proposto a uma situação que lhes é familiar como ponto de partida. O teste das hipóteses vem pela construção gráfica. O recurso ao software é o que surge como favorecimento da visualização para a compreensão do que é construído. A argumentação das hipóteses vale-se do argumento matemático. Ou seja os alunos vão, pelo tratamento algébrico tentando validar suas construções.

A componente intuitiva dada pela expressão gráfica que vai sendo construída gradativamente, segundo Matos e Serrazina (1996), é o que possibilita a visualização e imaginação que são necessárias ao desenvolvimento do raciocínio matemático. Esses autores destacam que é recorrendo a intuição que somos capazes de interpretar os conceitos matemáticos e falar de funções que crescem, ou progressões, de sucessões que tendem, de limites, de convergências, de altura de triângulos, etc. " (Matos e Serrazina, 1996, p. 49).

Mostra-se, na descrição, que os alunos da licenciatura, colocando-se numa postura investigativa produzem significados. As tarefas não são mais apenas "contas" a serem feitas. Elas são problemas desencadeadores de uma postura de professor que deve justificar ao seu aluno o raciocínio empregado na solução. Partindo da investigação, os futuros professores convidam os supostos alunos do ensino médio a construir significado estabelecendo conexões entre as novas idéias e o conhecimento já adquirido. Compreende-se na análise do descrito que há um objetivo implícito ao modo de conduzir as tarefas: os alunos da licenciatura querem compartilhar e desenvolver os significados matemáticos a partir da discussão e da interação entre os seus alunos, e entre os alunos e o professor. Isso mostra-nos a postura investigativa que busca, inclusive, a conversão de registros para a explicitação do compreendido. Articula-se o registro algébrico ao gráfico, recorrendo-se às operações aritméticas (com o uso da calculadora) para justificar fatos.

A análise do descrito revela que os alunos do curso de licenciatura em Matemática realizam investigações no momento em que refletem sobre as possibilidades, sobre os caminhos da construção do conhecimento matemático na sala de aula da Educação Básica. Em nosso entender, o contexto, a aula de Prática de Ensino, deu a orientação do olhar mas o caminho da investigação permaneceu aberto. Embora a tarefa não seja uma situação aberta, o modo como os alunos da licenciatura conduzem a sua proposição é aberto. Os alunos voltam-se para as tarefas analisando o que podem ensinar mas orientam-se pelo seu conhecimento adquirido no curso de formação. A riqueza do descrito, para o que nos dispúnhamos a entender, está no fato de os licenciandos compreenderem que, para aprender matemática, pode-se lançar mão de recursos distintos, buscando o sentido que a tarefa nos faz. A investigação no curso de licenciatura em matemática mostrou-se, nesta ação isolada, como uma possibilidade de formação. A investigação realizada pelos alunos, no curso da tarefa, ou seja, na resolução matemática dos problemas propostos, aconteceu mediante análise matemática, mediante a busca do conhecimento objetivo que lhe permitia dar a resposta. Os recursos disponíveis, no que diz respeito aos conteúdos matemático e da didática, levaram os licenciandos à procura de um modo de expor o conteúdo na Educação Básica, levando-os a pensar em sua tarefa de ensinar matemática. O descrito, aberto a interpretação, aponta que a aula investigativa constitui-se, também, num espaço de formação.

Abre-se pois nova possibilidade de compreensão (e mesmo de atuação): como tornar a prática, no curso de licenciatura, um espaço para a investigação da formação?

Bibliografia e Referências

P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds). (1999). *Investigações Matemáticas na aula e no currículo*. (pp. 35-50). Lisboa: Projecto "Matemática para todos" & Associação dos Professores de Matemática.

Bicudo, M. A. V. (2000). *Fenomenologia*: confrontos e avanços. São Paulo: Cortez.

Cunha, M. H. (2000, Janeiro). Saberes profissionais de professores de matemática: dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação. *Milleniun on.line* 17. Disponível em http://www.ipv.pt/millenium/17_ect5.htm#NOTA. Acesso em 12 de novembro de 2010.

Matos, J. M. ; Serrazina, M. de L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. , Brocardo, J.& Oliveira, H. (2003) *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Serrazina, M. de L., Vale, I., Fonseca, H.& Pimentel, T. (2002). O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. SPCE (Org.).*Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (pp. 41-58). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Agradecimento a FUNDUNESP- Fundação para o Desenvolvimento da Unesp, pelo apoio financeiro para participação no evento

Fundunesp
Av. Rio Branco, 1210
Campos Elíseos, SP, 01206-001