XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
2011 CIAEM
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos
do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Geometria Fractal: uma abordagem atualizada e interdisciplinar da Matemática no Ensino Médio

Ketlin **Weiss**
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil
ketlin.weiss@gmail.com
Daiani Lodete **Pirola**
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil
daianipirola@gmail.com
Francisco **Fernandes**
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil
ticofisica@gmail.com
Maria Carolina Machado **Magnus**
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil
maria.carolina87@hotmail.com

Resumo

O presente trabalho apresenta, como proposta, uma oficina a ser desenvolvida com profissionais da área da Educação Matemática. O objetivo desta oficina é proporcionar aos seus participantes um breve estudo da Geometria Fractal, de algumas possibilidades de inseri-la nas aulas de Matemática do Ensino Médio, bem como relações existentes entre ela e outras disciplinas escolares. A oficina buscará enfatizar, através da Geometria Fractal, a importância da inserção de conhecimentos atuais nas aulas de Matemática e do estabelecimento de trabalhos interdisciplinares, retratando as relações e complementaridade dos conhecimentos das diferentes áreas existentes no mundo além dos muros escolares. Para que, assim, as práticas docentes possam se voltar para uma efetiva educação cidadã, crítica e atualizada.

Palavras chave: educação, matemática, Geometria Fractal, interdisciplinaridade, Ensino Médio.

Mundo atual – conhecimento atual – escola atual

O século XX foi marcante para a ciência como um todo, trazendo reflexos sensíveis para a evolução tecnológica que atualmente presenciamos. Vivemos num mundo permeado pelas tecnologias, imersos num ritmo acelerado de mudanças. As 'máquinas', assim como o conhecimento científico e tecnológico, estão cada vez mais presentes nas diversas esferas da vida do homem moderno, em seu trabalho, transporte, diversão, comunicação, etc., exigindo dele novas capacidades (autogestão, adaptabilidade, flexibilidade, etc) (BELLONI, 2009).

Neste contexto, a escola torna-se responsável por, além de socializar os conhecimentos, também *inserir os sujeitos neste novo mundo*. Inserção esta que traz novos desafios para a educação, como a necessidade de reformulação de suas estruturas, currículos e processos (ARMENGOL, 1998; BELLONI, 2009).

No último século, descobertas no campo da Matemática evidenciaram os sistemas não-lineares, originando a matemática da complexidade, rompendo com a percepção de um mundo linear. Neste contexto, destacamos a Geometria Fractal, ramo da matemática destinado a estudar as formas que se caracterizam por repetições de um determinado padrão com ligeiras e constantes variações. São facilmente identificadas na natureza, na forma de uma couve-flor, em árvores, mariscos e qualquer estrutura cujas ramificações sejam variações de uma mesma forma básica, apresentando sempre cópias aproximadas de si mesmo em seu interior.

Trata-se de um conhecimento matemático relativamente novo, e muitos são os medos dos profissionais da área da educação quando o assunto é a inserção de conteúdos diferenciados em atividades desenvolvidas com alunos do ensino básico, que não aqueles previstos nos PCNs e historicamente trabalhados. A Geometria Fractal dificilmente é inserida na Educação Básica, talvez pelos professores acreditarem que seus educandos não teriam conhecimento suficiente para compreendê-los ou por não encontrarem um método fácil de apresentar e desenvolvê-los ou, então, por eles mesmos não possuírem muita segurança quanto à estes assuntos.

Desta forma, através do presente trabalho busca-se retratar e analisar possibilidades de abordagem dos conceitos relacionados à Geometria Fractal nesta etapa da educação, para que, assim, os alunos possam ter acesso a conhecimentos atuais, percebendo a matemática não como uma ciência pronta e acabada, mas como uma área do conhecimento que evolui de acordo com as necessidades da humanidade.

Interdisciplinaridade

O processo de busca de uma formação ampla, contextualizada, preconizada pela legislação nacional e almejada pela sociedade, traz como desafio o rompimento com a rigidez da divisão disciplinar e o estreitamento das relações entre estas. A adoção de uma prática nos moldes discutidos acima, que considere os conhecimentos atuais da Matemática, bem como sua relação com as mais diversas áreas do conhecimento, levará o professor a uma, praticamente inevitável, evasão das fronteiras disciplinares historicamente constituídas. Trata-se de um grande obstáculo a ser superado, mas que pode trazer muitos benefícios para a educação.

Apesar das diversas discussões, estudos e publicações que tratam deste assunto há alguns anos, observamos como realidade do ensino no Brasil a velha ditadura da fragmentação. As implicações de tal postura na formação de nossos estudantes resultam , entre outras coisas, na insuficiência do ensino realizado em proporcionar o enfrentamento das práticas sociais que exigem uma formação com caráter mais crítico e competente, como destaca Pires (1998).

Porém, vários pesquisadores vem destacando tal problemática e destinando esforços na busca de soluções no campo do ensino, afim de trazer para a população uma formação mais ampla, no intuito de integrar cada vez mais a teoria, a prática e a função social dos conteúdos escolares. Surgem, com isto, outras formas de se propor o ensino, onde a interação entre disciplinas se faz necessária para proporcionar uma formação mais adequada e completa.

Nessa perspectiva de interação disciplinar (ou áreas do saber), vários níveis de complexidade surgem. Multi, pluri, inter e transdisciplinaridade são alguns termos criados para distinguir tais níveis de interação. Dentre os citados o que mais se destaca como sendo uma possibilidade eficaz por alguns autores do ponto de vista epistemológico e metodológico é a interdisciplinaridade (PIRES, 1998; SILVA e TAVARES, 2005; CARLOS, 2007).

Podemos entender que a interdisciplinaridade acontece quando há cooperação e conversa entre as disciplinas dentro de uma ação coordenada. Essa ação pode se desenvolver de várias formas, como destaca Carlos (2007), e na prática deve "estar associada ao elemento (ou eixo) de integração das disciplinas, que norteia e orienta as ações interdisciplinares.". Carlos (2007) afirma ainda que a riqueza da interdisciplinaridade vai muito além de planos como o epistemológico, teórico ou didático. Para o autor, "sua prática na escola cria, acima de tudo, a possibilidade do 'encontro', da 'partilha', da cooperação e diálogo".

É buscando facilitar a realização de um trabalho docente nesta perspectiva que se apresenta este trabalho. Discutindo a pertinência da inserção da Geometria Fractal no Ensino Médio e suas relações com diferentes disciplinas, espera-se que sejam abertas portas para que o professor possa pensar em sua prática e buscar estabelecer outras relações, enriquecendo seu trabalho e mostrando aos seus alunos como a Matemática encontra-se permeada nas/pelas mais diversas áreas, formando, com estas, um todo comum que se complementa, diferente da visão fragmentada que a organização escolar lhes apresenta.

Geometria Fractal: proposta de abordagem

A Geometria Fractal, conforme citado acima, estuda as formas que se caracterizam por repetições, ou iterações, de um determinado padrão com ligeiras e constantes variações. Quando analisado em diferentes escalas, o fractal se mostra sempre similar ao todo, apresentando cópias de si mesmo em seu interior, fato este conhecido como auto-similaridade.

Ao estudarmos a Geometria Fractal, além do contato com um conhecimento novo, uma matemática na qual os aspectos qualitativos sobressaem-se aos quantitativos, nos permite, também, encontrar aplicações, exemplificações ou variações dos conteúdos que já historicamente encontram-se incluídos nas ementas da disciplina de Matemática do Ensino Médio. Podendo encontrar, ainda, links entre a Matemática e outras disciplinas, como, a Biologia e as Artes.

A Geometria Fractal trata-se de um conhecimento novo dentro da Matemática e que, portanto, não está presente em muitos cursos de Licenciatura. Diversos são os profissionais formados que tem pouco ou nenhum contato com este conteúdo quando concluem o curso superior. Mesmo aqueles que tiveram o estudaram, protelam no momento de inseri-los nas ementas preparadas para suas aula no Ensino Médio. Diversos são os motivos: um conhecimento excessivamente superficial, falta de domínio ou problemas com sua transposição didática.

Julgamos, portanto, importante que este conhecimento seja abordado na forma de Oficina, pois, deste modo, é possível corrigir as lacunas deixadas pela formação dos profissionais que dela participarem. Adequando, assim, as discussões e explanações de acordo com o conhecimento prévio e desejos daqueles, bem como esclarecer dúvidas, inquietações e inseguranças que os tenham impedido de trabalhar com a Geometria Fractal até o momento.Buscaremos, ao longo deste trabalho, analisar as possibilidades de abordagens da Geometria Fractal, numa perspectiva de ensino atualizado, contextualizado e interdisciplinar.

Como metodologia de trabalho da oficina, propõe-se um diálogo constante com os participantes. Haverá a exposição dos conceitos, ideias e propostas relacionadas a utilização de fractais em diversas disciplinas (Matemática, Artes, biologia, entre outros) por parte da apresentadora, seguido de diálogo com o participante sobre a pertinência de cada uma delas e a realização, por parte dos participantes, das atividades que se propõe que sejam levadas para a sala de aula, numa tentativa de levá-los a sentir o que seus alunos sentiriam caso fizessem-nas, quais poderiam ser suas dificuldades, anseios e aprendizados. Deste modo, a carga horária total de 2 horas será dividida em cerca de 30 minutos de explanação, 45 minutos de discussões e diálogos e 45 minutos para a realização dos exercícios propostos. Ressaltamos que estas atividades irão se mesclar, alternando os momentos de explanação, diálogo e exercícios ao longo da oficina. As propostas de abordagem da Geometria Fractal, conteúdos, conceitos, exercícios, aplicações, etc. trabalhadas na oficina são as apresentados no subtítulo que segue, “A Geometria Fractal e as diferentes áreas do conhecimento”.

A Geometria Fractal e as diferentes áreas do conhecimento

A Geometria Fractal e a disciplina de Matemática

Curva de Koch.

Um dos fractais mais conhecidos é trata-se da Curva de Koch. Foi um dos primeiros Fractais a serem descritos, aparecendo a primeira vez num artigo em 1904. Sua construção pode ser descrita da seguinte forma:

1 – traça-se uma reta;

2 – divide-se esta reta em três segmentos de igual comprimento;

3 – desenha-se um triângulo eqüilátero, para o qual o segmento central, referido no passo anterior, servirá de base;

4 – apaga-se o segmento que serviu de base para o triângulo construído no passo anterior. Obtem-se desta forma uma nova figura (conforme a *figura 1*), com quatro lados, cada um com um terço do comprimento do segmento inicial.

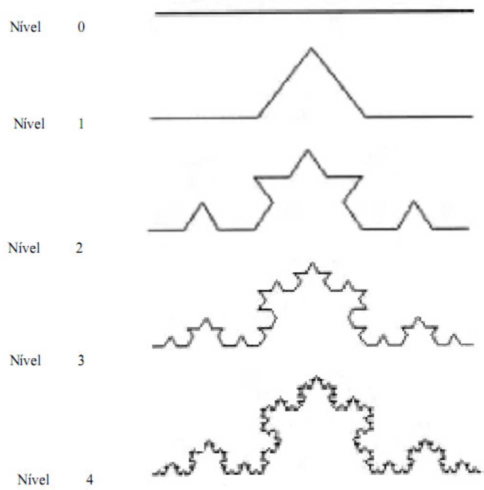


Figura 1. Curva de Koch em suas primeiras iterações.

A partir desta figura podem ser trabalhados diversos conteúdos matemáticos como: construção de tabelas, regras da potenciação, fatoração, dedução de fórmulas, logaritmos e PG. Vejamos, por exemplo, considerando um segmento de reta inicial, de comprimento L, a construção de uma tabela contendo: número de lados de cada iteração, número total de lados de cada figura e comprimento total da figura; construindo, ao final, uma equação que determine cada um destes valores na n-ésima iteração. A tabela obtida será:

Tabela 1

Dados relativos à Curva de Koch de comprimento inicial L

iteração	Número de lados (N)	Comprimento do lado (C)	Comprimento total da figura (F)
0	1	L	L
1	$4 = 4^1$	$L/3 = L \cdot 1/3$	$L/3 \cdot 4$
2	$16 = 4^2$	$L/9 = L \cdot (1/3)^2$	$L/9 \cdot 16$
3	$64 = 4^3$	$L/27 = L \cdot (1/3)^3$	$L/27 \cdot 64$
...	...	...	...
N	$N = 4^n$	$C = L \cdot (1/3)^n$	$F = 4^n \cdot L \cdot (1/3)^n$

Nota. Proposta de atividade a ser desenvolvida pelos alunos

A construção de tabelas - suas regras, padrões e possibilidades - já se trata de um conhecimento a ser trabalhado na disciplina de matemática. Mas, além deste, a atividade proposta possibilita também o trabalho com diversos conceitos da matemática básica - como frações, propriedades de multiplicação e da potenciação – bem como o estudo de Progressões Geométricas – o que são, termo geral, razão, etc.

Com as equações obtidas, é possível, ainda, explorar sua resolução, propondo diferentes problemas, atribuindo valores para n, L, N, C ou F. Dependendo da variável à qual os valores forem atribuídos, poderá ser necessária a utilização de logaritmos para sua resolução, sendo este um momento para trabalhar sua utilidade e as propriedades que forem pertinentes.

Ilha de Koch.

A Ilha de Koch é também conhecida como Floco de Neve, uma vez que sua construção gera uma figura muito semelhante à alguns flocos de neve quando vistos através de um microscópio. Ela é muito semelhante à Curva de Koch, a única diferença é que seu processo inicia-se com um triângulo eqüilátero e não um segmento de reta.

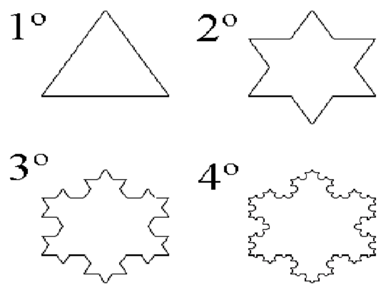


Figura 2. Ilha de Koch em suas primeiras iterações.

As iterações que dão origem à Ilha de Koch são as mesmas apresentadas para a curva, sendo que deverão ser aplicadas à cada um dos lados do triângulo inicial.

A Ilha de Koch permite um trabalho muito semelhante ao anterior, com a construção de uma tabela contendo número de lados da figura, comprimento de cada lado e perímetro da figura. Neste momento, além dos conceitos de matemática básica, Progressões Geométricas, resolução de equações e logaritmos, o professor pode aproveitar para recordar conceitos já estudados no Ensino Fundamental como as classificações dos triângulos e o significado do termo ‘perímetro’.

Como curiosidade, podemos utilizar, como exemplo, uma Ilha de Koch cujo lado inicial mede 30cm. Pode-se pedir que os alunos descubram quantas iterações seriam necessárias para que o perímetro da figura seja grande o suficiente para dar uma volta completa ao redor da Terra. Nessa tarefa seria necessário que os alunos descobrissem como se determina o tamanho da circunferência terrestre, pesquisasse qual o raio da Terra e, finalmente descobri-se que o perímetro necessário precisaria ser de aproximadamente 40.200km. De posse desta informação, calcula-se o número de iterações que levariam a tal perímetro, obtendo, como resultado, $n = 38$. Ou seja, com apenas 38 repetições da lei de formação deste fractal, obteríamos uma figura que, embora ainda caiba sobre a mesma folha de papel na qual foi desenhada originalmente – uma vez que seu ‘tamanho’ não muda, a figura fica, apenas, cada vez mais densa – obteríamos uma figura com perímetro grande o suficiente para dar um volta completa em nosso planeta.

Triângulo de Sierpinski.

O Triângulo de Sierpinki trata-se de um fractal que pode ser obtido através de dois métodos distintos. O primeiro assemelha-se àquele utilizado para a construção da Curva e da Ilha de Koch.

1 – desenhe um triângulo eqüilátero

2 – utilizando os pontos médios de suas laterais, faça um novo triângulo, o que ficará invertido, obtendo, assim, quatro triângulos;

3 – retire o triângulo central e repita o processo com cada um dos triângulos restantes.

A figura resultante será:

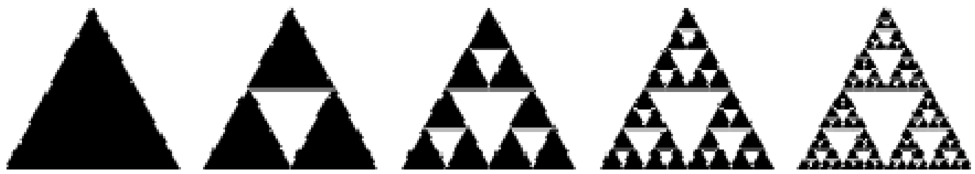


Figura 3. Triângulo de Sierpinki em suas iterações iniciais.

Ao optar por esta construção, o professor poderá trabalhar de maneira semelhante ao que fez nos fractais anteriores, construindo tabelas que relacionem o comprimento do lado de cada um dos triângulos, a sua área e a área total da figura com o número de iterações realizadas.

Neste caso, outros conceitos aparecerão, complementando os já vistos anteriormente: a determinação das novas alturas a cada iteração e o cálculo da área de um triângulo.

Será possível perceber que, a cada iteração temos um maior número de quadrados mas, em contrapartida, uma menos área. Tal fato é utilizado na confecção de antenas fractais. Com uma antena construída de acordo com um triângulo de Sierpinski, temos um tamanho externo fixo, com o uso de menos material, tornando-o mais leve mas sem afetar em sua funcionalidade.

Figura 4. Antena Fractal.

Outra forma de obter o Triângulo de Sierpinski é uma excelente maneira de mostrar como podemos ver emergir uma ordem a partir de sistemas caóticos, constituídos por eventos aleatórios. É o que muitos chamam de "Jogo do Caos". Ele funciona da seguinte maneira:

Numa folha marcam-se três pontos, com diferentes cores, formando um triângulo eqüilátero;

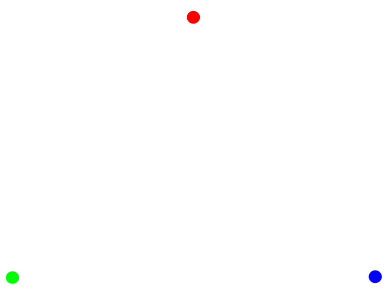


Figura 5. Tabuleiro do Jogo do Caos.

O jogo é realizado utilizando-se um dado no qual as faces representam as cores dos vértices do triângulo do tabuleiro (duas faces azuis, duas verdes e duas vermelhas), uma régua e uma caneta. Os passos a seguir são:

1 – escolhe-se um ponto qualquer, dentro da área formada pelos vértices;

2 – joga-se o dado;

3 – marca-se, com a caneta e o auxílio da régua, o ponto médio entre o ponto inicial e o vértice da cor obtida no dado;

4 – joga-se novamente o dado;

5 – marca-se, novamente o ponto médio, mas agora entre o ponto marcado na etapa 3 e o vértice da cor obtida com o dado na etapa 4;

6 – e assim sucessivamente, utilizando sempre o último ponto marcado e o vértice da cor obtida pelo dado a cada jogada realizada.

Veja, como exemplo, a figura 6. Nela tem-se, na primeira jogado uma das faces vermelhas do dado; na segunda jogada uma das faces azuis do dado e na terceiras joga novamente uma das faces vermelhas do dado.

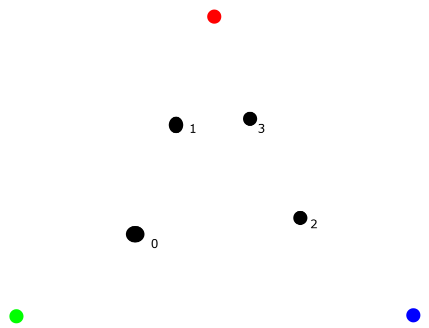


Figura 6. Exemplo de primeiras três jogadas do Jogo do Caos.

Num contexto de sala de aula, é possível realizar esta atividade utilizando transparências e canetinhas, solicitando que cada aluno, ou dupla, realize o maior número de jogadas possível. Ao final, as transparências são sobrepostas, tornando possível perceber como o padrão que emergente será o Triângulo de Sierpinski. Tal fato fica cada vez mais fácil de ser identificado conforme o total de pontos marcados, nas transparências sobrepostas, vai superando os cem pontos. Com isso, os alunos podem, através de uma atividade lúdica, perceber que mesmo em eventos aleatórios é possível identificar uma ordem e que ela surge automaticamente, a medida que os fenômenos são sobrepostos e analisados.

Dimensão Fractal.

Nos últimos tempos o termo "dimensão" vem ganhando destaque com o desenvolvimento da tecnologia que permite a exibição de filmes 3D nos cinemas e, até mesmo, de televisores com imagem tridimensional. Na escola também fala-se em figuras planas e sólidos geométricos, R2 e R3, etc. Porém, o que efetivamente significa este termo ou porque atribuídos os números 2 e 3 (ou mais) para eles, dificilmente é discutido com os alunos. Com isto, ao estudar a dimensão fractal é possível que o professor discuta com seus alunos esta terminologia e seus significados.

Na Geometria Fractal as dimensão não são 1, 2 ou 3. Os Fractais não se enquadram nestas dimensões, mas assumem dimensões intermediárias, sendo representadas por valores fracionários. A dimensão irá representar o nível de irregularidade (ou complexidade) de um fractal, estando relacionado ao espaço por ele ocupado.

A dimensão fractal pode ser determinada de diferentes formas, mas privilegiaremos aqui o chamado de *Box Counting* (contagem de caixas). O método consiste em cobrir a figura com uma malha quadriculada de lado σ e contar quantos *n* quadrados contêm pelo menos um ponto da figura. Se a malha for muito larga (com σ grande), a cobertura será pouco precisa, mas a precisão aumentará se estreitarmos a malha, diminuindo o lado σ dos quadrados, fazendo-o tender para zero (ZAVALA, 2007, p. 57).

Tal método pode ser utilizado para o cálculo da complexidade de determinada falha geológica como, por exemplo, a indicada na figura 7.

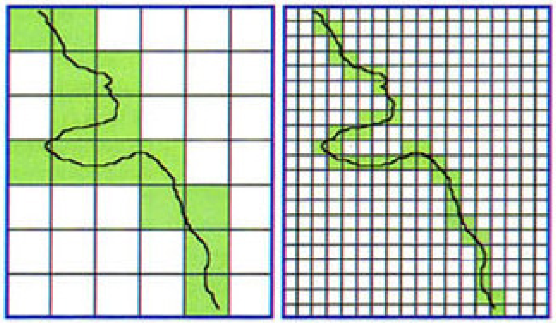


Figura 7. Utilização do Box Counting.

Na primeira parte temos as 'caixas' com um tamanho σ e, neste caso, teremos 14 'caixas' contendo pelo menos um ponto da falha (n = 14). Na segunda parte, quanto o tamanho das 'caixas' é reduzido a σ/3, temos 43 'caixas' contendo pelo menos uma parte da falha (n = 43).

Conhecendo valor de σ, podemos realizar os seguintes cálculos: d = $\frac{\log\sigma}{14}$ e d = $\frac{\log\frac{\sigma}{3}}{43}$. Diminuindo o tamanho das 'caixas' e repetindo os cálculo, perceberemos que o resultado irá tender a um determinado valor, sendo este a dimensão fractal da figura analisada. Dependendo da aplicação feita, diferentes conclusões podem ser tiradas, conforme veremos a segui, em sua aplicação em exames de detecção de células cancerosas.

A Geometria Fractal e a disciplina de Biologia

A Geometria Fractal apresenta um interessante link entre as disciplinas de Matemática e a Biologia. Tal link se dá através dos conhecimentos relativos à determinação da Dimensão Fractal. Apresentou-se, acima, os mecanismos de determinação da dimensão fractal. Tais mecanismos encontram uma importante aplicação na medicina, no que se refere à exames médicos destinados à detecção de células cancerosas.

Dentre os vários métodos de estimativa da dimensão fractal existentes na literatura, o método Box-Couting poderá ser aplicado para realizar prognósticos da mucosa oral. O método Box-Couting para determinação da Dimensão Fractal, conforme já visto acima, se baseia na contagem de caixas, ou quadrados, de vários tamanhos que cobrem uma figura.

De acordo com Zavala (2007), para medir a 'tortuosidade' da borda tumoral por meio da Geometria Fractal, o princípio é simples: quanto mais agressivo o câncer, mais infiltrativo será seu crecimento. Logo, a linha de 'fronteira' entre os tecidos ocupa o espaço mais densamente, pois, sendo mais rugosa, apresenta maior dimensão. A figura abaixo ilustra lâminas da mucosa da boca, evidenciando o epitélio (tecido superficial da mucosa, mais corado, compacto e sem vasos) e o estroma (tecido situado sob o epitélio, menos corado, mais frouxo e com vasos). A linha traçada entre um e outro (A) representa a interface (fronteira) entre eles. O tecido canceroso (B), cujo crescimento é infiltrativo, apresenta maior sinuosidade nessa fronteira.

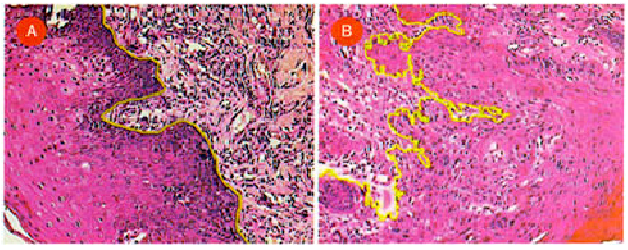


Figura 8. Material para exame por Box Counting. Extraído da revista Ciência Hoje, vol. 39, n.º 232.

Por meio deste exemplo de aplicação da Geometria Fractal na área da medicina – mais especificamente na realização de prognósticos mais confiáveis de neoplasias da mucosa oral, é possível abordar com alunos de Ensino Médio o estudo dos logaritmos, tendo em vista que, para o cálculo da Dimensão Fractal é necessário à utilização dos mesmos. Além disso, outros conteúdos também poderiam ser abordados através desta aplicação, como por exemplo, a dimensão euclidiana e as funções exponenciais na matemática, câncer, células cancerosas, DNA, doenças hereditárias, genes, entre outros em biologia.

É importante ressaltar que, a aplicabilidade da Geometria Fractal não está presente apenas na medicina, mas também em outras áreas do conhecimento. A Geometria Fractal, através da riqueza de possibilidades que apresenta, poderia ser explorada como uma ferramenta motivadora para o ensino/aprendizagem de determinados conteúdos.

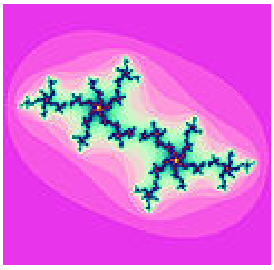
A Geometria Fractal e a disciplina de Artes

Nas artes, destacam-se os fractais que formam o chamado Conjunto de Julia. Gaston Julia foi um matemático francês que, prestando serviços militares na 1ª Guerra Mundial, aos 21 anos de idade, foi gravemente ferido em combate, perdendo o nariz e permanecendo por um longo período de tempo internado num hospital.

No tempo que passou hospitalizado, Julia dedicou-se a estudar o comportamento de números complexos, quando iterados a partir da função $F(z) = z^2 + c$. Ele percebeu que, com esta técnica, para determinados valores de c, o gráfico dos resultados obtidos em cada iteração num plano complexo restringiam-se a determinadas áreas, formando lindas imagens.

Atualmente, com um uso da computação, tornou-se mais fácil construir estas figuras, testando diferentes valores para c e colorindo o resultado obtido. Vejamos alguns exemplos:

a)



b)

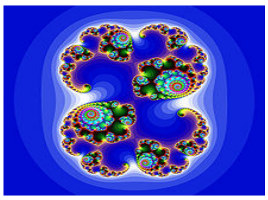


Figura 9. Conjunto de Julia para: a) $c=(\varphi-2)+(\varphi-1)i$ - $c=-0.4+0.6i$; b) $c=0.285+0.01i$.

Considerações finais

Através do exposto ao longo do presente trabalho percebe-se que, apesar de se tratar de um conhecimento novo na Matemática, a Geometria Fractal pode ser inserida no Ensino Médio, sem que para isso os conteúdos tradicionais sejam deixados de lado, mas relacionando-os com este. Trata-se de uma possibilidade de abordagem de diversos conceitos matemáticos, com a inclusão de algo atual, que pode mostrar aos alunos que a visão que muitos tem a respeito da Matemática, como pronta e acabada, é errônea e que esta evolui junto com as demais ciências e a humanidade.

Pode-se, também, ter uma breve visão de diferentes inserções da Matemática em outras disciplinas, sendo estes apenas dois exemplos das diversas possibilidades de trabalho interdisciplinar que a Geometria Fractal oferece. Sendo possível trabalhar, ainda, com a análise de falhas geográficas (Geografia), com a história recente das ciências (História), com as mudanças de concepções de mundo e conhecimento no início do século XX (Filosofia), etc.

Não podemos pensar numa educação ampla e contextualizada negligenciando os avanços dos mais diversos conhecimentos científicos – continuando a ensinar apenas aquilo que foi desenvolvido durante ou antes do século XIX – ou as relações existentes entre os conhecimentos pertinentes às diferentes disciplinas, os quais, na prática, encontram-se imbricados, complementando-se na busca pela compreensão do mundo e por um viver melhor. A escola deve ser capaz de fornecer, aos alunos, ferramentas que lhe permitam viver no mundo que o cerca e é nesta direção que devemos adequar tanto nossas práticas quanto os conteúdos que ensinamos.

Bibliografia e referências

ARMENGOL, M.C. (2008) Docencia y Nuevas Formas de Aprendizaje em Universidades a Distancia in : Iberoamérica. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia***.** 1(2), 11-24.

BELLONI, M.L. *O que é mídia-educação*. 3ª ed. rev. Campinas, SP. Autores Associados, (2009)

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2002a.

CARLOS, Jairo Gonçalves. *Interdisciplinaridade no ensino médio*: desafios e potencialidades. 2007. 171. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências)-Universidade de Brasília, Brasília, (2007).

PIRES, M.F.C. Multidisciplinaridade, Transdiciplinaridade e Interdisciplinaridade no ensino. *Revista Interface - Comunicação, Saúde, Educação.* 2. UNESP. São Paulo, (1998)

SILVA, B. I.; TAVARES, O. A. O. Uma pedagogia multidisciplinar, interdisciplinar ou transdiciplinar para o ensino/aprendizagem de Física. *Holos*, ano 2 (maio de 2005).

Anexo

Anexo 1 - Guia de Trabalho

1 - Mundo atual – conhecimento atual – escola atual: Discussão com os professores a respeito das novas demandas da escola e a influência das TICs nesse contexto.

2 - Fractais e Interdisciplinaridade: estudo de uma possibilidade: Apresentação de conceitos chaves a respeito da geometria Fractal e apresentação de possibilidade de sua utilização como eixo estruturador de uma proposta interdiscilinar.

3 - Interfaces**:** Fractais e as disciplinas de Biologia, Matemática e Artes.

Anexo 2 – Informação geral

Informação geral	
Título da Oficina: Geometria Fractal: visando uma abordagem atualizada e interdisciplinar da Matemática no Ensino Médio	
Nome dos autores: Ketlin Weiss, Daini Lodete Pirola, Francisco Fernandes, Maria Carolina Magnus Machado	
Instituição dos autores: Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC	
País dos autores: Brasil	
Número de horas mais convenientes	2 horas
Nível de escolarização para o qual será dirigido	Ensino Médio
Número Máximo de pessoas	20
Equipamentos audiovisuais ou informáticos necessários	Projetor Multimídia