



## O Estudo de Sólidos Geométricos sob o Enfoque da Confeção Artesanal de Embalagens

Tatiéle Carla Costella **Simoni**

Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Sul

Brasil

[tatielecarlac@yahoo.com.br](mailto:tatielecarlac@yahoo.com.br)

Adriana **Richit**

Universidade Federal da Fronteira Sul & GPIMEM

Brasil

[adrianarichit@gmail.com](mailto:adrianarichit@gmail.com)

### Resumo

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa, em nível de especialização, que foi desenvolvida com estudantes do curso de Design de uma faculdade da cidade de Erechim/RS, na disciplina Desenho Geométrico, cujo objetivo consistia em estudar e compreender o conteúdo ‘sólidos geométricos’ a partir de diferentes recursos e enfoques, tais como confeção artesanal de embalagens e o uso de software de geometria dinâmica. Os estudantes realizaram atividades de confeção artesanal de embalagens, combinando o uso de recursos diversificados, estratégia essa que proporcionou maior autonomia na realização das atividades de construção e investigação de protótipos de sólidos geométricos. As estratégias pedagógicas e os diferentes recursos utilizados contribuíram para que os estudantes experimentassem uma abordagem diferenciada desse conteúdo.

*Palavras-chave:* Sólidos Geométricos, Confeção Artesanal de Embalagens, Software de Geometria Dinâmica. Tecnologias Informáticas.

### Introdução

Diferentes formas geométricas estão presentes nas coisas e nos fenômenos do cotidiano, embora na maioria das vezes não nos apercebemos de tais formas ou de suas propriedades. Na natureza podemos encontrar coisas que lembram ou exemplificam diversas formas geométricas, tais como os hexágonos que dão forma aos favos de mel de uma colmeia, o círculo que dá forma ao sol, bem como os polígonos estrelados que brilham a luz do sol nos canteiros de margaridas.

E mais, muitos conceitos e propriedades geométricos constituem os fundamentos de diversas profissões, quer seja de natureza técnica ou artística.

Em síntese, através de formas, desenhos ou propriedades, diversificados conceitos geométricos apresentam-se no dia-a-dia das pessoas. Assim, entendemos que a abordagem das diferentes geometrias (plana, espacial e analítica) precisa estar articulada às formas geométricas que permeiam o contexto do estudante, contexto esse que se constitui em um mundo de formas. Do mesmo modo, consideramos que as embalagens de produtos comercializados são recursos adequados para a abordagem do conteúdo sólidos geométricos, os quais são de fácil acesso e podem ser explorados a partir de diversos enfoques e com diferentes recursos.

É nessa perspectiva que o estudo sintetizado em (Simoni, 2009) foi desenvolvido, cujos resultados evidenciam a necessidade do professor desenvolver diferentes estratégias de aprendizagem, a partir do uso de recursos diversificados, no estudo de geometria espacial, em particular no estudo do conteúdo sólidos geométricos. Nas secções seguintes explicitamos os encaminhamentos e os resultados do referido estudo.

### Sólidos Geométricos: do Cotidiano à Sala de Aula

As formas dos sólidos geométricos estão presentes em nosso cotidiano, como, por exemplo, nas embalagens de produtos comerciais, as quais podem estar nas prateleiras dos supermercados dando forma ou armazenando produtos diversificados, bem como dão forma a uma bola de futebol, um brinquedo, etc., conforme mostrado na figura seguinte.



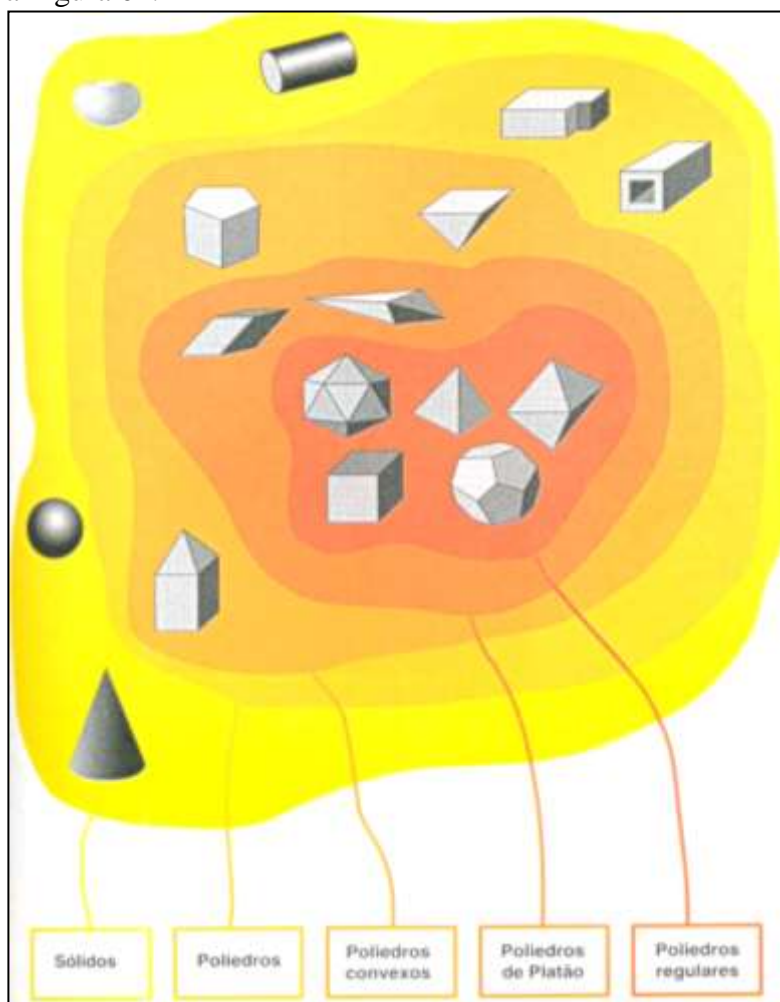
**Figura 01:** Sólidos geométricos sob a forma de alguns produtos

Nestes casos essas formas espaciais são identificadas de acordo com o produto que acondicionam ou que constituem e não pela sua forma ou estrutura geométrica. Isso se deve porque as pessoas em geral não possuem as mesmas percepções de um profissional que utiliza cotidianamente tais conceitos e que dispõe de amplo conhecimento sobre essas formas, suas propriedades e aplicações matemáticas e práticas. Contudo, entendemos que se os conceitos geométricos inerentes ao conteúdo sólidos geométricos fossem abordados na escola a partir de diferentes estratégias e contextualizados no cotidiano dos estudantes, estaríamos propiciando-lhes novas possibilidades de aprendê-los.

Além disso, consideramos que o estudo do conteúdo sólidos geométricos possibilita a abordagem de geometria plana, espacial e analítica, pois a construção das figuras espaciais pressupõe conhecimentos relativos a conceitos fundamentais, tais como ponto, plano, retas paralelas, perpendiculares, faces, arestas, quadriláteros, triângulos, polígonos, entre outros. Do mesmo modo, a representação algébrica desses conceitos e propriedades geométricas constitui os fundamentos da geometria analítica. Contudo, na abordagem escolar, o estudo de geometria espacial é predominantemente algébrico, visto que há excessiva preocupação com a apropriação de fórmulas que estimam áreas e volumes.

O estudo da geometria espacial na escola perpassa a abordagem de diversos conteúdos, dentre eles os sólidos geométricos, classificados de acordo com suas características e propriedades específicas. Nesse contexto, um sólido geométrico é entendido como “qualquer corpo tridimensional que não é vazio (ou oco<sup>1</sup>), isto é, que é maciço” (Cândido, 1997 pp. 37).

De acordo com essa autora, os sólidos geométricos podem ser classificados em *sólidos*, *poliedros*, *poliedros convexos*, *poliedros de Platão* e *poliedros regulares* (Cândido, 1997, pp.63), conforme ilustra a Figura 02.



**Figura 02:** Classificação dos sólidos geométricos segundo (Cândido,1997).

<sup>1</sup> Pode ser dito, também, vazado.

No âmbito da classificação apresentada por Cândido estão os poliedros. Poliedro é um o sólido que possui um número finito de faces, planas. Os poliedros são classificados em regulares ou não regulares. O que diferencia um do outro é que as faces dos poliedros regulares são polígonos regulares iguais, todos os vértices são pontos de intersecção de um mesmo número de arestas e, ainda, todos são convexos. Segundo (Cândido, 1997 pp. 53), “entre os antigos gregos, os poliedros regulares foram chamados corpos cósmicos ou sólidos platônicos, devido à maneira pela qual Platão os utilizou para explicar os fenômenos científicos”.

De acordo com a classificação sugerida na Geometria Espacial, os poliedros são subclassificados em: *prismas* – sólidos geométricos cujas bases são dois polígonos congruentes, situados em planos paralelos e cujas faces laterais são paralelogramos, *pirâmides* – sólidos geométricos que têm por base um polígono qualquer e por faces laterais triângulos que possuem um vértice em comum.

Além disso, na categoria sólidos geométricos há outras classificações, dentre os quais estão os sólidos de revolução, que são: *cilindros* – sólidos geométricos gerados pela revolução de um retângulo em torno de um de seus lados; *cones* – sólidos compreendidos por uma superfície cônica e que pode ser gerada pela revolução de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos; *esferas* – sólidos gerados pela rotação completa de um semicírculo em torno de seu diâmetro e cuja superfície (esférica) tem todos os seus pontos igualmente distantes de um ponto interior, o qual é denominado centro.

Percebemos, assim, que há diversificados sólidos geométricos. No entanto, devido às dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos, consideramos que a compreensão desses conceitos pode ser favorecida na medida em que o professor procura abordá-los no contexto de diferentes recursos e estratégias de aprendizagem. Na perspectiva desse entendimento enfatizamos a utilização de softwares de geometria dinâmica, bem como a confeção de embalagens como uma forma de modificar a abordagem desses conceitos.

Visando experimentar novas formas de abordar esse conteúdo, propomos o estudo do mesmo tomando a construção de embalagens e o uso de software de geometria dinâmica como estratégias pedagógicas. Diante disso, algumas atividades, as quais consideramos importantes no contexto do conteúdo abordado, precederam a prática promovida, conforme destacamos na seção seguinte.

### **Atividades que Precederam a Construção de Sólidos Geométricos**

A abordagem do conteúdo sólidos geométricos no âmbito do estudo de (Simoni, 2009) perpassou diferentes momentos e estratégias pedagógicas e envolveu estudantes do Curso de Design, que cursaram a disciplina Desenho Geométrico. Os estudantes dedicaram-se ao planejamento e confeção de embalagens artesanais destinadas ao acondicionamento de bombons. O tema adotado para a personalização das embalagens foi o dia dos namorados.

Na primeira sessão de coleta de dados os estudantes foram informados sobre a proposta de trabalho que seria desenvolvida, seus objetivos e de que forma ocorreriam as etapas do trabalho de confeção das embalagens. Salientamos a importância da assiduidade nos encontros e a participação de todos na execução das tarefas, visando o aproveitamento e envolvimento dos alunos. As atividades foram desenvolvidas no horário regular da disciplina.



Após concluírem a sistematização de algumas características dos modelos de sólidos geométricos, os alunos foram questionados a respeito de quais desses estão mais presentes na forma de embalagens. Ressaltaram que seriam os prismas e as pirâmides e apenas em alguns casos recordaram embalagens que fariam parte de outra classificação. Concluída a atividade de sistematização das características dos modelos de sólidos apresentados, os alunos realizaram uma busca em livros e *sites* de matemática sobre planificação de sólidos e as equações para o cálculo de área e volume de prismas e pirâmides, conforme mostrado na figura subsequente.

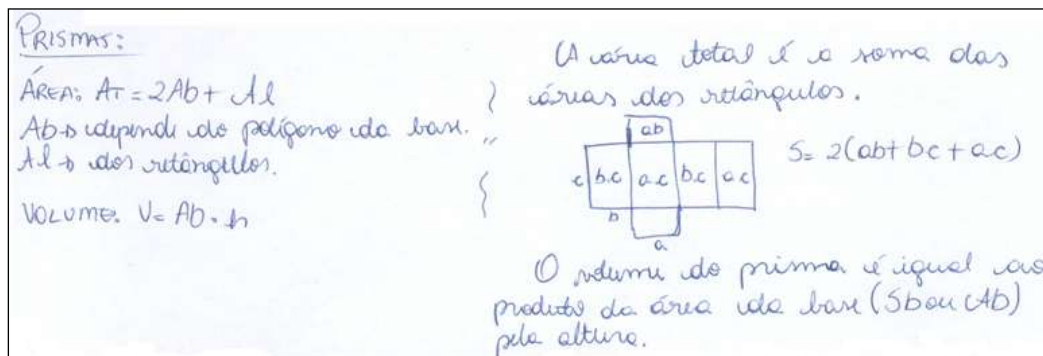


Figura 05: Esboço da planificação de um prisma.

Essa atividade contribuiu para o entendimento dos alunos em relação à planificação de sólidos geométricos, tais como prismas e pirâmides de bases: triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal. Assim, para esboçar o projeto da embalagem para acondicionar chocolates, as duplas recorriam aos dados levantados, ver Figura 5. Esta atividade permitiu que os alunos ampliassem a investigação sobre conceitos e propriedades dos prismas e pirâmides, favorecendo posteriormente, a representação desses no software Wingeom e a construção artesanal das embalagens. Além disso, as informações sobre áreas e volumes, obtidas em livros didáticos, facilitaram a análise da capacidade volumétrica da embalagem que seria confeccionada, bem como sobre o material necessário para confeccioná-la e o custo disso.

A atividade seguinte foi realizada no laboratório de informática da referida faculdade e propiciou aos estudantes a representação dos sólidos que haviam planificado anteriormente. Esse aspecto contribuiu para que os alunos percebessem a importância que as propriedades e os cálculos de área e volume possuem para o planejamento e confecção de embalagens.

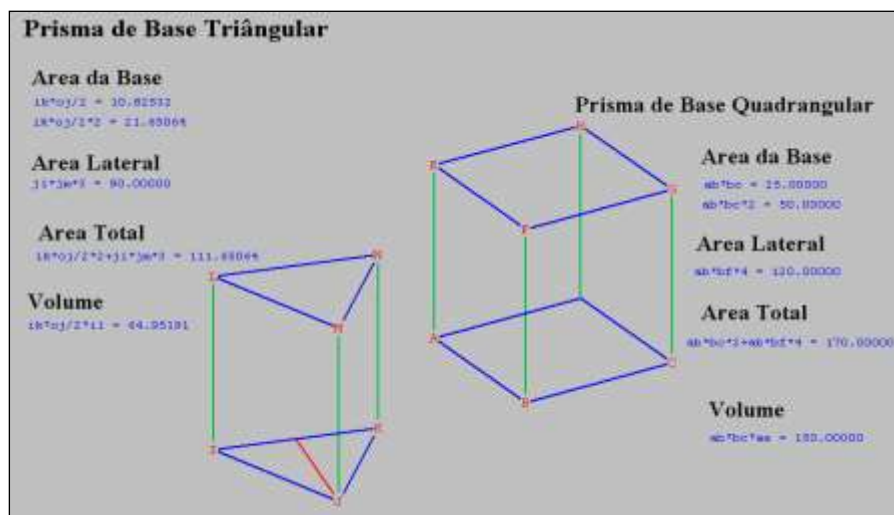


Figura 06: Atividade desenvolvida no Wingeom.



A geometria dinâmica<sup>1</sup>, geometria implementada em um ambiente informatizado de aprendizagem, tal como propõe (Richit et al.,2008), permite que as representações geométricas sejam modificadas e animadas sem alterar suas características iniciais. No âmbito da educação matemática, a geometria dinâmica é usada para referenciar a geometria implementada em ambientes informatizados, nos quais é possível realizar a construção de objetos geométricos e manipulá-los por meio do recurso “arrastar” com o mouse, preservando-se as propriedades fundamentais que caracterizam o objeto geométrico. Além disso, propiciam oportunidades de explorar propriedades e relações geométricas tanto intuitiva quanto indutivamente, é possível que os estudantes formulem e comprovem novas hipóteses.

Esse aspecto contribuiu para o entendimento dos conceitos focados nos sólidos geométricos representados no Wingeom e, também, na construção das embalagens, pois os estudantes podiam visualizar suas características e dimensões antes de construí-la efetivamente. A possibilidade de interagir com a representação produzida no software Wingeom auxiliou os estudantes na compreensão de diferentes sólidos geométricos. Para (Borba e Penteado ,2007, pp.45), a utilização de uma nova mídia “abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento”.

Além disso, a partir da análise dos questionários respondidos pelos alunos pudemos perceber que o Wingeom contribuiu para o aprendizado de propriedades e características dos sólidos geométricos estudados no decorrer das atividades e, também, para posteriormente auxiliar no processo de construção de embalagens, conforme evidencia o depoimento seguinte.

**Professora: Descreva sua experiência de aprendizagem ao elaborar embalagens artesanais, utilizando o software Wingeom na realização de investigações matemáticas, ressaltando de que forma essa estratégia pode favorecer sua aprendizagem.**

**Aluno X:** *Foi muito útil e trouxe uma ideia de realidade, pois as três dimensões traziam mais detalhes, o que possibilitou ideias para a criação de embalagens com base nos prismas e pirâmides.*

Todo o processo de construção dos modelos de sólidos geométricos realizados com a utilização do Wingeom foi desenvolvido levando em consideração que as figuras obtidas com as construções poderiam, efetivamente, ser empregadas no acondicionamento de produtos específicos. As construções geométricas visavam à compreensão das características e propriedades dos sólidos geométricos visualizando-os também como embalagens.

Observamos, ainda, que o uso do software Wingeom auxiliou os estudantes na confecção artesanal das embalagens, pois propiciou que visualisassem previamente a forma da embalagem e, também, para que pudessem refletir sobre alguns aspectos importantes, tais como capacidade volumétrica e material necessário para construí-la, bem como a quantidade de produtos que poderiam ser acondicionados na mesma, comparando os volumes da embalagem e de cada unidade de chocolate.

Em síntese, as atividades que precederam a confecção das embalagens favoreceram a compreensão de conceitos e propriedades relativas aos sólidos geométricos, visto que os estudantes precisaram pesquisar e sistematizar conhecimentos relativos aos mesmos. Além disso, o uso de software de geometria dinâmica potencializou a visualização tridimensional, manipulação e variação das medidas dos sólidos construídos, permitindo que os estudantes anteviessem a embalagem e suas especificidades.

### Confeção de Embalagens e o Estudo de Sólidos Geométricos

A atividade seguinte do projeto proposto para a disciplina Desenho Geométrico, conforme explicitado anteriormente, consistia em confeccionar uma embalagem para acondicionar chocolates, personalizando-as para o dia dos namorados. Essa atividade foi contextualizada conforme a situação descrita a seguir: *Uma fábrica de chocolates, tendo em vista a proximidade do dia dos namorados, necessitaria de uma embalagem diferenciada para acondicionar bombons, priorizando aspectos estéticos e redução de custos.*

A confeção artesanal das embalagens seguiu as seguintes orientações: a) a embalagem será construída a partir das planificações estudadas em sala de aula, em folhas sulfite 60 e em tamanho real; b) a face utilizada para abrir a embalagem deverá conter desenhos diferenciados do restante da embalagem, para isso utilize compasso e régua e crie novas figuras dentro do polígono; c) as demais faces serão decoradas com mosaicos, os quais serão construídos a partir dos polígonos vistos em sala de aula; d) o desenho da planificação deverá ser entregue separadamente, podendo ser em tamanho menor.

Concluída a confeção das embalagens, cada dupla de estudantes apresentou sua embalagem, explicitando os aspectos que tornavam-na ideal para a fictícia empresa de chocolates que havia lhe contratado. Exibimos, na Figura 7, algumas embalagens confeccionadas pelas duplas de estudantes.



**Figura 07:** Embalagens confeccionadas pelos alunos.

Analisando as diferentes etapas da confeção das embalagens, constatamos que cada estudante buscou contemplar conceitos e propriedades relativos ao conteúdo sólidos geométricos, combinando-os à criatividade. Escolhemos algumas embalagens para exemplificar o processo de confeção de embalagens, bem como os conteúdos matemáticos nela envolvidos, conforme explicitado no item que segue.

#### *Embalagem A*



Na confecção da embalagem A, o estudante-autor optou por construir um prisma de base triangular, onde as faces laterais estavam decoradas com figuras geométricas contemplando a temática do dia dos namorados (Figuras 08 e 09).

Em uma face lateral traçou corações com formas geométricas intercalando-os com arabescos em forma de losangos. Noutra face traçou circunferências e nelas encontrou seis pontos equidistantes (se ligados formariam um hexágono inscrito na circunferência). A partir desses pontos traçou arcos unindo um ao outro, formando figuras geométricas. As mesmas foram utilizadas de forma “vazada” na embalagem para que o produto pudesse ser visto em seu interior.



**Figura 08:** Vista frontal da embalagem.



**Figura 09:** Detalhes das figuras geométricas utilizadas nas faces laterais.

Consideramos que a presença de formas geométricas planas diversificadas nos motivos decorativos das embalagens evidencia a familiaridade dos estudantes com esses conceitos, bem como a preocupação deles em mostrar essa familiaridade.

Para construir a embalagem mostrada nas figuras 8 e 9 o estudante utilizou a planificação de um prisma de base triangular. No trabalho escrito, entregue juntamente com a embalagem, o aluno descreve a importância de sua embalagem, conforme evidencia o depoimento seguinte.

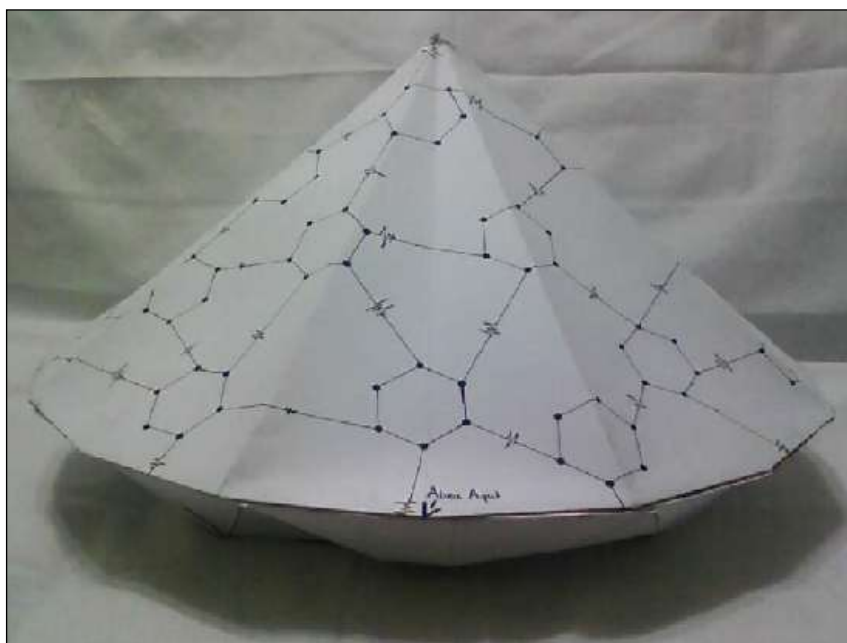
**Professora:** Argumentar a importância da embalagem criada por você de modo a convencer, que esta seria uma boa proposta para a fábrica que lhe contratou.

**Aluno P:** Possui um bom apelo estético, facilidade para transporte e empilhamento, condiciona uma quantidade razoável do produto. [Embora não esteja escrito o produto referido pelo aluno, são os bombons].

Além disso, esse estudante relatou a importância, segundo sua visão, de fazer a planificação com os materiais de desenho e de confeccionar artesanalmente a embalagem.

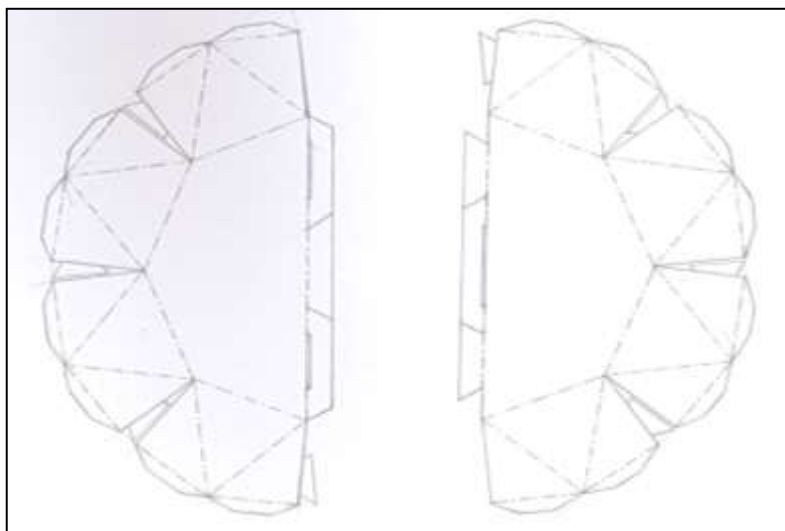
### **Embalagem B**

O autor da embalagem B criou uma embalagem diferenciada das demais. O objetivo do estudante consistia em chamar a atenção das pessoas pela forma de diamante e pelo seu tamanho. Parte da embalagem foi construída na forma de uma pirâmide, no entanto sua parte inferior, base da embalagem, foi construída de forma diferente para parecer realmente um diamante. As faces laterais da parte superior foram decoradas com hexágonos interligados, lembrando símbolos de carbono, os quais formam o diamante (Figuras 10).



**Figura 10:** Vista frontal da embalagem fechada.

Podemos perceber que o estudante confeccionou uma embalagem com um nível de dificuldade maior, conforme pode ser visto na Figura 11, onde consta uma das planificações realizadas para a construção dessa embalagem.



**Figura 11:** Planificação da parte inferior da embalagem

Para esse estudante, conforme evidenciado no depoimento abaixo, a construção de uma embalagem requer conhecimentos específicos sobre geometria espacial, aspecto esse que ressalta as possibilidades propiciadas pela estratégia pedagógica investigada em (Simoni, 2009) para a compreensão de tais conceitos.

**Professora:** *Se você tivesse que elaborar uma embalagem para um determinado cliente, de que modo os conhecimentos sobre sólidos geométricos o ajudariam?*

**Aluno M:** *Ajudaria em tudo, pois todas as embalagens são feitas a partir de uma forma geométrica.*

Ao final das apresentações das embalagens realizava-se um debate sobre os trabalhos de cada estudante. Notamos que eles próprios mostraram-se surpresos com as ideias e criações desenvolvidas pelos colegas. Pudemos observar, ainda, que os alunos, além de criarem uma embalagem que se assemelha a um sólido geométrico, exploraram nos mosaicos, outras figuras geométricas estudadas na disciplina. Aliados a matemática estão a criatividade e o empenho de cada aluno no processo de confecção da embalagem proposta para o dia dos namorados.

Assim, acreditamos que as estratégias pedagógicas utilizadas no desenvolvimento das embalagens contribuíram para a compreensão de conceitos relativos ao conteúdo sólidos geométricos. Além disso, os estudantes sentiram-se capazes de criar, de aprender, pois tiveram autonomia no seu processo de apropriação de conhecimentos.

Nessa perspectiva compreendemos que as aulas de geometria espacial podem ganhar uma nova dimensão no contexto escolar, condizente com o momento em que estamos vivendo e, também, articulando teoria e prática. Acreditamos que a utilização de estratégias de ensino diferenciadas, baseadas no uso de recursos diversos favorecem mudanças tanto para as aulas como para o processo de aprendizagem do estudante. Do mesmo modo, a combinação de estratégias pedagógicas diferenciadas pode favorecer diferentes ritmos e estilos de aprendizagem, aspecto esse que evidencia uma educação em sinergia com o mundo contemporâneo.

### **Considerações Finais**

A literatura em educação matemática sugere que o uso de recursos e estratégias diversificadas pode contribuir com a apropriação de conhecimentos em geometria espacial. Nessa perspectiva o uso de softwares de geometria dinâmica vem se popularizando. Dessa forma, os resultados do estudo aqui apresentado evidenciam uma possibilidade de aproximar os conteúdos curriculares a diferentes situações e fenômenos, priorizando a utilização de tecnologias na abordagem de conteúdos curriculares.

Com a utilização desses recursos, o estudante torna-se o protagonista e não mais aquele ouvinte passivo, de acordo com (Cox ,2003, pp.70), “a capacidade criadora e crítica de jovens aprendizes é desafiada e compelida a desenvolver-se gradativamente”. Nessa perspectiva percebemos que, no decorrer das atividades desenvolvidas, o entendimento e a compreensão dos conceitos e propriedades inerentes a alguns sólidos geométricos foram favorecidos pelos recursos e estratégias utilizadas, permitindo situações diferenciadas de aprendizagem, nas quais o estudante assume um papel distinto, visto que tem maior autonomia nesse processo.

Os recursos das tecnologias, conforme mostram os resultados do estudo de (Simoni ,2009), propiciam ao professor complementar as estratégias pedagógicas utilizadas em sala de aula, contribuindo, desse modo, na implementação de abordagens qualitativamente diferenciadas e oportunizando aos estudantes aulas investigativas, onde professor e aluno possam interagir, compartilhando informações e transformando-as em conhecimento.

À medida que o estudante tem a possibilidade de visualizar conceitos e propriedades relativos à geometria espacial abordada em sala de aula, o processo de aprendizagem torna-se dinâmico e investigativo. A abordagem de geometria espacial, a nosso ver, precisa contemplar o uso de recursos diversificados, bem como abordagens variadas, como uma forma de privilegiar diferentes ritmos e estilos de aprendizagem.

## Notas

O termo geometria dinâmica foi inicialmente usado para diferenciar alguns tipos de softwares destinados a abordagem da geometria. Comumente ele é utilizado para designar softwares que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades.

## Bibliografia e Referências

- Borba, M. & Penteado, M.(2007) *Informática e Educação Matemática*. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- Cândido, S. (1997) *Formas num mundo de formas*. São Paulo: Moderna.
- Cox, K. (2003) *Informática na Educação Escolar*. São Paulo: Autores Associados.
- Richit, A. , Tomkelski, M. & Richit, A. (2008) *Software Wingeom e Geometria Espacial: explorando conceitos e propriedades*. In: Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, 4., Rio de Janeiro, RJ. **Anais...**
- Simoni, T.(2009). *Geometria Dinâmica Associada à Confeção Artesanal de Embalagens: possibilidades para a abordagem de conceitos e relações sobre sólidos geométricos*. 108 f. Monografia (Especialização em Ensino de Física e Matemática), Departamento de Ciências Exatas e da Terra, URI, Erechim, 2009.