



## Competencias matemáticas: Una línea de investigación

Horacio **Solar**

Universidad Católica de la Santísima Concepción

Chile

[hsolar@ucsc.cl](mailto:hsolar@ucsc.cl)

Francisco **Rojas**

Centro Felix Klein

Universidad de Santiago de Chile

Chile

[francisco.rojass@usach.cl](mailto:francisco.rojass@usach.cl)

Andrés **Ortiz**

Universidad de Concepción

Chile

[andortiz@udec.cl](mailto:andortiz@udec.cl)

### Resumen:

A partir de varias investigaciones que hemos desarrollado en los últimos años, presentamos la línea de investigación “competencias matemáticas”. Hemos elaborado un Modelo de Competencia Matemática (MCM) que nos ha permitido estudiar problemáticas en torno al currículo de matemáticas; actualmente lo estamos utilizando en la formación de profesores, y a futuro esperamos utilizarlo para estudiar el aprendizaje de los estudiantes. Presentamos un recorrido de estas investigaciones.

*Palabras clave:* competencias matemáticas, procesos matemáticos, organización matemática, currículum, formación de profesores.

### Introducción

Actualmente, el enfoque por competencia es considerado en la comunidad internacional como una propuesta educativa que va más allá del aprendizaje de contenidos, apuntando a la formación de ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos, permitiéndoles identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo (OCDE, 2003). Desde la elaboración del Proyecto DeSeCo de la OCDE, el cual se concentró en la elaboración de un listado de competencias clave, diversos países de la Comunidad Europea han utilizado el enfoque por competencias como sustento para sus reformas curriculares de la educación obligatoria (OCDE, 2005; Ryche & Salganik, 2006). Estas experiencias han influido también en diversas reformas en Latinoamérica, como el currículo colombiano, en que se destaca el

desarrollo competencial como indispensable para la formación de ciudadanos (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Por otra parte, y desde la perspectiva de la educación universitaria, el *Proyecto Tuning* dio paso a que las universidades modificasen su diseño curricular hacia un enfoque por competencias (González & Wagenaar, 2003).

En el ámbito escolar, destacan algunos proyectos en torno a la implementación del enfoque por competencia en matemática: (a) la reforma curricular portuguesa que propone una caracterización de las competencias matemáticas (Abrantes, 2001); (b) la incorporación de competencias matemáticas al currículum danés (Niss, 2002); (c) el proyecto PISA que se apropia de las competencias propuestas por Niss para sustentar su marco teórico (OCDE, 2003), y (d) los estándares de matemáticas en Colombia (Ministerio de Educación Nacional, 2006). En estas experiencias señaladas, el listado de competencias matemáticas corresponde a procesos matemáticos tales como razonar, argumentar, representar, calcular, modelar, resolver problemas y comunicar.

La caracterización de las competencias matemáticas por medio de procesos matemáticos, es una de las contribuciones del enfoque por competencias al currículum de matemáticas, dotándolo de una estructura orientada al desarrollo de dichos procesos (Solar, 2009). Además, las competencias matemáticas, al sustentarse en procesos, se caracterizan por ser transversales a los núcleos temáticos y desarrollarse a largo plazo de manera cíclica en cada nivel educativo. Así, un enfoque por competencias es coherente con una estructura curricular que destaque los procesos matemáticos.

En el caso de Chile, se observa una transición desde el antiguo marco curricular (Mineduc, 2002), donde la noción de competencia no estaba explícitamente presente, al nuevo ajuste curricular, en el cual el enfoque por competencia se presenta de forma destacada (Solar, 2008). En el ajuste curricular de matemática, aprobado el año 2009 por el Consejo Nacional de Educación, se destaca la importancia de desarrollar procesos matemáticos, dentro de los cuales la resolución de problemas ya no se concibe como un eje en sí mismo, sino que es parte del razonamiento matemático, siendo trabajado transversalmente en los cuatro ejes de contenido actualmente presentes: Números, Álgebra, Geometría y Datos y Azar (Mineduc, 2009). Sin embargo, la presencia de estos procesos está lejos de articular el currículum, tal como lo proponen las experiencias internacionales nombradas anteriormente (Abrantes, 2001; Niss, 2002; OCDE, 2003; Ministerio de Educación Nacional, 2006).

El interés por desarrollar procesos en la enseñanza de las matemáticas no es nuevo. En efecto, se puede hacer una extensa lista de procesos definidos como propios de las matemáticas (representar, argumentar, demostrar, clasificar, analizar, resolver, conjeturar, razonar, visualizar, calcular, etc.). Aunque los procesos han estado presentes en los currículos de matemáticas, no han tenido un papel destacado en comparación con los contenidos. De hecho, el grueso de los currículos tienen como punto de partida los contenidos matemáticos, y los procesos se pueden evidenciar de manera implícita en las orientaciones didácticas del contenido a tratar. Hay otras propuestas curriculares que destacan los procesos sin mencionar las competencias, tales como el currículum de Canadá (Ministry of Education, 2005), siendo la más destacada la propuesta curricular del NCTM (2003) cuyo enfoque estructura el currículum por contenidos y procesos de forma independiente. Pese a estas propuestas, hay una carencia de proyectos curriculares que describan qué tipo de relaciones hay entre los contenidos y los procesos y que planteen, por ejemplo, a partir de un contenido matemático qué procesos se desarrollan.

La ausencia de una articulación entre procesos y contenidos se entiende a partir de la falta de investigaciones que estudien el desarrollo de competencias matemáticas asociado a la noción de proceso. En su origen, la incorporación del enfoque por competencias viene

originado más por intereses administrativos educacionales que por resultados de investigación. Si hacemos una revisión a las revistas de educación matemática, nos daremos rápidamente cuenta que los artículos que tratan el tema de competencia matemática asociado a proceso generalmente se sustentan en las ocho competencias propuestas por Niss (2002) y promovidas por PISA (OCDE, 2003). Además, no solo el marco teórico se queda en un nivel básico e inicial, sino que se evidencia la ausencia de una línea de investigación que promueva estudios en torno a las competencias matemáticas. Esta realidad se contrasta notoriamente con la gran cantidad de libros sobre competencias matemáticas que se puede encontrar en el mercado, que responde a las necesidades del profesor de matemática, que se encuentran de un momento al otro con una reforma curricular basada en competencias, y se siente con pocas herramientas para responder a los desafíos del nuevo currículo.

No obstante lo anterior, en este último tiempo han emergido algunas investigaciones en competencias matemáticas sustentadas en un mismo modelo de competencia y dirigidas a diversas problemáticas de investigación. El propósito de esta comunicación es presentar una línea de investigación en competencias matemáticas, consistente y coherente, que venimos desarrollando en base investigaciones recientes, otras en curso y las que a futuro esperamos desarrollar.

Para organizar el enfoque de estas investigaciones utilizaremos el sistema didáctico (Chevallard & Joshua 1982, D'Amore & Fandiño, 2002), del cual sus tres vértices -saber, maestro y alumno- nos permite organizar tres polos en esta línea de investigación: currículo, formación de profesores, y aprendizaje.

Esta línea que proponemos explicar y desarrollar, se inicia con la concreción de un Modelo de Competencia Matemática (MCM), y que a su vez será la base para desarrollar las investigaciones en cada uno de los polos señalados. A continuación, presentaremos los componentes básicos de este modelo que sustenta las investigaciones señaladas.

### **Modelo de competencia matemática (MCM)**

Al iniciar la construcción de este modelo, y por tanto el estudio en competencias matemáticas, realizamos una revisión en profundidad sobre la literatura que había al respecto. La primera conclusión que obtuvimos fue que no hay un consenso en la noción de competencia matemática, ni hay una estructura concreta que permita explicar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basándose en un enfoque por competencias. A partir de aquí, nuestro primer propósito fue llegar a un acuerdo sobre el aspecto relevante y diferenciador de las competencias: organizar la matemática escolar no solo por contenidos tales como álgebra, geometría, aritmética, sino que también destacar los procesos matemáticos: modelizar, resolver problemas, argumentar, razonar, comunicar.

Para ello, el modelo debía articular los contenidos con los procesos. En primer lugar, los contenidos matemáticos los estructuramos en términos de organizaciones matemáticas, basándonos en la Teoría Antropológico de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999), ya que es un marco teórico que nos permite caracterizar detalladamente las estructuras matemáticas, para articularlas con las competencias matemáticas. Por otra parte, el progreso de la competencia se caracterizó en términos de niveles de complejidad de la actividad. A medida que transcurre el período escolar el trabajo con competencias matemáticas debería progresar, pero a la hora de estudiar este progreso surgen las siguientes preguntas: ¿de qué manera se progresa? ¿Cuáles son las variables a considerar para estudiar el progreso en los estudiantes? Partimos de la base que por medio de las actividades matemáticas se puede estudiar el desarrollo de las competencias; este mismo principio se aplicó al progreso de una competencia, con el propósito de poder identificar el avance según el tipo de actividades que

son capaces de resolver los estudiantes. Para caracterizar este progreso, utilizamos la pirámide propuesta por de Lange (1995) y los grupos de competencia formulados en PISA (OCDE, 2003): reproducción, conexión y reflexión. Siguiendo a Rico (2007) hemos preferido denominar niveles de complejidad a los grupos de competencia para evitar confusiones con el significado de competencia y porque el término “nivel de complejidad” destaca más su significado.

Finalmente, el Modelo de Competencia Matemática (MCM) que hemos desarrollado se sustenta en la perspectiva funcional de las matemáticas: “mathematical literacy”<sup>1</sup> (OECD, 2003). El modelo se conforma por cuatro componentes:

Competencia matemática: en base a los estándares de procesos del NCTM (2003) y las competencias matemáticas propuestas por Abrantes (2001), Niss (2002) y Pisa (OCDE, 2003), acordamos elegir y optar por procesos matemáticos nucleares que denominamos competencias matemáticas.

Procesos matemáticos: el significado de proceso se ha acuñado de la propuesta curricular del NCTM (2003). Cada competencia matemática se compone de procesos matemáticos, y están presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos y se desarrollan a largo plazo.

Organizaciones matemáticas: los contenidos matemáticos se han estructurado en términos de organizaciones matemáticas, las cuales contemplan tareas y técnicas matemáticas, variables didácticas y condiciones de realización de dichas tareas, aspectos que están sustentados en la Teoría Antropológico de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999).

Niveles de complejidad: el progreso de la competencia se determina en términos del nivel de complejidad de la actividad, término que se adopta de los grupos de competencia de PISA (OCDE, 2003) basados en los trabajos desarrollados por de Lange (1995). En nuestro modelo de competencia, se denominan de la misma manera que los niveles de complejidad citados en PISA (reproducción, conexión, reflexión), pero se determinan de una forma distinta, dado que en nuestro modelo la complejidad está en función de las tareas y los procesos que conforman la competencia.

### **Problemas de investigación**

El Modelo de Competencia Matemática que proponemos se ha utilizado para estudiar diferentes problemáticas, con distintos niveles de intensidad, en cada uno de los ámbitos señalados anteriormente: currículo, formación de profesores y aprendizaje. A continuación, ahondaremos en cómo se articula y operacionaliza este modelo en cada ámbito, y qué información relevante es capaz de aportar.

#### **Competencias en el currículo**

Para interpretar el currículum en términos de las competencias y procesos matemáticos, en Espinoza, Barbe, Mitrovich, Solar, Rojas & Mauts (2008) caracterizamos el marco curricular chileno y los programas de estudio de primer ciclo básico correspondiente al subsector de matemáticas en función del Modelo de Competencia Matemática (MCM).

En dicho estudio, nos centramos en primer y segundo año de educación primaria (6-8 años) en los ejes de números, operaciones, y resolución de problemas en cuanto a número y operaciones se refiere. Se lograron identificar cuatro competencias matemáticas en el

---

<sup>1</sup> *Mathematical literacy* se ha traducido al castellano en el informe PISA (OCDE, 2003) como “Competencia Matemática”. Pero para evitar confusiones con nuestro significado de competencia matemática, preferimos mantener el término en su versión original.

currículum de estos niveles, compuestas cada una por un conjunto de procesos matemáticos: resolución de problemas, representación, razonamiento y argumentación, cálculo y manipulación de expresiones; identificándose, a su vez, las tareas matemáticas asociadas. Con este trabajo de caracterización elaboramos el instrumento “Matriz de Competencia”, que relaciona cada tarea con la competencia específica que desarrolla. Por medio del estudio de las variables didácticas involucradas, determinamos el nivel de complejidad cognitiva (reproducción, conexión, reflexión) según la condiciones de realización de la tarea matemática implicada. La Figura 1 muestra un esquema de cómo se estructura dicho instrumento:

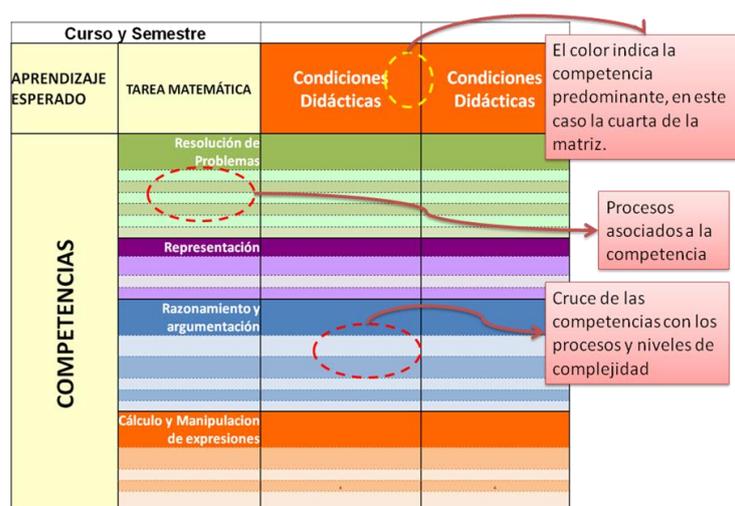


Figura 1. Matriz de Competencias

Cabe señalar que para identificar cuál es la competencia que predominantemente moviliza una tarea matemática concreta, hemos marcado la celda de la condición didáctica del color de la competencia matemática predominante. En el ejemplo de la Figura 1, la competencia predominante es cálculo y manipulación de expresiones matemáticas ya que las condiciones de realización aparecen marcadas con el color de dicha competencia. Asimismo, en este ejemplo aparecen otros procesos movilizados –señalados con uno o varios asteriscos– que no son constitutivos de la competencia predominante. Los niveles de complejidad cognitiva descritos como reproducción, conexión y reflexión se identifican en las celdas de cruce a partir de la siguiente nomenclatura: Representación (★), Conexión (★★), Reflexión (★★★).

La última etapa de la investigación consistió en construir una página web en donde se plasmara el MCM y los instrumentos asociados, con tal de ponerlo a disposición de los profesores de matemáticas (<http://www.grupoklein.cl/fonide/web/>). La web presenta las características de cada componente del modelo de competencia y las matrices de competencia para cada tarea matemática considerada. Este análisis se realizó por cada curso, semestre y eje de contenido de primer y segundo año de primaria. Del conjunto de matrices se obtuvo la “matriz de competencias matemáticas”.

Si bien el estudio de Espinoza et al. (2008) significó el primer estudio del marco curricular chileno en el subsector de matemáticas desde un enfoque por competencias, se han realizado otras investigaciones que han caracterizado las competencias matemáticas que se ponen en juego en el estudio de un tema matemático específico en el aula de matemáticas. En Solar (2009) el modelo se puso a prueba en un estudio de caso al implementar una unidad didáctica para 8° básico de interpretación de gráficas para introducir el concepto de función. En este escenario se caracterizaron las competencias de modelización y argumentación, presentadas en la figura 2. Las caracterizaciones de estas dos competencias se han validado

para el tema de interpretación de gráficas. En cursiva se presentan los procesos que conforman cada competencia.

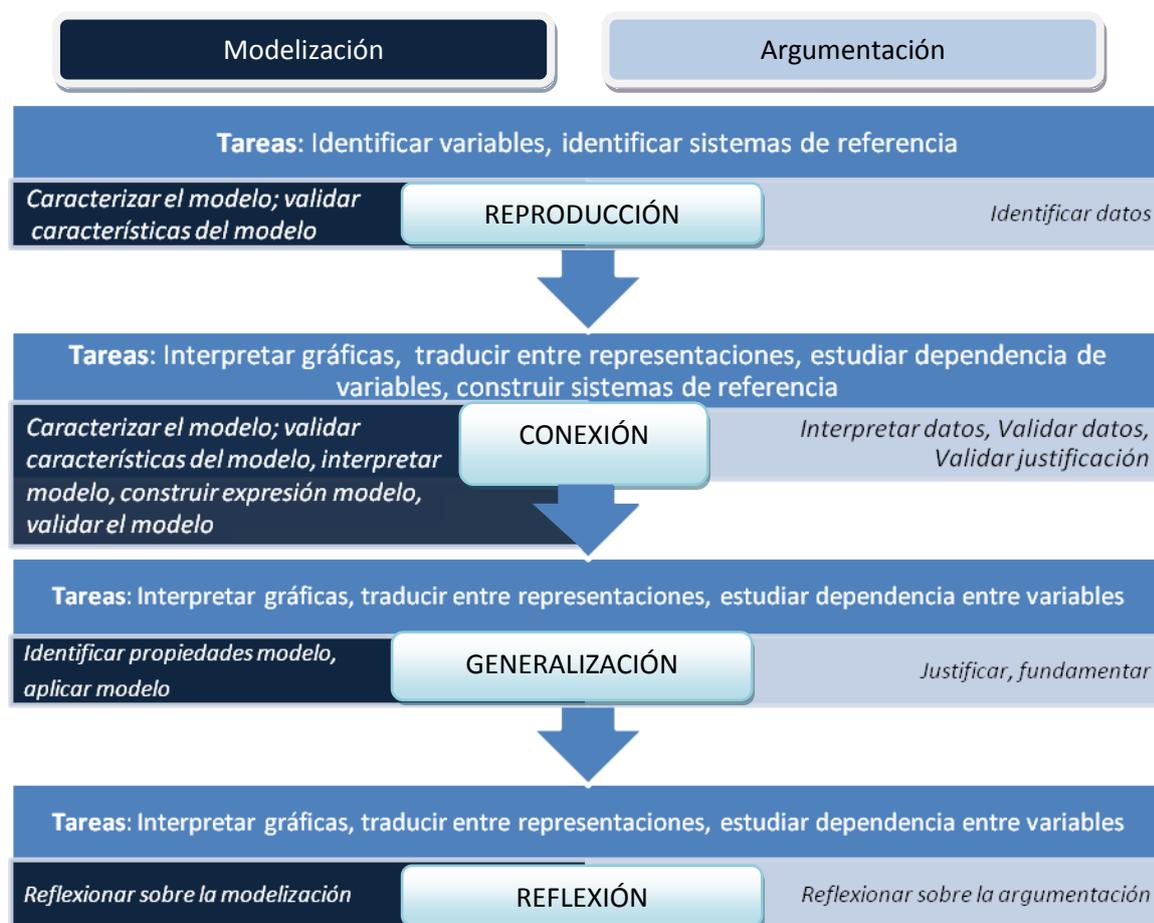


Figura 2. Competencias de modelización y argumentación

La utilización del modelo se articula tanto en los niveles de planificación de la enseñanza, en particular de una unidad didáctica, como en su desarrollo en el aula. Sirve además para identificar las tareas matemáticas, los procesos asociados a una competencia y el nivel de complejidad en función de tareas y procesos.

En la competencia de modelización, los ocho procesos en su conjunto se entienden como la construcción del modelo. Se define modelo como un conjunto de propiedades matemáticas ligadas a unas representaciones que permiten estudiar una situación y se destaca el hecho que los modelos no cambian, sino que son los significados sobre el modelo los que varían.

En la competencia de argumentación, las acciones de interpretación, justificación, validación, entre otras, se han considerado como procesos, y al asociarlas con las tareas matemáticas, se puede identificar el nivel de complejidad de una actividad para estudiar el progreso de la competencia.

### Competencias en la formación del profesorado

En base a las experiencias anteriores, hemos podido evidenciar la viabilidad del Modelo de Competencia Matemática, tanto en la interpretación del currículo como en su puesta en práctica en el aula de matemáticas. Al avanzar en nuestra línea de investigación, estamos

desarrollando una investigación (FONIDE F511091-2010<sup>2</sup>) en que nos interesa estudiar cómo el profesor desarrolla un proceso de comprensión de las competencias matemáticas que ha de trabajar con sus estudiantes. En este sentido, buscamos desarrollar, implementar y evaluar una metodología de trabajo docente en torno al Modelo de Competencia Matemática (MCM) que promueva la reflexión pedagógica necesaria para impactar en las prácticas de aula. Nos centramos principalmente en estudiar al profesor, en torno a dos variables: el nivel de reflexión de los docentes y el nivel de desempeño. De forma secundaria, estudiaremos la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje matemático y su nivel de desarrollo de la competencia argumentativa.

El desarrollo del estudio tiene cinco etapas. La primera etapa consiste en la elaboración de un proceso de estudio del MCM y su materialización en situaciones de aprendizaje. La segunda consiste en experimentar las situaciones de aprendizaje en casos clínicos. La tercera etapa es el desarrollo de un seminario, en cuyas sesiones participarán un grupo de profesores que impartan matemáticas en primer y segundo año de primaria. La cuarta etapa es el seguimiento de la implementación del MCM por parte de los profesores a través de un estudio de casos. Finalmente, la última etapa consiste en un grupo focal con todos los profesores que participaron en el seminario.

Nos focalizaremos en estudiar con los profesores dos competencias que no habíamos abordado con suficiente detalle en las investigaciones anteriores. Por una parte, estudiaremos la competencia de modelización, dado que no hay costumbre en el uso, generación y comprensión de modelos en educación primaria. Por otra parte, estudiaremos la competencia de comunicación, ya que consideramos esencial en todo proceso de construcción de significados y, por ende, para el aprendizaje.

### **Competencias en el aprendizaje**

Consideramos necesario que antes de observar el desarrollo de las competencias en el estudiante, para lo cual se requerirían estudios longitudinales extensos temporalmente, es indispensable discutir con profesoras y profesores el modelo competencial propuesto, reflexionando sobre su gestión en el aula y en cómo se llevan a cabo y concretizan en actividades matemáticas relevantes. Considerando los resultados nacionales e internacionales relativos al conocimiento matemático de los profesores de educación primaria, el desarrollo de modelos que contribuyan a la formación docente en aspectos altamente valorados por la comunidad internacional como lo es el enfoque por competencias, y presente en nuestros actuales documentos curriculares, permitiría mejorar éstos y otros indicadores, tanto a nivel del profesorado como de los propios estudiantes.

Nuestro desafío a futuro es poder estudiar problemas en tópicos al aprendizaje matemático basado en competencias, como por ejemplo problemas tradicionales de dificultades de aprendizaje en un determinado contenido que pueden ser ahora interpretados desde una visión de los procesos y competencias matemáticas.

### **Conclusiones**

Si bien el Modelo de Competencia Matemática ha servido en las investigaciones que hemos mostrado, sin duda a medida que ampliamos las problemáticas el modelo debería sufrir modificaciones. En el estudio de Espinoza et al. (2008) no se planteó la competencia de comunicación por ser considerada demasiado amplia, en cambio en la investigación actual la

---

<sup>2</sup> FONIDE F511091-2010 Propuesta metodológica de trabajo docente para promover el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de educación básica

consideramos una de las principales competencias a promover en el profesorado.

Aunque estamos en proceso de acuerdo y modificaciones, hecho que se respalda con que la noción de competencia matemática no está consensuada, esperamos que con la presentación de esta línea de investigación sobre competencia matemática, otros investigadores se animen a estudiar problemáticas asociadas o bien estudiar procesos matemáticos específicos desde un enfoque por competencias.

### **Referencias y bibliografía**

- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 125-143.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard Y., & Joshua, M.A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Recherches en didactique des mathématiques*, 3(1), 159-239.
- D'Amore B., & Fandiño Pinilla M.I. (2002). Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica". *Educación Matemática*. México. 14(1), 48-61.
- De Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. En T. A. Romberg (Ed.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (pp. 87-172). New York: SUNY Press.
- Espinoza, L; Barbé, Q.; Mitrovich, D.; Solar, H.; Rojas, D., & Matus, C. (2008). *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas. Proyecto FONIDE N°: DED0760*. Santiago: Mineduc.
- González, J., & Wagenaar, R.G. (2003). *Tuning Educational Structures in Europe. Final Report. Phase One*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Mineduc. (2002). *Marco Curricular de la Educación Básica. Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica*. Chile: autor.
- Mineduc. (2009). *Marco curricular de la Educación Básica. Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica*. Chile: autor.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Colombia: autor.
- Ministry of Education. (2005). The Ontario Curriculum in Secondary Mathematics. Recuperado de <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/>
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática. España: Thales.
- Niss, M. (2002) (coord). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish kom project*. Roskilde: Roskilde University.
- OCDE. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Paris: autor.
- OCDE. (2005). *La Definición y Selección de Competencias Claves. Resumen ejecutivo. OCDE*. Recuperado de [www.deseco.admin.ch](http://www.deseco.admin.ch)
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), pp. 47-66.
- Rychen, D.S., & Salganik, L. H. (eds) (2006). *Las competencias clave para el bienestar personal, social y económico*. Aljibe, Málaga: Archidona.
- Solar, H. (2008). Competencias Matemáticas: ¿qué son y qué hay de nuevo?. *RECHIEM*, 4 (1), 75-89.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso. Tesis doctoral*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.