



Iniciando el estudio de funciones: una experiencia didáctica

Edgard **Cárcamo** Cortés
Universidad Internacional Sek
Chile
edgard.carcamo@gmail.com

Viviana **Gutiérrez** Moris
Universidad Internacional Sek
Chile
vivigmoris@gmail.com

Felipe **Orellana** Carreño
Universidad Internacional Sek
Chile
felipe.orellana.c@gmail.com

Daniela **Urrejola** Tapia
Universidad Internacional Sek
Chile
danny.ut@gmail.com

Francisca **Zárate** Hidalgo
Universidad Internacional Sek
Chile
franciscazarate@gmail.com

Resumen

Esta experiencia tiene como objeto identificar en el estudio de funciones la relación que establecen estudiantes de segundo de enseñanza media, entre los distintos registros de representación y desde esta perspectiva, establecer posibles vínculos para enfrentar el ajuste curricular educacional propuesto para 8° año básico en el área de las matemáticas, curso donde se iniciará este contenido, tanto en lo que se refiere al estudio del dominio de funciones, sus gráficas asociadas y las variables involucradas. Se analizan los procedimientos y las reflexiones que emplean los estudiantes en este estudio de tipo cualitativo y como conclusión se evidencia la fuerza de la técnica por sobre el concepto. Palabras claves: funciones, gráfica de funciones, dominio de funciones, representaciones, didáctica.

La literatura especializada reporta muchas investigaciones en torno al concepto de función. Algunas de ellas están referidas al aprendizaje de límites de funciones como es el caso del trabajo de Fernández C. Marta (2000) "Perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático" que propone un sistema

didáctico para la impartición del tema: límite de una función de una variable con el uso de un asistente matemático para la asignatura matemática I, en la carrera de ingeniería en telecomunicaciones, en Cuba. Otro estudio es el de Fabra Lasalvia, Margarida; Deulofru Piquet, Jordi (2000) “Construcciones de gráficos de funciones: Continuidad y prototipos”. Esta investigación está centrada en el marco del pensamiento matemático avanzado y del tema funciones y gráficas. La finalidad principal es un aporte de nuevos conocimientos sobre los razonamientos que utilizan las estrategias que aplican, en particular, en el abuso en utilización de la continuidad y gráficos relativos a funciones elementales: prototipos, como rectas, parábolas e hipérbola. La investigación de Bagni, Giorgio T. (2004) “Una experiencia didáctica sobre funciones, en la escuela secundaria” reporta los resultados sobre algunas ideas de función real, función continua, dominio de una función y la integral en el aprendizaje de las matemáticas en alumnos de secundaria italianos (edades 16-19 años). Desde el punto de vista socioepistemológico, se encuentra el trabajo de Buendía, Gabriela (2006) “Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones” que trata acerca de la periodicidad de las funciones, que tiene como aspecto principal de la relación predicción-periodicidad en el reconocimiento significativo de dicha propiedad. También se reporta la investigación de De Ponte, Joao Pedro; Matos, Ana (2008) “Estudio de relaciones funcionales y de concepto de variables en alumnos de 8° año” que aborda la relación entre la resolución de tareas de investigación y exploración que involucran relaciones funcionales y el desarrollo del pensamiento algebraico con alumnos de octavo grado, poniendo especial atención a la forma como interpretan y utilizan el lenguaje algebraico.

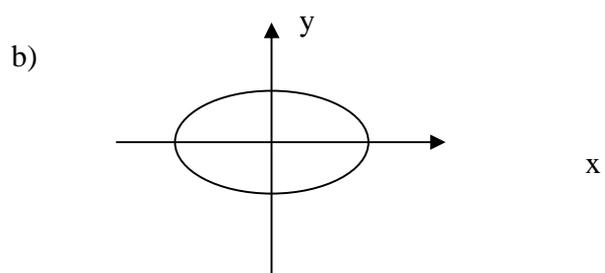
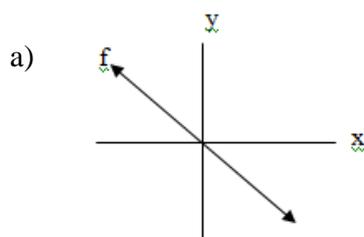
Este trabajo reporta la experiencia obtenida al aplicar un instrumento, sobre el estudio de funciones, en lo que respecta a la identificación de un gráfico mediante su representación algebraica, al dominio de una función y al modelamiento de una situación mediante una función. Los alumnos a los que se les aplicó el instrumento ya habían tenido las clases de estos contenidos en el semestre anterior y se desea saber qué tipo de aprendizaje predomina al término de éste y cuál es el que hay que reforzar mediante un rediseño de secuencia de actividades, en base a una contrastación de análisis (a priori y a posteriori) para enfrentar la enseñanza de este concepto y sus propiedades en un curso dos niveles mas abajo, según el nuevo ajuste curricular.

El estudio se realizó en un curso de 2° año de Enseñanza Media, con estudiantes de entre 15 y 16 años de un colegio particular subvencionado de la región metropolitana. Los estudiantes, de ambos sexos, conforman un curso de treinta y ocho personas, desde Primero Medio, y su profesor de matemáticas es el mismo en estos dos cursos.

El instrumento validado consta de cuatro preguntas, clásicas según la literatura referida a reportes de investigación y cuyas respuestas se presentan a continuación.

La pregunta 1 es la siguiente:

I. Señale cuáles de los siguientes gráficos corresponden a una función. Justifique su respuesta y escriba lo que piensa



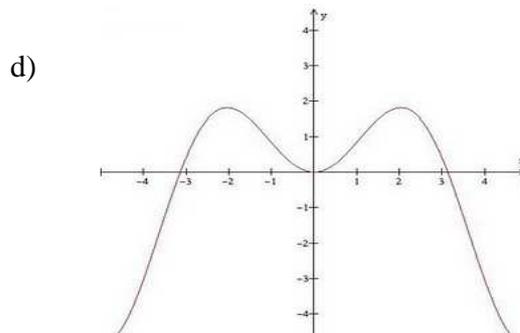
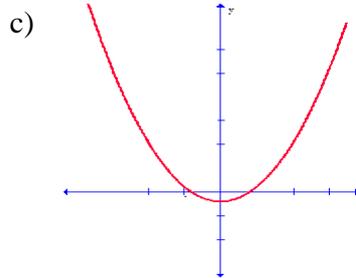
De un total de 38 alumnos sus respuestas versaron en lo siguiente:

Para a) Es función pues:

- Pasa por el eje “x” e “y” y porque tiene dominio y recorrido
- porque sigue algo lineal
- porque la unión de sus puntos forman una línea en el plano, porque también sus puntos no se repiten ni chocan en ningún lado
- porque al dibujar una recta ésta solo interseca una vez a la recta ya dibujada
- porque tiene una imagen y una preimagen

Para b)

- no es función ya que tiene mas de una imagen y preimagen
- no es función porque coincide la recta dibujada con mas de un punto del dibujo
- no porque no tiene dominio ni recorrido

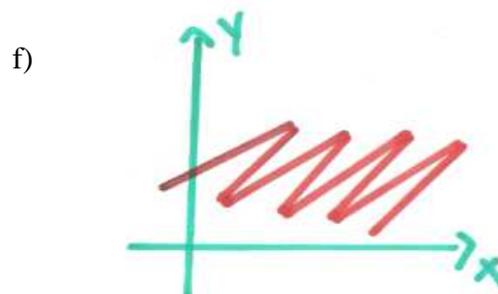
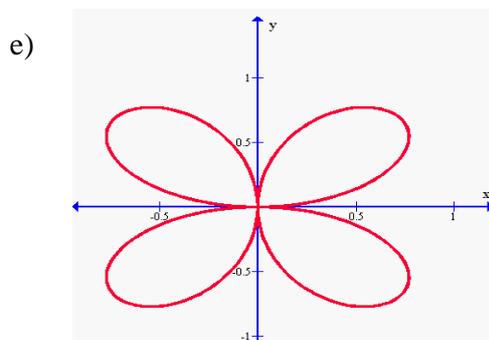


c) Es función pues:

- si porque es una ecuación cuadrática
- si es función porque al dibujar una recta toca en un solo punto
- si porque la ubicación de sus puntos o coordenadas en el plano cartesiano permite que se forme una “u” que no tiene fin

d) Es función:

- porque las rectas dibujadas coinciden en un punto con el dibujo trazado
- si ya que toca en un punto la línea trazada
- si en función, en cambio si hubiese sido en forma de E y puesto en el gráfico no sería función
- porque sus puntos no tienen un doble contacto y porque sus coordenadas se unen en forma lineal si se cruzan



e)

- no es función porque el punto de término es igual al de inicio
- no es función porque al dibujar las rectas verticales, estas coinciden con más de un punto del dibujo
- no es función porque no tiene dominio ni recorrido, nunca sabemos su valor (x,y)

f)

- no es función porque la recta dibujada se intersecta en varios puntos con la gráfica
- si es función porque tiene dominio y recorrido
- no es función ya no tiene le falta una imagen y una preimagen

Para esta pregunta se evidencia que el trazado de una recta para ver si ella es función y el dibujo de la gráfica es el argumento más utilizado para determinar si la gráfica representa una función.

Para la pregunta 2)

II. Se dan las siguientes expresiones algebraicas; para cada una de ellas trace (si es posible) la gráfica cartesiana y establezca si se trata de una función. Justifique su respuesta y escriba lo que piensa

a) $y = 2x$

b) $y = 5$

c) $y = x^2 + 1$

d) $y = (x - 1)^2$

e) si x es racional, entonces $y = 0$ y si x es irracional, entonces $y = 1$

Las respuestas fueron:

Para a)

- realizar bien el gráfico, pero no justifica
- realizar bien el grafico, y justifican “si es función porque el gráfico pertenece a una función lineal ya que tiene una imagen y una preimagen”
- realizan bien el grafico, y justifican “si es función porque toca en un solo punto al eje x ”

Para b)

- no se puede graficar porque solo se muestra el valor de un eje del plano cartesiano (Y)
- grafico bien, y además si porque tiene imagen y preimagen.
- gráfico bien y no justifica
- no es posible graficar ya que no se puede reemplazar x
- no se puede porque no sale en que eje va, si es Y o X.
- función constante, no hay gráfico

Para c)

- gráfico bien, si es función y pertenece a las cuadráticas por la forma del grafico.
- gráfico bien y no justifica

d) gráfico bien pero no justifica

e) no puedo graficarlo porque no tengo valores exactos.

Esta pregunta fue contestada por muy pocos estudiantes, (se presentarán gráficos al respecto) en la que va evidenciándose el problema de la representación gráfica de la función constante y la falta de justificación.

La pregunta III: Hallar el dominio de las siguientes funciones. Justifique su respuesta y escriba lo que piensa:

a) $y = \frac{6x+1}{2}$ Los números \mathfrak{R}

b) $y = \frac{1}{1+2x}$ $\mathfrak{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

Presentó las siguientes respuestas:

a)

- desarrolla y encuentran el dominio pedido. No realiza otra justificación
- son todos los reales ya que el “exponente” de abajo es un número real y lo que mas importa es el valor de abajo.
- son los reales porque la X se encuentra arriba y en este caso no afecta si llega a dar cero.

b)

- no sé pero abajo no me puede dar como resultado cero.
- si colocamos que X vale $-1/2$, el denominador daría cero y la fracción no existiría.

En este caso los estudiantes que respondieron dieron muestra de un trabajo realizado en el aprendizaje de determinación de dominio de una función.

La siguiente pregunta es obtenida del texto de 8º año de EGB, que ya viene con el ajuste curricular. Su enunciado es: Escribe la ecuación que modela las siguientes situaciones y resuelve.

- a) Las entradas para el partido de Copa Davis, Chile vs. Australia, para volver al grupo mundial, tienen el valor de \$24000. ¿Cuánto deben cancelar por 3, 7 y 12 entradas?
- b) Jaime maneja un taxi básico. La tarifa comienza con \$200, la llamada bajada de bandera, y luego se agrega \$80 por cada 200 metros. ¿Cuánto cobrará Jaime por una carrera de 4 km?

Las respuestas obtenidas fueron: a) $24.000x$ donde x es el número de entradas

- $f(x) = 24.000x$

b)

- $200 + (80 * x / 200) = f(x)$

Un análisis cuantitativo de esta pregunta es el siguiente:

| Item IV | Responde bien con justificación | Modela la situación | Responde mal | No responde |
|--------------|---------------------------------|---------------------|--------------|-------------|
| a) | 23 | 1 | 6 | 8 |
| b) | 10 | 2 | 13 | 13 |
| Total | 33 | 3 | 19 | 21 |

Dando cuenta que el estudio de funciones en lo respecta a modelación debe trabajarse con mayor profundidad.

CONCLUSIÓN: En este trabajo hemos evidenciado experimentalmente algunas dificultades que se manifiestan en el aprendizaje del concepto de función en particular, una identificación total de una función con su gráfica cartesiana puede ser causa de problemas y de un falso concepto, sobre todo con referencias a aquellas gráficas que no pueden trazarse sin dificultad. Un análisis de las respuestas de los estudiantes revela que $y=5$ por ejemplo, no la identifican como función ya que “no tiene x para reemplazar” dificultando con ello algún cambio de registro y sin lograr coordinar explícitamente dos o más. En la redacción de las respuestas, se evidencia que en forma espontánea recurren al gráfico para determinar si existe función, y al mencionar que “si se traza una línea en forma vertical y corta en dos o más puntos a la gráfica, ésta no es función”. Podemos darnos cuenta de la responsabilidad que conlleva el cómo se enseña el contenido ya que comúnmente se privilegian mecanismos y no conceptos. Un ejemplo de esto es que el concepto de dominio y recorrido en la gráfica de una función se pierde con el mecanismo de la línea recta, anteriormente mencionada. Podemos representar una función utilizando varios registros de representación pero si sólo se enseñan mecanismos, se dificulta el camino para lograr esto y además llegar a entender el sentido de la modelación con ellas.

Bibliografía

- Bagni, Giorgio T. (2004) “Una experiencia didáctica sobre funciones, en la escuela secundaria” *Revista Relime*, Volumen 7, Nº 1, páginas 5-23.
- Buendía, Gabriela (2006) “Una socioepistemológica del aspecto periódico de las funciones” *Revista Relime*, Volumen 9, Nº 2, páginas 227-251.
- Fabra Lasalvia, Margarida; Deulofru Piquet, Jordi (2000) “Construcciones de gráficos de funciones: Continuidad y prototipos” *Revista Relime*, Volumen 3, Nº 2, páginas 207-230.
- Fernández Casuco, Marta B. (2000) “Perfeccionamiento de la enseñanza-aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático” *Revista Relime*, Volumen 3, Nº 2, páginas 171-188.
- De Ponte, Joao Pedro; Matos, Ana (2008) “Estudio de relaciones funcionales y de concepto de variables en alumnos de 8º año”. *Revista Relime*, Volumen 11, Nº 2, páginas 195-23.

La presentación contendrá evidencias de las respuestas de los estudiantes como también la pauta del docente y un análisis cuantitativo de las respuestas obtenidas como también un análisis cualitativo más acabado.