A transposição didática no conceito de função.

Sílvia Rodrigues de **Oliveira**
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM
silviaolliveira@yahoo.com.br
Brasil

Niusarte Virginia **Pinheiro**
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – UFVJM
niusarte@yahoo.com.br
Brasil

Resumo

O conhecimento matemático deverá passar pelo processo de transposição didática para se tornar apto a ser estudado, pelos sujeitos, em uma instituição educacional. Nesta pesquisa, temos como problemática visualizar a contribuição da transposição didática para a aprendizagem do conceito de função no Ensino Médio e como objetivo, apresentar reflexões teóricas sobre este processo na Educação Matemática, identificar os elementos que favorecem a aprendizagem do conceito de função, bem como sua transformação do saber sábio ao saber a ensinar através da análise de livros didáticos. Trata-se de pesquisa bibliográfica, descritiva e explicativa fundamentada nos estudos de Chevallard (1991), Pais (2008), Brousseau (1986). Concluímos que é importante trabalhar função de forma contextualizada e interdisciplinar, dando ênfase à variabilidade, as diversas representações, o que possibilita uma aprendizagem mais significativa do conceito, ou seja, realizar a transposição didática.

Palavras chave: transposição didática, contextualização, função, livro didático, ensino médio.

Introdução

Nos dias atuais pesquisas têm apontado grandes problemas com a metodologia do ensino da matemática, bem como nas questões conceituais, na forma que os conteúdos são trabalhados. Segundo o PCN (1998), em 1995, numa avaliação que envolveu alunos do ensino fundamental, os percentuais de acerto por série e por processo cognitivo em matemática, constataram além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos em situações do cotidiano e à resolução de problemas.

Atualmente, a concepção de alguns professores sobre a prática pedagógica da disciplina matemática é de natureza essencialmente repetitiva e mecânica. O que torna difícil para o professor adotar metodologias dinâmicas de forma a possibilitar uma aprendizagem significativa. Isso enfatiza Becker (1997 apud Pais 2008)

> O que acaba predominando é uma visão estratificada e isolada de educação, o que leva a uma prática pedagógica fundamentada, sobretudo, na repetição e na reprodução do conhecimento. As conseqüências dessa postura educacional são, no mínimo, extremamente inexpressivas para o aluno. Esse pensamento empírico refere-se tanto às idéias pedagógicas quanto à maneira de conceber a função educativa do saber que é o objeto de seu ensino". (p.21).

Assim, consideramos a necessidade de rever a prática pedagógica, para que esta possibilite ao aluno a construção do conhecimento, para que este não seja apenas um mero repetidor de informações.

Esta pesquisa teve como principais objetivos, apresentar reflexões teóricas sobre o processo de transposição didática na Educação Matemática, identificar os elementos da transposição didática que favorecem a aprendizagem do conceito de função e identificar como ela é feita, do saber sábio ao saber a ensinar, partindo do seguinte problema de pesquisa: Qual a contribuição da transposição didática para a aprendizagem do conceito de função no Ensino Médio?

Para responder esta questão, buscamos analisar livros didáticos do Ensino Médio, comparando-os com um Livro do Ensino Superior, a fim de identificar os elementos presentes na definição do conceito de função, característicos da transposição didática ocorrida.

Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, descritiva e explicativa, com análise da transposição didática no conceito geral de função real, nos livros didáticos, do nível superior e médio. Os subsídios teóricos, entre outros, foram utilizados os trabalhos de Chevallard (1991), Brousseau (1986), Pais (2002, 2006, 2008), Leithold (1977), Dante (2005) e Paiva (2003).

O presente trabalho apresenta uma análise de livros didáticos de matemática do nívelsuperior ao médio, considerando como referencial teórico a Transposição Didática, descrita por Chevallard (1991). Selecionamos o conceito de função, e o livro do saber sábio *O cálculo com Geometria Analítica* (Leithold, 1977), do saber a ensinar *Matemática volume único* (Dante, 2005) e *Matemática volume único* (Paiva, 2003). A escolha do primeiro livro foi pelo fato de ser referência no ensino superior para cursos de licenciaturas em Matemática. Já os dois últimos por serem usualmente utilizados em escolas públicas do Estado de Minas Gerais.

A escolha pelo conceito de Função foi por este está presente em quase todos os fenômenos que nos envolve, possui uma notável relevância na formação matemática de qualquer cidadão atuante na sociedade. Além de está ligado a situações que envolvem abstrações, interpretações e resolução de problemas relativos a fenômenos estudados em várias áreas do conhecimento. Assim, julgamos pertinente apresentar as abordagens desse conceito desde o saber científico ao saber a ensinar, de modo a fornecer mais elementos para analisar a transposição didática ocorrida.

A transposição didática.

O termo Transposição Didática foi introduzido pelo sociólogo Michel Verret, em (1975). Ele propunha fazer um estudo sociológico da distribuição do tempo das atividades escolares, visando contribuir para a compreensão das funções sociais dos estudantes. Porém, em 1980, o matemático Yves Chevallard aprofunda e amplia o conceito num contexto mais específico, fazendo dele uma teoria e com isso analisando questões importantes no domínio da didática da matemática.

Para Chevallard (1991 apud Pais 2008), a transposição didática é entendida como um processo, no qual,

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (p.15).

Chevallard (1991) define a transposição didática como uma ferramenta que traduz o processo de transformação do saber científico em objeto de ensino de uma disciplina específica. Para o autor a transposição didática é um instrumento, através do qual analisamos o movimento do **saber sábio**, que os cientistas produzem, para o **saber a ensinar** aquele que toma lugar entre os objetos de ensino e o **saber ensinado** aquele que está ligado à didática de condução de sala de aula. A transposição didática põe em evidência o fato de que a disciplina escolar não é o conhecimento científico, mas uma parte dele.

Brousseau (1986), também analisou a transformação do saber. Para o autor, o saber matemático deve sofrer adaptações e transformações para ser ensinável. Ele situa este processo em três etapas:

1) O trabalho dos matemáticos – no momento da comunicação dos resultados de sua pesquisa, o matemático despersonaliza, descontextualiza o máximo possível seus resultados. Realiza uma "didática prática", para dar ao saber uma forma comunicável, fora de um contexto temporal.
2) O trabalho do professor – o professor deve construir situações-problemas nas quais os conhecimentos matemáticos sejam recontextualizados, tendo em vista a possibilidade de construção pelo aluno.
3) O trabalho do aluno - O educando, com a ajuda do professor, deve recontextualizar o saber que produziu, e reconhecer o caráter universal do conhecimento.

Para o citado autor, saber matemática, não é só aprender as definições e os teoremas a fim de reconhecer a ocasião de utilizá-los e aplicá-los, mas, sobretudo, resolver problemas.

Os Elementos da Transposição Didática

O saber sábio

Para um conhecimento científico ser introduzido dentre aqueles apresentados a comunidade escolar, é necessário que ele seja reconhecido, ou seja, possua uma fonte de referência produzida pela comunidade científica. O saber sábio é o saber original, aquele que aparece em revistas especializadas, teses, artigos, congressos ou periódicos científicos.

> O saber sábio é fruto de uma esfera própria composta por intelectuais e cientistas, que constroem o conhecimento científico. Mesmo sendo normal que os membros desta esfera muito das vezes tenham opiniões divergentes, seus trabalhos são construídos respeitando um padrão determinado por uma comunidade científica. Por isso, o saber sábio possui especificidades intrínsecas da sua área de formação como termos técnicos de uso restrito da área. (Guimarães, 2010, p. 3).

O citado autor esclarece que o saber científico é construído respeitando as regras da comunidade científica. Neste sentido, Khun (1975 apud Pais 2002) também afirma que, no caso da ciência e da matemática, esta construção e evolução do saber, ocorre sob um controle dos paradigmas, e estes são princípios e regras que os membros de uma comunidade científica compartilham entre si, visando legitimar estes saberes.

No caso da matemática científica, segundo Brousseau (1986), fica a cargo do trabalho do matemático, a criação dos conceitos, as demonstrações formais e descobertas dos teoremas, respeitando as normas estabelecidas pela comunidade científica.

Saber a ensinar

Ao ser transposto para o ambiente escolar, o saber sábio transforma-se em saber a ensinar. Este não consiste meramente na simplificação do conhecimento da esfera do sábio, mas sim na transformação do conhecimento, formulado devido às necessidades locais. Este saber deverá sofrer transformações visando sua apresentação aos alunos, pois o saber científico é apresentado por uma linguagem mais formal, assim o saber a ensinar não deve ser ensinado da mesma forma, como se encontra nos textos técnicos. Neste sentido, Pais (2002) afirma que "(...) a linguagem é considerada como um elemento que interfere diretamente no sistema didático, pois guarda uma relação direta com o fenômeno cognitivo". (p.21) Desconsiderar esse aspecto e formalizar o saber escolar, através de uma linguagem mais formal, constitui em uma possível dificuldade para a aprendizagem.

O saber a ensinar representa os conteúdos previstos nos currículos das várias disciplinas escolares valorizadas no contexto da história da educação. Ele se materializa na produção dos livros didáticos, nos programas e materiais institucionais. O conhecimento é reestruturado para uma linguagem mais simples para se adequar ao processo ensino-aprendizagem, sendo "desmontado", é reorganizado de uma maneira lógica e atemporal, de modo que o saber sábio seja transformado em um saber mais próximo da escola. Podem-se considerar como integrantes desta esfera os autores de livros didáticos e divulgação científica, os professores, os especialistas de cada área, todos os atores envolvidos com educação e ciências e, até mesmo, a opinião pública.

Saber ensinado

O Saber Ensinado é a etapa que Chevallard (1991) chamou de trabalho interno de transposição. Este é o momento em que o professor transforma o saber previsto nas esferas curriculares e faz uma adaptação ao tempo didático, aquele marcado nos programas escolares e nos livros didáticos em cumprimento a uma exigência legal.

Nessa etapa há uma transformação do conhecimento visando uma seqüência de aulas. O saber presente nos livros e programas não, necessariamente, coincide com aquele produzido em sala de aula. O professor é o principal personagem dessa transformação, uma vez que é ele que vai adequar o conhecimento trazido nos livros para aquele usado em suas aulas para melhor compreensão dos alunos.

Os saberes construídos no espaço escolar, além de cumprir as exigências legais das prescrições curriculares, são construídos com as experiências e com os saberes acadêmicos do processo de formação dos docentes.

A análise dos livros didáticos

O cálculo com Geometria Analítica (Leithold, 1977)

No saber sábio, vemos em Leithold (1977) um capítulo com título "Funções, limites e Continuidade". O autor primeiramente aborda as relações entre as variáveis, apresentando exemplos de relações de dependência de variáveis através de equações. Logo em seguida, comenta que não é necessário que as variáveis estejam relacionadas por meio de uma equação para que exista uma relação funcional entre elas.

O citado autor ao apresentar o conceito de função, destaca um aspecto relevante para o estudo, o caso da variabilidade. Apresenta as variáveis e a relação entre elas por meio de tabela, para depois definir formalmente o conceito.

> Uma função é um conjunto de pares ordenados de (x,y) no qual dois pares ordenados distintos não têm o primeiro número do par em comum. O conjunto de todos os valores possíveis de x é chamado o *domínio* da função e o conjunto de todos os valores possíveis de y é chamado a *imagem* da função. A equação (1) $y=2x^2+5$ define uma função. Chamamos a esta função f. A equação dá a regra pela qual um único valor de y pode ser determinado sempre que x for dado: isto é, multiplicar o número x por ele mesmo, depois multiplicar este produto por 2, e adicionar 5. A função f é o conjunto de todos os pares ordenados (x,y) tais que x e y satisfazem a equação (1). Os números x e y são chamados variáveis.Já que para a função f atribuem-se valores a x, este denominado *variável independente* e *y* a *variável dependente.* O domínio da função é o conjunto de todos os valores possíveis da variável independente e a imagem da função é o conjunto de todos os valores possíveis da variável dependente. Para a função f em consideração, o domínio e o conjunto de todos os números reais, o qual pode ser indicado através de uma notação de intervalo, como $(-\infty, +\infty)$. O menor valor que y pode assumir e 5 (quando x = 0). A imagem de f e então o conjunto de todos os números positivos maiores ou iguais a 5, que e $[5, +\infty)$. Agora seja g a função que e o conjunto dos pares ordenados (x,y) definidos pela Eq. (2): $y = \sqrt{x^2 - 9}$. Como os números estão ilimitados aos números reais, y e uma função de x somente se $x \geq 3$ ou $x \leq -3$ (ou simplesmente $|x| \geq 3$) pois para qualquer x que satisfaça estas desigualdades, e determinado um único valor y, Entretanto, se x estiver no intervalo $-3 \leq x \leq 3$, obtém-se uma raiz quadrada de um numero negativo e portanto não existe um numero real y. Assim, devemos restringir x, e afirmar que a função g e o conjunto de todos os pares ordenados (x,y) tais que $y = \sqrt{x^2 - 9}$ e $|x| \geq 3$. O domínio de g e $(-\infty, -3]$ e $[3, +\infty)$ e a imagem de g $[0, +\infty)$.Deve-se enfatizar que para termos uma função deve existir exatamente um valor da variável dependente para um valor da variável independente no domínio da função. (Leithold, 1977, P.51).

Percebemos nesta definição, a utilização de uma simbologia textual e algébrica, apresenta os pares ordenados pertencentes a essa função (x, y), identifica as variáveis nos pares, mostra a relação de dependência entre elas e posteriormente chega ao domínio e imagem da função, apresentando alguns casos para a restrição do domínio.

Após este relato o autor apresenta a definição geral para o gráfico de todas as funções, não traçando o mesmo. Para finalizar, apresenta exemplos dos casos particulares de funções com os seus respectivos gráficos e representações algébricas. Vinte e quatro exercícios são propostos solicitando a construção do gráfico bem como a identificação do domínio e imagem.

Matemática volume único (Dante, 2005).

Neste livro, o capítulo analisado é denominado “Funções”. O autor apresenta o conceito, afirmando que este é um dos mais importantes conceitos da Matemática e das ciências em geral. Na sequência, propõe situações específicas contextualizadas, utilizando como representação: a algébrica e tabelas, antes de introduzir a definição formal do conceito de função.

Percebemos que o autor evoca um aspecto fundamental de uma função, a variabilidade e trabalha as relações de dependência entre as variáveis quando coloca o preço a pagar da gasolina em função do número de litros. Observamos que a cada litro consumido a um único valor a ser pago e as grandezas são diretamente proporcionais, nas situações propostas pouco se trabalha com as inversamente proporcionais. Também relaciona a representação algébrica com a tabela, mas não utiliza outras representações. Em seguida, são propostos quatro exercícios utilizando a resolução de problemas. Percebemos que os exercícios são parecidos com os exemplos dados ao introduzir o conceito de função, mas todos são direcionados a capacidade de raciocinar, conjecturar e estabelecer relações.

Logo após o autor retoma a mesma noção de função usando a relação entre conjuntos. Apresenta quatro exemplos que caracteriza o que é ou não uma função. Para tanto o autor utiliza as representações: algébrica, diagrama e tabela. Depois formaliza a definição. “Dados dois conjuntos não-vazios **A** e **B**, uma função de **A** em **B** é uma regra que diz como associar cada elemento x ϵ A a um único elemento y ϵ B”. (Dante, 2005, p.34). Cinco exercícios são propostos direcionados a identificar funções, utilizando diagramas e representação algébrica para relacionar a lei de correspondência entre as variáveis.

No próximo tópico destaca a questão do domínio, contradomínio e a imagem de uma função, através da noção de conjuntos. Apresenta exemplos e exercícios utilizando a representação algébrica e o diagrama correspondente. Não apresenta nenhum caso que não é possível representar uma função de forma algébrica ou através de um diagrama, como no livro do Leithold (1977).

Separadamente da definição muitas seções à frente, aborda o gráfico de uma função. Dante (2005), ao apresentar esse conteúdo, chama a atenção para o uso freqüente de gráficos e tabelas que procuram retratar uma determinada situação cotidiana. Esses gráficos e tabelas, em geral, representam funções, e por meio deles podemos obter informações sobre a situação que retratam, bem como sobre as funções que representam. O autor não comenta e nem apresenta exemplos de casos de funções que não podem ser representada graficamente em R^2 , aspecto importante a trabalhar o conceito de função.

A seguir coloca alguns exemplos de gráficos por meio de situações contextualizadas. Propõe uma seção que trabalha as Coordenadas Cartesianas, momento que trás a relação de par ordenado, sistema de eixos ortogonais, e utiliza esse sistema para localizar pontos no plano. Sete exercícios que valoriza a contextualização e a interdisciplinaridade complementam a seção. Existem seções que não serão comentadas por não ser o nosso objeto de estudo.

No tópico a construção de gráfico de funções faz o seguinte comentário para esta construção,

> Para construir o gráfico de uma função dada por y= f(x), com x ϵ D(f), no plano cartesiano, devemos:
> * Construir uma tabela com valores de **x** escolhidos convenientemente no domínio D e com valores correspondentes para y = f(x);
> * A cada par ordenado (x, y) da tabela associar um ponto do plano cartesiano;

> * Marcar um número suficiente de pontos, até que seja possível esboçar o gráfico da função. (Dante, 2005, p.42).

Notamos que o autor, apenas relata como pode ser feita a construção de um gráfico, não apresentando a definição do mesmo, como descrita por Leithold (1977). Em seguida apresenta três exemplos de construção de gráficos, relacionando a lei de formação com o gráfico e a tabela. Logo após, propõe apenas um exercício de construção de gráfico através de funções já estabelecidas.

Matemática volume único (Paiva, 2003).

O título do capítulo analisado é "A linguagem das funções". O autor inicialmente apresenta Sistemas de Coordenadas através de uma situação problema. Depois, apresenta o sistema cartesiano ortogonal de coordenadas, e apresenta um gráfico, identificando as variáveis através da abscissa e ordenada.

Para introduzir o conceito de função, propõe uma situação problema envolvendo velocidade média, à distância percorrida por um carro em função do tempo.

Observamos que ao apresentar o conceito de função, o autor utilizou da contextualização para dar ênfase para a dependência entre as variáveis, isso quando coloca a distância percorrida por um carro em função do tempo. Também notamos a relação entre as representações da função, quando expressa a tabela com a lei de formação.

Em seguida o autor menciona que para a formalização do conceito de função é necessário conhecer o conceito de **relação** entre conjuntos, pois função é um tipo particular de relação. Propõe dois conjuntos, A e B associa cada elemento x de A ao elemento y de B, depois representa essa associação através do diagrama de flechas e também dos pares ordenados. Nesse trecho ele também explica o que seria o domínio, contradomínio e imagem da relação, apresentando o gráfico, relacionando-o ao diagrama de flechas.

Paiva (2003) expõe um tipo particular de relação entre conjuntos, e que esse tipo de relação, por possuir uma propriedade especial é chamada **função**. Apresenta um exemplo através de diagrama caracterizando que esta representação é uma função. Depois a define formalmente, "Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação f de A em B é função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado, por meio de f, a um único elemento de B". (PAIVA, 2003, p.58).

Após a definição de função, vemos outros exemplos para identificar o que é função e o que não é, para isso utiliza diagramas de flechas trazendo justificativas. Não encontramos outras representações nos exemplos. Tem-se um exercício resolvido, e propõe mais quatro para serem resolvidos, valorizando a contextualização e o raciocínio lógico.

Traz um tópico sobre a questão da imagem, em que apresenta algumas particularidades da **ordenada *y***, para isso destaca: a imagem de um elemento por meio do diagrama de flechas; imagem de um elemento por meio da lei de formação; imagem de um elemento por meio do gráfico de uma função.

Em seguida, estuda o sinal da função, quando a função é positiva, negativa e nula, relata que isto esta relacionado com valores do domínio da função. Sete exercícios são propostos e para finalizar apresenta um exemplo para casos que a relação não representa função utilizando a representação gráfica. Generaliza condições de existência de uma função e comenta quando um gráfico representa uma função, mas não abordando a definição do mesmo.

O autor também traz a visualização de gráfico, mas não o define formalmente o que ele seria, como apresentado no Leithold (1977). Seria importante definir o gráfico de uma função por ser um elemento importante quando se analisa a transposição didática deste conceito. Vinte e oito exercícios finalizam o capítulo, sendo que a maioria deles possibilita a visualização de diversas representações, estimulam o raciocínio e utilizam a contextualização e interdisciplinaridade, elementos que favorecem a aprendizagem.

A transposição didática de função – do saber sábio ao saber a ensinar.

A análise dos livros acima descritos, baseada nas idéias de Chevallard (1991) sobre a transposição didática, nos leva as seguintes reflexões sobre a abordagem dada ao conceito de funções que ora relatamos.

Considerando o saber científico sobre função presente em Leithold (1977), percebemos que a definição contém elementos presentes como: a variabilidade, a composição dos pares ordenados, a relação de dependência e a generalidade para as grandezas proporcionais. Quando apresenta a definição do gráfico observamos que esta é para o caso geral de função, não apresentando casos específicos. Também não relaciona uma lei de formação com o gráfico, apenas define como este é obtido de forma generalizada.

No saber a ensinar, encontrado em Dante (2005) e Paiva (2003) do Ensino Médio ao fazer a transposição didática do conceito de função, os autores observaram aspectos importantes para a instrumentalização da transposição: como linguagem, contexto e uso de outras representações como algébrica e tabelas.

No que se refere à adaptação do saber sábio ao saber a ensinar do conceito de função e a relação de dependência entre as variáveis, retomaremos aqui ao que os autores relatam:

<table>
<tr><th>Leithold (1977)</th><th>Dante (2005)</th><th>Paiva (2003)</th></tr>
<tr>
<td>(...) A função f é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) tais que x e y satisfazem a equação (1) $y=2x^2+5$.

Já que para a função f atribuem-se valores a x, este denominado variável independente e y a variável dependente. O domínio da função é o conjunto de todos os valores possíveis da variável independente e a imagem da função é o conjunto de todos os valores possíveis da variável dependente. (...) (p.51)</td>
<td>Número de litros de gasolina e preço a pagar. Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em março de 2005).
<table>
<tr><th>Número de Litros</th><th>Preço a pagar (R$)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2,30</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4,60</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6,90</td></tr>
<tr><td>4</td><td>9,20</td></tr>
<tr><td>...</td><td>...</td></tr>
<tr><td>40</td><td>92,00</td></tr>
<tr><td>x</td><td>2,30x</td></tr>
</table>
Observe que o preço a pagar é dado em função do número de litros comprados, ou seja, o preço</td>
<td>Suponha que um automóvel percorra um trecho AB de uma estrada a uma velocidade constante de 80 Km/h. Consideremos A como ponto de partida e associemos a ele a marca 0 Km. A cada ponto P, do trecho AB, associemos a marca d Km, que é a distancia de P até A, medida ao longo da trajetória. Raciocinando de maneira análoga, podemos construir a tabela a seguir, descrevendo a distância d percorrida em vários pontos após t horas da partida.
<table>
<tr><th>t (horas)</th><th>d (quilômetros)</th></tr>
<tr><td>2</td><td>160</td></tr>
<tr><td>3</td><td>240</td></tr>
<tr><td>4</td><td>320</td></tr>
<tr><td>...</td><td>...</td></tr>
</table>
Note que para cada valor de t se associa um único valor de d. Por</td>
</tr>
</table>

	a pagar *depende* do número de litros comprados. Preço a pagar = R$2,30 vezes o número de litros comprados. Ou p = 2,30x → *lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função.* (DANTE, 2005, p.32).	isso dizemos que a distância d é dada em função do tempo pela seguinte equação: d = 80t. (p.57).

Tabela 01: Apresentação do conceito de função

Percebemos que Dante (2005) e Paiva (2003) ao abordarem o conceito de função, trabalham com casos específicos de funções e para identificação das variáveis para esses casos, representando-as por meio de tabelas e relacionando-as com a lei de formação correspondente. Isso difere do Leithold (1977) que apresenta de forma geral as variáveis dependentes e independentes, não trabalhando outros tipos de representações, isto por ser característica própria do saber científico.

Quanto à transposição ocorrida, observamos que os livros do Ensino Médio não trabalham conjuntamente questões como domínio, imagem e gráfico, como é trabalhada no livro do Ensino Superior. Neles seções ficam separadas uma das outras e uma mesma situação problema não é vista em toda sua dimensão como: definição, domínio, imagem e gráfico com suas possíveis representações. Acreditamos que seja necessário explorá-las minuciosamente.

Também notamos que as grandezas expressas nos exemplos dados, são diretamente proporcionais, pouco se trabalha as inversamente proporcionais. Observamos que os três autores apresentam o conceito de função e a questão da variabilidade, mas numa abordagem diferente, ou seja, fica visível a transposição didática adotada.

Retomaremos nos quadros a seguir, a definição de função e gráfico abordada pelos os três autores para a referente análise.

Leithold (1977)	**Dante (2005)**	**Paiva (2003)**
Uma função é um conjunto de pares ordenados de (x,y) no qual dois pares ordenados distintos não têm o primeiro número do par em comum. O conjunto de todos os valores possíveis de x é chamado o *domínio* da função e o conjunto de todos os valores possíveis de y é chamado a *imagem* da função.(...) (p.51).	Dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que diz como associar cada elemento x ϵ A a um único elemento y ϵ B. Usamos a seguinte notação: f: A→B ou A→B, que se lê: f é uma função de A em B. (p.34)	Dados dois conjuntos, A e B, qualquer conjunto de pares ordenados (x,y), com x ϵ A e y ϵ B, é chamado de relação de A em B. (p.58).

Tabela 02: Definição de função

Observamos que Leithold (1977), quando define função, trabalha de forma geral, utilizando a composição de par ordenado, não considera como nos livros do Ensino Médio dois conjuntos. A definição de função nestes dois livros didáticos, Dante (2005) e Paiva (2003) não difere muito, eles explicam função através da relação entre conjuntos, porém ambos não exploram neste momento a dependência entre os elementos e não trabalham o domínio e imagem da função, como no Leithold (1977).

No que se refere ao gráfico da função temos a seguinte comparação.

Leithold (1977)	**Dante (2005)**	**Paiva (2003)**
Sendo f uma função, então o *gráfico* de f é o conjunto de todos os pontos (x,y) em R^2 para os quais (x,y) é um par ordenado em f. Portanto, o gráfico de uma função é uma curva que constitui o conjunto de todos os pontos em R^2, cujas coordenadas cartesianas são dadas pelos pares ordenados de números (x,y). Já que cada valor de x no domínio da função corresponde um único valor de y, nenhuma reta vertical pode interceptar o gráfico da função em mais de um ponto. (p.51).	Para construir o gráfico de uma função dada por y= f(x), com x ϵ D(f), no plano cartesiano, devemos: * Construir uma tabela com valores de **x** escolhidos convenientemente no domínio D e com valores correspondentes para y = f(x); * A cada par ordenado (x,y) da tabela associar um ponto do plano cartesiano; * Marcar um número suficiente de pontos, até que seja possível esboçar o gráfico da função. (p.42).	Um gráfico representa uma função de A em B se, e somente se, qualquer reta paralela ao eixo Oy, passando por um ponto qualquer de abscissa x, com x ϵ A, intercepta o gráfico num único ponto. (p.63).

Tabela 03: Abordagem do gráfico de uma função.

Leithold (1977) define o gráfico de todos os tipos de funções, não apresentando outros tipos de representações. Apresenta também o que será a visualização deste gráfico, e diz que a curva que define o gráfico é constituída por todos os pontos em R^2. Chama a atenção para o que não pode ocorrer com o mesmo.

Numa abordagem diferente do Leithold (1977), Dante (2005) ao fazer a transposição didática não define o gráfico de uma função, mas trás orientações para a construção do mesmo, não retrata que são o conjunto de todos os pontos que vão compor o gráfico, destaca que apenas um número suficiente deles é necessário para traçá-lo.

Paiva (2003) ao fazer a transposição didática, não aborda como construir o gráfico, diferente de Dante (2005), também não aborda sua definição formal como no Leithold (1977), apenas relata quando este pode representar uma função.

No que tange à aprendizagem, os livros devem observar critérios para favorecê-la nos conceitos trabalhados. Neste sentido Vergnaud (1996 apud Vasconcelos 2008) afirma que “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança”. (p.20).

Concordamos com o que propõe o autor. Os conceitos matemáticos, não podem limitar à sua definição, muito mais que isso, o contexto, as aplicações, as situações envolvidas que facilitam a aprendizagem do aluno, e possibilitam também a percepção que o saber matemático está presente nas situações envolvidas do cotidiano. Assim a contextualização torna-se importante para aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Conclusão

A análise dos livros didáticos leva-nos a concluir que os livros Dante (2005) e Paiva (2003) ambos do Ensino Médio ao apresentar o conceito de função observam aspectos relevantes à transposição didática, tais como: a contextualização, a linguagem, representações diversificadas como, tabelas e diagramas.

Ao definir formalmente o conceito de função, Paiva (2003) e Dante (2005) começam desenvolvendo o tema através de relações. Ambos definem relação através de exemplos, usando diagramas de flechas entre dois conjuntos para depois trazerem a definição de função.

Nestas definições, verificamos que elas estão basicamente centradas na teoria de conjuntos. Outros aspectos importantes na construção do conceito de função como: às noções de dependência, correspondência, variáveis dependentes e independentes são trabalhados de forma isolada, não ficando evidentes no momento da apresentação da definição. É necessário deixar claro na função seus componentes de variação, dependência e correspondência.

Dante (2005) e Paiva (2003) diferentemente do Leithold (1977), trabalham domínio, conjunto imagem e contra domínio após a definição de função. Expõe casos específicos para cada um desses conceitos, utilizando representação algébrica e diagramas, fato que evidencia a transposição Didática. Isso nos remete a refletir: Será que trabalhar os tópicos relacionados à função isoladamente favorece a aprendizagem?

Também percebemos que os referidos autores dos livros do Ensino Médio, apresentam primeiro as funções na forma algébrica para depois apresentar o gráfico. Pouco se trabalha do geométrico para o algébrico. O que nos leva a outro questionamento: Será que desta forma o aluno compreende que há uma relação entre o registro geométrico e o algébrico no conceito de função?

Na transposição didática do conceito de função, fica claro que antes de trazer a definição formal de função, recomenda-se trabalhar questões contextualizadas e de forma interdisciplinar, dando ênfase às diversas representações, proporcionalidade, variabilidade, porque estes são elementos fundamentais para a formalização do conceito de função e possibilita uma aprendizagem mais significativa do mesmo.

Diante dessas questões, enfatizamos que todo o percurso trilhado nesta pesquisa indica a necessidade da realização de novos estudos no intuito de melhor compreender o papel da transposição didática no processo ensino-aprendizagem de função.

Referências bibliográficas

Brasil, Parâmetros Curriculares Nacionais (1996). *Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: SEF/MEC.

Brousseau, G. (1986). *Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherces en Didactiques des Mathématiques,* v.7, n.2, pp. 33-116**.**

CHevallard, Y**.** (1991) *Lá Transposición Didáctica: del saber sabio al saber ensenado*. Buenos Aires: Aique.

Dante, L. R. (2005) *Matemática,* volume único. São Paulo: Ática.

Guimarães, G. R. Sade, W. *Utilizando a transposição didática para a introdução do átomo de Bohr no Ensino Médio.* **(**2009, janeiro**)** Disponível em: http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xviii/sys/resumos/T0051-1.pdf, Acesso: 14/09/10.

Leithold. L. (1977) *O Cálculo com Geometria Analítica*. Vol. 1 São Paulo: Harbra & Row do Brasil.

Pais, L. C. (2008) *Transposição Didática*. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. (org.) Educação matemática: uma (nova) introdução / Anna Franchi. 3 ed. São Paulo: EDUC, pp. 11-48.

Paiva, M. (2003) *Matemática,* volume único. 2 ed. São Paulo: Moderna.

Vasconcelos, M. B. (2008) *A contextualização e o Ensino de Matemática: um estudo de caso*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.