



## **Dificuldades na conversão de problemas envolvendo equação e a relação com o contrato didático**

Regina Celi de Melo **André**  
Secretaria de Educação do Estado de PE  
Brasil  
[reginacmelo@yahoo.com.br](mailto:reginacmelo@yahoo.com.br)

### **Resumo**

Este estudo consiste em um recorte de uma pesquisa mais ampla e teve como objetivo investigar quais as dificuldades apresentadas por estudantes do oitavo ano do ensino fundamental no processo de transição da linguagem natural para a linguagem algébrica em problemas envolvendo equações. O principal referencial teórico utilizado foi a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. A investigação contemplou alunos de escolas da rede pública de ensino da cidade do Recife. Aplicamos um tipo de teste, composto de 14 questões, realizando-se em seguida uma análise, onde se verificou as estratégias e registros mobilizados. O estudo em questão nos permitiu constatar que as regras do contrato didático quando rompidas podem interferir no processo de conversão entre duas linguagens envolvidas, no caso em particular, da linguagem natural para a linguagem algébrica, gerando certas dificuldades no equacionamento de determinados problemas por parte dos estudantes.

*Palavras chave:* registros de representação, linguagem natural, linguagem algébrica, ensino-aprendizagem da álgebra, conversão.

### **Considerações iniciais**

Este trabalho é um recorte de um estudo mais amplo em que foram detectadas dificuldades dos estudantes em efetuar a transição entre dois tipos de registro de representação por meio da conversão, constatamos que, mesmo antes desse processo, há outro aspecto igualmente importante que pode gerar outras dificuldades e que se refere às expectativas de professor e alunos quanto à construção do conhecimento matemático. Estamos falando de um dos fenômenos didáticos que podem ser expressos em sala de aula: o contrato didático com suas regras que, em sua maioria, são implícitas, mas que emergem quando ocorre alguma ruptura das mesmas.

Observando a trajetória escolar dos estudantes, a sensação que temos é que não se leva em consideração a questão da representação do objeto matemático no momento em que são introduzidos novos conceitos ou explorados conceitos já aprendidos. No caso das equações especificamente, há uma tendência geral a enfatizar a manipulação algébrica, a resolução da equação propriamente dita, esquecendo que é fundamental utilizar algum tipo de registro que sirva de suporte para comunicar ou representar os objetos matemáticos que são de natureza abstrata, sobretudo quando nos referimos à passagem de enunciados de problemas para a linguagem matemática. Em geral, parece que os alunos sempre apresentam algum tipo de dificuldade diante da “tradução” de problemas. Entretanto, essa tradução é anterior à resolução do problema. Sendo assim, como eles não conseguem identificar qual a equação, expressão ou fórmula que melhor representa um problema, acabam esbarrando também no aspecto procedimental.

No que diz respeito à educação básica, o que ocorre no ensino médio em relação ao ensino da álgebra se traduz na imensa dificuldade dos alunos dessa etapa final em equacionar problemas ao fazer a transição da linguagem natural para a algébrica. Muitas vezes não chegam à resolução por não saberem como relacionar os dados do enunciado para em seguida representá-los na forma de uma equação algébrica. Ainda nesse sentido, segundo Damm (1999), constatou-se em diversas pesquisas em educação matemática a dificuldade que o aluno encontra de passar de uma representação a outra. Em outras palavras, essa constatação parece apontar que os alunos apresentam dificuldade em ler um problema posto em linguagem corrente e depois traduzir para a linguagem algébrica, através do uso de equações ou expressões algébricas, por exemplo. Na maioria das vezes, o passo mais difícil na resolução de problemas talvez seja o processo de tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica e não a resolução propriamente dita (LOCHHEAD E MESTRE, 1997). Neste caso, é interessante observar que antes de resolver um problema, geralmente, o aluno procura buscar uma forma de representar esse mesmo problema. Em outras palavras, busca modelar a situação proposta, tentando extrair os dados do enunciado e montar uma equação ou até mesmo uma expressão, conforme o que seja solicitado.

Assim sendo, o equacionamento de enunciados de problemas no processo de transição da linguagem natural para a linguagem algébrica e a relação que se estabelece com o contrato didático constitui o objeto deste estudo. Trata-se de um tema que apesar de ter sido alvo de pesquisas anteriores na área de educação matemática, parece não levar em consideração a questão dos registros de representação, pois consideramos este um aspecto importante para tentarmos compreender melhor como se dá o processo de conversão realizado pelos alunos na resolução de problemas e as regras do contrato didático. Para tanto, surgiram algumas questões relativas à problemática sobre o tema em estudo: Como os alunos do oitavo ano do ensino fundamental realizam a passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica, antes da resolução de problemas?; Qual a relação entre o processo de conversão e as regras do contrato didático envolvidas?; Até que ponto este fenômeno pode gerar dificuldades no trabalho de transição entre duas linguagens? Que tipos de registros de representação emergem durante esta transição?

## **Os registros de representação semiótica**

Em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações. Portanto, para o seu ensino precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Neste caso, não existe conhecimento matemático que pudesse ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação. Em se tratando de linguagens, tem-se constatado em diversas pesquisas de educação matemática a dificuldade que o aluno encontra de realizar a passagem de um registro de representação a outro, impedindo-os, muitas vezes, que eles prossigam no processo de resolução de problemas contextualizados que lhes são propostos em sala de aula ou que surgem no dia a dia de seu cotidiano enquanto cidadão. Em matemática, recorre-se a uma grande variedade de representações semióticas. Para fundamentação e análise dos estudos relativos ao presente trabalho de pesquisa recorreremos à teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

Um dos grandes problemas na aprendizagem matemática refere-se ao fato de que não é possível ter acesso a um objeto matemático por meio de um instrumento ou, mesmo, pela percepção, em virtude de sua natureza abstrata. Duval (2003, p.21) afirma que “o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas”. O autor afirma, que não levamos em consideração na prática da sala de aula a existência de uma diversidade de registros de representação que poderiam ser mais bem explorados se o foco fosse mais na atividade que ele chama de conversão. Para o autor, os registros de representação mais complexos são os que têm como ponto de partida o enunciado em língua natural ou texto. O autor propõe que as resoluções desses problemas dependem primeiramente da compreensão dos enunciados e da conversão das informações pertinentes. Em se tratando deste aspecto, em nossos estudos, constatamos inúmeras dificuldades na passagem da linguagem natural para a algébrica, em que os enunciados foram colocados para serem “traduzidos” de uma representação “A” para outra representação “B”. No entanto, surgiu outro aspecto relevante nesse processo de transição e que provocou reações no comportamento dos sujeitos envolvidos nas atividades. Estamos nos referindo às regras de contrato que vêm à tona durante a tentativa de levar os estudantes a realizarem uma determinada tarefa.

A coordenação entre dois registros quaisquer se dá através dessas duas operações: os tratamentos e as conversões. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados. Em outras palavras, Duval nos diz: “a conversão é a mudança da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em um registro, em uma representação deste mesmo objeto, desta mesma situação ou da mesma informação em outro registro” (DUVAL, 2004, p.45). Por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica; transformar uma frase em equações matemáticas é também uma atividade de conversão. O presente estudo focaliza a atividade de conversão e a sua relação com o contrato didático. Ou seja, investigamos atividades em que os alunos são levados a fazer a mudança entre duas linguagens, a natural e a algébrica, observando os registros de representação que são mobilizados durante esse processo em que é necessário transformar o enunciado de uma questão em uma equação ao mesmo tempo em que observamos como se eles se comportam, quais as reações apresentadas, quais as regras implícitas e que são rompidas nesse processo.

Para análise dos dados, selecionamos alguns tipos de registros de representação identificados nas produções dos alunos, de acordo com a teoria de Duval. O autor afirma que, para analisar a atividade de conversão, é suficiente comparar a representação no registro de partida com a representação terminal no registro de chegada.

## **O contrato didático**

Em relação ao contrato didático, Guy Brousseau (1986) propôs que o sistema didático comporta três elementos que se configuram como partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa: a relação didática. Dois desses elementos são ‘humanos’: O PROFESSOR E O ALUNO; e o outro é um elemento não-humano, mas que determina, em larga escala, a forma como tais relações irão se estabelecer: o SABER.

De acordo com Brito Menezes (2006), tanto o professor quanto o aluno possuem alguma relação ao saber, embora tal relação, inicialmente, seja assimétrica: o professor sabe algo que o aluno ainda não sabe. Nesse sentido, o que se discute na Educação Matemática é que o objetivo da relação didática é mudar a relação inicial do aluno ao saber. Quando o saber está sendo introduzido em sala de aula, a relação do aluno ao saber ainda é inadequada. Cabe, ao professor, criar situações que aproximem o aluno do saber.

Para investigar elementos da relação didática é necessário compreender que ela é permeada por certos ‘fenômenos’ que se instituem na sala de aula, que são fundamentais de serem discutidos quando se está interessado em investigar a construção de um dado conhecimento.

É importante ressaltar que as regras negociáveis nesta relação contratual, embora possam ser duradouras, não são absolutamente estáveis e perenes. Ao longo do processo de ensino e aprendizagem, umas são abandonadas e outras são geradas. Isso implica dizer que o contrato didático passa por um processo contínuo de negociação e renegociação; e que a cada novo saber ou novo grupo de alunos em jogo, um novo contrato se estabelece.

Pesquisadores que se dedicam ao estudo desse fenômeno indicam que é mais fácil identificá-lo quando há uma ruptura do mesmo. A ruptura se dá quando ambos os pares da relação - ou um deles - defronta-se com uma situação de conflito. No presente estudo, esse conflito parece ter surgido a partir do momento em que os alunos diante da atividade proposta, tiveram uma reação contrária à esperada pelo professor. Em geral, quando o contrato é rompido torna-se em parte explicitado e deve ser renegociado. Nesse caso, foi necessária uma intervenção para renegociar uma das regras implícitas para ambos os envolvidos. Pelo discurso do professor e dos alunos em uma situação de ruptura do contrato, podemos identificar os elementos que o compõem e as responsabilidades que cabiam a cada um dos parceiros da relação.

No momento em que deseja investigar a construção do conhecimento por parte do aluno na sala de aula, acredita-se que é fundamental lançar um olhar para contrato didático e fazer uma análise que implica em se debruçar sobre a interação entre professor e alunos acerca de um dado saber. Entretanto, nem sempre ele é rompido. Aliás, podemos até dizer que em boa parte do tempo ele é aceito tacitamente por ambos os parceiros da relação didática.

Entende-se que fazer uma análise do contrato didático de maneira mais cuidadosa implica em se debruçar de forma efetiva sobre a interação discursiva que envolve professor e aluno, a despeito de um dado saber. Entretanto esse não se constitui o objetivo do nosso estudo. Ao mesmo tempo, acredita-se que é fundamental lançar um olhar, mesmo que de forma mais incipiente, sobre os fenômenos didáticos, quando se quer investigar a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica.

### As regras do contrato didático e as dificuldades na conversão

Para compreendermos melhor o comportamento dos estudantes no que diz respeito às regras do contrato didático e a relação com as dificuldades reveladas na transição da linguagem natural para a algébrica, analisamos, a seguir, uma das questões da atividade proposta:

Questão 1 - A soma das idades de Cristiane e Sara é 22 anos. Cristiane é seis anos mais velha do que Sara.

Inicialmente, esperava-se que os alunos escrevessem os dados pertinentes no enunciado, representando-os da seguinte forma: a idade de Sara por  $x$ , (ou escolher outra incógnita) e a idade de Cristiane por  $x + 6$ , por exemplo, fazendo as relações necessárias para depois chegar a equação correspondente. Neste momento, resalta-se qual era a expectativa em relação aos estudantes.

Ao distribuir a atividade, individualmente, fez-se a leitura da mesma e foi solicitado que cada um procurasse responder como soubesse, à sua maneira. Nesse caso, a reação geral dos alunos foi imediatamente em busca de uma solução, tentando resolver e obter uma resposta numérica para as questões iniciais.

Como havíamos previsto, a grande maioria somou os dados presentes no enunciado, sem perceber a relação entre eles. Para muitos, basta adicionar os valores numéricos que aparecem no texto do problema que o mesmo é considerado como resolvido. Constatamos também que, diante dessa nova situação que lhes era proposta, os alunos reagiam das mais variadas formas: por exemplo, alegavam não saber como representar na forma de equação cada problema conforme lhes solicitava o comando geral da atividade. Nesse momento parece haver uma ruptura de contrato didático, havendo a necessidade de renegociar as cláusulas do mesmo, pois a atividade não requer a resolução de problemas, mas o equacionamento das situações propostas. Percebe-se com isto, o surgimento de dificuldades por parte do aluno em lidar com uma nova situação à qual ele não estava habituado.

É interessante também destacar que em duas das respostas dadas a esta primeira questão, dois alunos parecem confundir a representação com a resolução, como nos mostra a transcrição a seguir:

#### Aluno A

$$X + Y = 22$$

$$\underline{X + Y = 28}$$

$$2X = 25$$

$$X + Y = 25$$

$$25 + Y = 28$$

$$Y = 28 - 25$$

$$Y = 23$$

#### Aluno B

$$x + y = 22 \quad X + Y = 28$$

$$x - y = 28 \quad 25 + Y = 28$$

$$2x = 50/2 \quad Y = 28 - 25$$

$$X = 25 \quad Y = 3$$

Solução

$$\begin{array}{r} 25 \\ -3 \\ \hline 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ + 3 \\ \hline 28 \end{array}$$

Constatamos que, em ambas as respostas dadas, os alunos se detêm no aspecto sintático, fazendo a manipulação algébrica na busca de uma solução para a questão. Eles empregaram para isto um sistema de equação. Entretanto, o que chama novamente a atenção, nesse momento, refere-se ao fato que estes alunos foram imediatamente resolvendo as questões sem perceber ou prestar atenção que o comando era apenas para representar a situação proposta por meio de equações ao contrário de resolvê-la. Percebe-se que os alunos mal liam a atividade ao recebê-la, ficavam ansiosos e preocupados logo em “resolver”. Isto nos remete à outra idéia que sempre emerge nos fenômenos didáticos presentes em sala de aula: estamos nos referindo mais uma vez à idéia de contrato didático<sup>1</sup>, definida e utilizada por Brousseau. Como sabemos, tradicionalmente, o contrato didático escolar tem uma cláusula que garante que, quando um professor propõe um problema para seus alunos, em princípio, o aluno dispõe dos elementos necessários para resolvê-lo. Com base nisso, os alunos supõem que, como sempre, a solução do problema será o resultado de algumas operações aritméticas simples, a partir dos dados do enunciado. Baseados nessa hipótese, acreditamos que os alunos do presente estudo (não apenas nesta questão, mas em outras) tiveram um comportamento semelhante e imediato ao tentarem resolver o que lhes foi apresentado, reagindo até mesmo de forma impulsiva em dar imediatamente soluções a questões que lhes são propostas, embora isto não tenha sido solicitado, pois como já esclarecemos, no estudo não havia intenção de que os alunos resolvessem algo, mas que apenas escrevessem algum tipo de representação que correspondesse aos enunciados das questões propostas.

Percebe-se, neste caso, uma expectativa dos mesmos em resolver, mesmo antes de ler as questões e descobrir o que está sendo solicitado fazer. Isto parece estar relacionado às regras de contrato didático que estão implícitas, existentes nas relações que permeiam a atividade matemática em sala de aula.

No concerne à conversão, a nossa expectativa era que os alunos usassem uma incógnita para representar a idade de Sara, por exemplo, a letra  $x$ , em seguida, a soma de  $x$  com 6 ( $x + 6$ ) para indicar a idade de Cristiane.

Como já se verificou a literatura, há uma forte tendência dos alunos em fazer a tradução mecânica das palavras-chave de uma questão ou problema em símbolos algébricos correspondentes. Parece que são os automatismos que predominam muitas vezes e estão presentes nas tarefas dos alunos. Além disso, percebe-se que a dificuldade maior está em estabelecer uma única relação representando enunciados de problemas mais do que na resolução dos mesmos.

Como se sabe, a representação de um determinado objeto matemático abrange tanto a construção da representação como a possibilidade de operar com essa representação, realizando as transformações regidas pelas leis do registro no qual se representa.

---

<sup>1</sup> O conceito de contrato didático, empregado por Brousseau, representa o “motor” para a aprendizagem de certo conceito matemático e tem suas “cláusulas” bastante implícitas. Nesse contrato, está a subjetividade e a expectativa dos alunos e professores. Portanto, ele precisa ser renegociado continuamente em função dos objetos matemáticos que estão em jogo no processo de aprendizagem.

Acreditamos que esta dificuldade inicial e até mesmo certa resistência por parte de muitos alunos, pode estar também relacionada ao fato de não estarem habituados a fazer atividades dessa natureza, sem que antes tenham contato com o objeto de estudo em questão. Em outras palavras, vários alunos reagiram alegando que não haviam estudado “aquele conteúdo” em outros momentos (referindo-se ao ano em curso ou a anos anteriores, séries estudadas), sobretudo, antes de serem submetidos a aquela atividade. Eles questionavam como poderiam saber responder algo se não haviam estudado sobre o assunto previamente. Observamos que esta se caracterizava uma prática comum em todas as turmas envolvidas na pesquisa.

Mais uma vez, emergem regras do contrato didático, que parecem ser explicitadas na relação com o saber matemático em jogo. Geralmente, uma das expectativas do aluno consiste em esperar que o professor apresente diretamente um determinado conceito, em seguida elencar alguns exemplos padronizados, que servem de modelo em momentos posteriores para, por fim, propor a resolução de uma lista extensa de exercícios repetitivos, que tradicionalmente apresentam as mesmas idéias, limitando o papel da resolução de problemas no processo de construção e apropriação do conhecimento matemático.

Vale destacar também que, em outros momentos houve casos em que estudantes alegavam nunca ter estudado antes o conteúdo equação enquanto que outros declaravam ter esquecido o assunto, já que fazia algum tempo desde que estudaram ou mesmo não entender a questão proposta. Eles pareciam não compreenderem o que fazer, por onde começar. Alguns questionaram sobre o que receberiam em troca, alguma nota ou conceito. Estariam eles sendo avaliados sobre aquele conteúdo abordado na atividade? Percebia-se na reação de alguns essa interrogação ou dúvida. Isto nos leva a refletir que muitas vezes os alunos se submetem a executar uma tarefa por se sentirem “obrigados” pelo professor ou em troca de alguma recompensa.

### **O estudo e a metodologia empregada**

A pesquisa envolveu como sujeitos 343 alunos da 8ª Ano do ensino fundamental, matriculados em escolas da rede pública estadual de Pernambuco, situadas na cidade do Recife, sendo realizada em 6 (seis) escolas da rede pública estadual, perfazendo um total de 13 turmas.

Como instrumento foi utilizado um teste para a coleta de dados que consiste numa lista de situações ou problemas rotineiros, que aparecem com frequência, adaptados ou extraídos de livros didáticos, a partir de uma análise preliminar dos mesmos. O teste foi aplicado em sessão única em cada turma, composto de 14 questões. Essas questões correspondem a situações-contexto que obedecem a um comando geral: *Escreva uma equação para representar cada uma das situações seguintes*. Cada questão apresentava uma estrutura e um contexto diferentes das demais. As categorias foram definidas de acordo com alguns tipos de erros e concepções detectados cujas causas foram discutidas em pesquisas anteriores (Lochhead e Mestre, 1995) e criadas a partir da análise de problemas propostos em livros didáticos brasileiros.

O estudo em questão tratou de investigar como se comportam estudantes do 8º ano (de acordo com a nova terminologia) do ensino fundamental quando são solicitados a realizar o equacionamento de enunciados de problemas na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica, relativos ao estudo de equações de 1º grau.

Na busca em investigar as possíveis estratégias e registros de representação mobilizados pelos sujeitos na conversão da linguagem natural em linguagem algébrica, nos deparamos com outro tipo de fenômeno revelado na realização da atividade proposta aos participantes da

pesquisa. Estamos nos referindo a fenômenos didáticos que emergem na sala de aula, quando se espera que um determinado saber deve ser ensinado pelo professor e aprendido pelos alunos.

Para ilustrar a maneira como os alunos registraram as respostas, exemplificamos outros casos, assim como ocorreu em outros momentos, em que alguns alunos além de tentarem escrever uma equação para representar a situação que lhe era proposta, partiram para a resolução da mesma, como nos mostra a transcrição seguinte:

$$\begin{array}{ll} x + y = 100 & x - y = 100 \\ \underline{x - y = 103} & 111 - y = 100 \\ 2x = 203 & -y = 100 - 111 \\ x = 203/2 & -y = -00,10. (-1) \\ x = 111 & y = + 00,10 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x + y = 100 & x + y = 100 \\ x - y = 5 & 5 + y = 100 \\ 2x = 105 & y = 100 - 5 \\ x = 105/2 & y = 005 \end{array}$$

$$x = 5$$

Na realidade, eles parecem ter compreendido que o objetivo do enunciado da questão solicitava principalmente a resolução, detendo-se nesse aspecto.

Um dos alunos escreveu o seguinte:

$$\begin{array}{l} Y + x = 33 \\ Y = 33 - x \\ x = x - 2 \end{array}$$

Outro registrou assim:

$$\begin{array}{ll} X + Y = 33 & X + Y = 66 \\ \underline{X - Y = 66} & \underline{44 + Y = 66} \\ 2X = 99 & Y = 66 - 44 \\ X = \underline{99} & Y = 22 \\ 2 & \\ X = 44 & \end{array}$$

Estas respostas revelam de certo modo o tipo de transformação mais explorado em sala de aula que é o tratamento, ao contrário da conversão, um dos focos do nosso estudo.

Apresentamos, a seguir, outros dois exemplos de respostas dadas pelos alunos que consideramos bastante interessantes:

Exemplo 1

*Pe, Pa, Pli = repartir 100 Pe + 3 que Pa,*

*Pli – 5 q Pe*

*100 + 3 – 5 = x*

Exemplo 2

*PE + 3 + PA + PLI = PE    PLI = PG*

*PA + PE + PLI = PAELI*

*PLI + 5 + PE + PA = - PLI + PA = QG*

Os registros acima transcritos parecem revelar certa “confusão” na mente dos alunos quando tentam escrever algum tipo de representação que esteja associado aos dados contidos no enunciado da questão. Se observarmos um pouco, notamos que, aparentemente, há uma tentativa dos alunos em escrever algo seguindo literalmente o texto do enunciado, pois eles utilizam as iniciais dos nomes dos personagens (*Pe, Pa, Pli*) além dos símbolos e sinais associados às operações em questão. Apesar dos exemplos em questão parecerem desconexos, sem sentido para o leitor, há claramente uma inclinação do aluno em fazer a leitura linear do enunciado, particularmente no primeiro exemplo dado.

Neste caso, os alunos aparentemente recorrem a representações exclusivamente aritméticas que envolvem a soma dos dados do enunciado como  $200 + 25 = 950$ . Além disso, percebe-se novamente que há a forte tendência em associar a ordem em que as palavras aparecem no texto para representar os dados presentes no enunciado, de acordo com a literatura. Os alunos escreveram mecanicamente os dados na seqüência em que estão postos relacionando-os com a operação de adição. Na categoria ‘outros’, verificamos que a questão 01 obteve o maior percentual de 39% de registros que não se enquadram nas categorias anteriores. Ao contrário disto, 2% apenas corresponderam à categoria outros em relação à questão 08 (A soma de três números inteiros consecutivos é 165). Isto significa que não houve uma grande variedade de registros. A maioria permaneceu entre os tipos mais freqüentes já mencionados. Mais uma vez, recorreremos à literatura para confirmar a inclinação que tem os alunos em fazer uma relação direta com a ordem das palavras do texto, sem refletir sobre o que está sendo solicitado, não conseguem fazer a leitura do que está implícito no enunciado.

Constatamos assim que a conversão neste caso não é feita diretamente, de forma natural. Faz-se necessário para isto passar para um terceiro registro que permita uma representação intermediária. Desse modo, ocorreu o que o autor chama de fenômeno de não-congruência.

Uma das dificuldades que detectamos nas produções dos alunos que foram verificadas em estudos anteriores: a forte tendência que os alunos têm para fazer uma associação com a ordem das palavras, da esquerda para a direita, quando são levados a traduzir palavras presentes em questões que são propostas nas atividades em sala de aula, em que eles terão que expressá-las em forma de uma equação; outra dificuldade consiste no fato de que os alunos não aprendem a ler e escrever em matemática (LOCHHEAD & MESTRE, 1995).

### **Considerações finais**

O estudo em questão nos permitiu constatar que as regras do contrato didático quando rompidas podem interferir no processo de conversão entre duas linguagens envolvidas, no caso em particular, da linguagem natural pra a linguagem algébrica. Verificamos que este tipo de fenômeno pode gerar dificuldades no trabalho de transição entre dois registros de representação.

Isto pode se observar no comportamento dos estudantes ao se propor atividades de conversão quando os mesmos, ao contrário do que se pedia, procuravam diretamente resolver as questões. Nesse momento, parece haver uma ruptura nas regras do contrato didático havendo a necessidade de uma renegociação, pois o comando geral da atividade era para apenas equacionar enunciados para a linguagem algébrica. Percebe-se com isto, o surgimento de dificuldades por parte do aluno em lidar com uma nova situação à qual ele não estava habituado. Em geral a tendência foi a resolução e não a representação através do fenômeno da conversão, de acordo com os estudos de Duval. Por outro lado, essa tendência está parece também está relacionada às regras do contrato didático que estão implícitas e que prevalecem no momento dos alunos serem submetidos a um tipo de atividade que não é comum na prática da sala de aula ou que simplesmente a sua expectativa continua sendo a mesma quando em situações anteriores na execução de tarefas que lhes são propostas frequentemente.

Quanto aos registros de representação que emergem durante a transição, constatamos que 35% das respostas que apresentam erro estão associadas à idéia de uma soma que dá resultado 22. Isto pode estar relacionado à seqüência de dados que aparecem no enunciado “a soma das idades de Cristiane e Sara é 22 anos”. Uma hipótese que levantamos é de que os alunos consideraram apenas a primeira parte da questão, por se tratar de um comando que envolve a tradução de alguns termos referentes a uma operação simples de adição, “a soma das idades”; isso ocorre muitas vezes mantendo sempre a variável  $x$  e alterando o segundo termo. Por exemplo, quando escreve  $x + y = 22$  ou  $x + 6 = 22$  ou ainda  $x + 6x = 22$ , ele sempre conserva o “ $x$ ” no primeiro termo e adiciona ao mesmo, outros termos acompanhados ou não de outro “ $x$ ”.

Isto nos faz refletir ainda mais sobre de que maneira podemos minimizar os erros e concepções subjacentes à atividade algébrica, que terminam por gerar entraves ao avanço da construção e compreensão de conceitos e procedimentos necessários a resolução de problemas, seja na vida real, seja no ambiente escolar, seja dentro do próprio corpo de conhecimentos matemáticos.

O presente estudo nos levou também a confirmar que muitas vezes os alunos enxergam a linguagem da álgebra como sendo um procedimento pelo qual se traduzem mecanicamente as palavras de um enunciado concernente a uma situação ou problema em símbolos algébricos correspondentes. No entanto, sabemos que a passagem de uma linguagem para outra requer uma série de condições de natureza não só cognitiva, mas também didática.

Percebeu-se através da atividade proposta que há uma complexidade que envolve a conversão entre dois tipos de representação. Outra constatação foi a de que nem sempre parece fácil para o aluno perceber a relação subjacente entre os elementos (dados) presentes em uma determinada situação (problema). Parece ser difícil para eles conseguirem colocar em símbolos algébricos situações-problema do mundo real. Por outro lado, como se tem verificado em diversos estudos referenciados em estudos anteriores, eles podem até apresentar certa fluência ou facilidade na manipulação de equações, mas mesmo assim ser incapazes de equacionar adequadamente enunciados de problemas, como foi constatado em nosso estudo. Embora talvez sejam capazes de “repetir” certos modelos de manipulações algébricas, parece faltar frequentemente o conhecimento de conceitos algébricos necessários para a representação desses mesmos problemas. Isto nos revela um dado preocupante, pois como poderão fazer o uso dessa ferramenta que é a álgebra para modelar fenômenos que ocorrem no dia-a-dia, por exemplo? Como utilizar a linguagem algébrica para representar situações que se tornariam “mais fáceis” ou “mais práticas” de serem lidadas diante de atividades exigidas seja no âmbito escolar seja nas atividades ligadas ao mundo do trabalho ou ao cotidiano dos cidadãos?

Além de tudo, o nosso estudo parece nos apontar também que algumas concepções equivocadas estão profundamente cristalizadas sendo difícil de serem desinstaladas. Nessa perspectiva, as evidências de nosso estudo nos levam a concordar com Duval (2003) quando afirma que a diversidade dos registros de representações tem um papel central na compreensão, que por sua vez requer a coordenação dos diferentes registros. O autor coloca também que, além dessa coordenação não se operar espontaneamente, a maioria dos alunos ao longo de sua trajetória curricular permanece aquém dessa compreensão, não compreendem determinados conceitos em função de não saberem coordenar os diversos registros de representação. Em consequência, surgem as dificuldades recorrentes e as limitações bastante acentuadas na capacidade de aprender matemática. Nesse sentido, os sujeitos investigados em nossa pesquisa expressaram muitas dificuldades em fazer a passagem de um registro ao outro. Eles demonstraram não ter habilidade em fazer a coordenação necessária entre os dois registros de representação utilizados na conversão língua natural → equação. Essa dificuldade se manifesta em primeiro momento logo no início da atividade quando se percebe a reação dos participantes em tentar resolver as questões preocupados em dar respostas imediatas na forma de uma solução numérica.

Historicamente, podemos lembrar as questões muito recorrentes de compreensão de enunciados de problemas de aplicação da aritmética ou álgebra, em que seria suficiente “traduzir” os dados do enunciado. Duval nos diz que a passagem de um enunciado em língua natural a uma representação em outro registro exige um conjunto complexo de operações para designar os objetos a serem representados. Sendo assim, essa complexidade pode desencadear algumas das dificuldades identificadas pelo presente estudo além da ruptura de algumas regras, sobretudo no momento inicial da atividade apresentada aos estudantes.

## Referências bibliográficas

- André, R. C. M. (2007). *Investigando a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica: o equacionamento de enunciados de problemas à luz dos registros de representação semiótica*. Dissertação de Mestrado/UFPE. Recife.
- Brito Menezes, A. P. (2006). *Contrato didático e transposição didática: análise das inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental*. Tese de Doutorado em Educação/UFPE. Recife.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de Erros – o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, pp. 61-65.
- Damm, R. F. (1999). Registros de Representação. In: Franchi, A., Silva, B. A., Freitas, J. L. M., Pais, L.C., Maranhão, M.C.S.A., Damm, R.F... Machado, S.D.A. *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, pp 143-147.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano – Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. 2ª Edición. Santiago de Cali, Colômbia: Peter Lang, pp. 32-50.
- Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, Sílvia D. Alcântara. *Aprendizagem em matemática - Registros de Representação Semiótica*. Campinas: Papyrus, pp.16-23.

Lessa, M. (1996). *Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para a iniciação à álgebra: um estudo comparativo*. Dissertação de Mestrado. Área de concentração: Psicologia Cognitiva. Recife.

Lochhead, J. e Mestre, J. P. (1995). Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: Coxford, A. F. e Shulte, A. P. *As Idéias da Álgebra*. The National Council of Teachers of Mathematics. São Paulo, SP: Atual Editora, pp.144-150.