XIII CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junio, 2011
Recife, Brasil
50 años
del Comité Interamericano de Educación Matemática

Una aproximación a la noción de ecuación lineal

Sandra Milena **Londoño** Orrego
Facultad de Educación. Universidad de Antioquia
Colombia
samyjdam@gmail.com
Lina María **Muñoz** Mesa
Facultad de Educación. Universidad de Antioquia
Colombia
limamu07@gmail.com
Carlos Mario **Jaramillo** López
Departamento de Matemáticas. Universidad de Antioquia
Colombia
cama@matematicas.udea.edu.co
Jhony Alexander **Villa** Ochoa
Facultad de Educación. Universidad de Antioquia
Colombia
javo@une.net.co

Resumen

Presentamos un documento teórico en el cual abordamos el estudio de la ecuación lineal enfatizando en los elementos que son constitutivos y diferenciadores con relación a otras nociones. A través de una revisión bibliográfica, se identificaron algunas tendencias y dificultades en el proceso de estudio de la ecuación lineal, así como la necesidad de articular dicha noción con los contextos propios de la cotidianidad de los estudiantes. Basados en estas consideraciones, fundamentamos la necesidad de una aproximación al estudio de la ecuación y la función lineal a través de la modelación matemática.

Palabras clave: ecuación lineal, relación entre variables, modelación matemática, dificultades, álgebra escolar.

1. Introducción

En la Educación Matemática, como disciplina científica, se vienen consolidando cada vez más campos de investigación que se encargan, entre otros, de la acción práctica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además del desarrollo centrado en materiales y recursos para estos procesos, en los cuales se incorporen los conocimientos científicos específicos (Godino, 2006). En el caso particular del álgebra escolar, se han desarrollado diversos trabajos en conceptos como el de variable (Gómez, 2009; Trigueros, Reyes, Ursini y Quintero, 1996), expresiones algebraicas desde una perspectiva geométrica (Pérez, 1998; Monsalve, 1999), los sistemas de ecuaciones (Ochoviet, 2009, Azarquiel, 1991), entre otros. Este artículo aborda algunas tendencias encontradas en una revisión de la literatura asociada al concepto de ecuación lineal, particularmente nos centramos en aquellos estudios que prestan atención a los aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de los diversos elementos que intervienen en la construcción algebraica, resaltando el papel y significado de las letras, relación entre variables y, en general, elementos constitutivos y diferenciadores entre la ecuación y la función lineal, como contenidos básicos en el álgebra escolar.

El estudio de la ecuación lineal requiere del desarrollo de conceptos que contribuyen a la construcción de la noción de linealidad en relación con estructuras asociadas a lo gráfico y a lo algebraico, además de su relación con las diferentes situaciones conocidas por el estudiante y que evidencia la aplicación de ambas estructuras en un contexto determinado. Por lo tanto, la aplicación de tales estructuras está asociada a las diversas representaciones y contextos fuera y dentro de la matemática, aspectos que desde el MEN (1998, 2006) en los Lineamientos y Estándares Curriculares son promulgados.

En las matemáticas escolares aparecen varias nociones adjetivadas con término “lineal”, tal es el caso de nociones como: ecuación, función, proporcionalidad directa, entre otras. En este sentido, parece pertinente indagar acerca de los elementos didácticos que permitan abordar dichas nociones de manera relacionada y no aislada o compartimentalizada como acostumbran aparecer en algunos currículos y libros de texto. Uno de los elementos que parece estar en relación con cada una de estas nociones, es la variación; es importante comprender previamente el concepto de ecuación lineal y su representación algebraica. Posada y Villa-Ochoa (2006) señalan que el estudio de la variación, junto con la representación y la modelación orientan el desarrollo de un pensamiento variacional.

En nuestro medio son pocos los trabajos que abordan el concepto de ecuación lineal y que, simultáneamente, propongan estrategias que, al interior del aula de clase, incorporen reflexiones sobre los contextos sociales y culturales del entorno de los estudiantes. De igual manera, una reflexión sobre los significados que los estudiantes construyen del álgebra escolar a través de sus experiencias en las matemáticas parece ser un tema poco registrado en la literatura. La escasez de este tipo de trabajos en nuestro medio, es coherente con lo observado desde nuestra experiencia como profesores de Educación Básica, Media y Universitaria, en donde se refleja una exigua articulación entre los escenarios y contextos cercanos a los estudiantes y las matemáticas escolares.

Con base en todo lo anterior, nos propusimos hacer nuestra búsqueda bibliográfica a nivel nacional e internacional. En dicha revisión prestamos especial atención a aquellas propuestas que abordan el estudio de la ecuación lineal y su relación con estrategias como: la resolución de problemas, modelación matemática y en general, el tratamiento del álgebra a nivel escolar, pues es a partir de estas estrategias como se pueden establecer vínculos con los contextos sociales y culturales de los estudiantes. A partir de dicha exploración, identificamos algunas tendencias que deben marcar la necesidad de proponer alternativas, que permitan la implementación de "problemas reales" pensados desde procesos de la modelación, para así contribuir a la construcción de significados en el aula de clase, con respecto al álgebra escolar y sus fundamentos.

2. La ecuación lineal en el contexto escolar

En este apartado presentamos una serie de dificultades que, desde la literatura y desde nuestra experiencia, manifiestan los estudiantes cuando abordan el concepto de ecuación en el contexto escolar; así mismo, presentamos algunos argumentos de la pertinencia de un abordaje de este concepto a través de la implementación de procesos de modelación matemática.

A través de una revisión de la literatura, establecimos algunos hallazgos sobre el tema de la ecuación lineal, además, señalamos la gran cantidad de autores que resaltan la importancia del estudio de la ecuación lineal enmarcada en contextos de resolución de problemas, asociados a las vivencias y situaciones cercanas o que hacen parte de la cotidianidad de la institución escolar y por ende, a la gran mayoría de los estudiantes.

2.1 Algunas dificultades asociadas al contexto de resolución de problemas

Algunas de las dificultades que evidencian los estudiantes cuando abordan ecuación en el contexto de la resolución de problemas, están asociadas a la relación entre el lenguaje natural y el algebraico. Azarquiel (1991) señala que la traducción de estos dos lenguajes, no se realiza de manera automática, incluso cuando se conocen y comprenden ambos lenguajes.

En la relación entre los dos lenguajes, la comprensión de un problema matemático está dirigida por ciertos procesos de identificación y de elaboración consciente de estrategias que dan cuenta de los elementos vinculados en las asociaciones entre las expresiones matemáticas y la situación planteada. Sin embargo según Azarquiel (1991), las dificultades en la traducción de estos lenguajes tiene dos orígenes: en un sentido, se analiza la estructura e interpretación de las expresiones algebraicas, y por otro, el conocimiento adecuado de esta estructura y de la sintaxis algebraica que posibilitan encontrar la expresión simbólica adecuada en la que se pueda trasladar el significado inmerso en el lenguaje natural. Azarquiel afirma que en el proceso de traducción entre estos dos lenguajes, sucede algo parecido a la "dificultad que hay entre leer un idioma diferente al propio y poder expresar ideas propias en él" (p. 78).

El estudio de la ecuación, desde un enfoque exclusivamente centrado en la sintaxis de su representación algebraica, resulta ser muy abstracto para los estudiantes. Rojano (1996) señala que probablemente uno de los errores más antiguos cometidos en la enseñanza del álgebra es el de tratar de comunicar a los estudiantes, desde su primer contacto con el tema, las cualidades y virtudes del dominio de su sintaxis, en relación con su utilidad para modelar y resolver problemas de palabras. Así mismo, los símbolos algebraicos adquieren significados en la medida en que surgen de los contextos y problemas, por ejemplo, la x como es abordada en los diferentes textos, tiene una connotación que depende del contenido en el cual surge y puede ser variable, incógnita, parámetro, e incluso en algunos casos, una etiqueta que representa una colección de objetos o medidas.

Desde nuestra experiencia como docentes, hemos confirmado que los estudiantes presentan dificultades al realizar una coherente articulación entre el contexto y el contenido del problema. Es decir, la poca correspondencia establecida entre el planteamiento del problema, la temática matemática abordada y la escasa apropiación que consigue el estudiante sobre el contexto abordado en la situación a resolver, esto hace que la interpretación de conceptos y elementos abstractos que se deben incluir en la solución, no sean lo suficientemente claros y precisos. Es por esto que resaltamos la importancia de retomar los conceptos matemáticos dentro de una variedad de contextos cercanos al estudiante, que favorezcan la comprensión y aplicación de contenidos matemáticos en situaciones diferentes a las generadas en las actividades simuladas en el aula de clase.

La resolución de los problemas planteados en la clase de matemáticas, se tornan en verdaderos dolores de cabeza para los estudiantes cuando en su solución se involucran algunas expresiones, que al ser tratadas bajo ciertos artificios, se convierten en el camino para hallar valores y respuestas acertadas. En este sentido, citamos algunas conclusiones que han arrojado estudios sobre el paso que debe hacer el estudiante entre el lenguaje aritmético y el lenguaje algebraico, como proceso base en la incorporación del álgebra en la solución de los problemas matemáticos abordados en la básica secundaria.

2.2 Algunas dificultades relativas a la transición de lo aritmético a lo algebraico

Son diversas las investigaciones que han abordado el estudio de la ecuación lineal desde la transición de lo aritmético a lo algebraico (Filloy, E., Rojano, T., y Solares, A.; 2004, Kieran, 1995; Panizza, Sadovsky, y Sessa,1999; Chazana, D., Yerushalmyb, M., y Leikinb, R.; 2008, entre otras). Algunas de tales investigaciones han sugerido que el estudio de la ecuación lineal debe superar el excesivo énfasis que se hace a los aspectos procedimentales o algorítmicos así mismo trascender la idea de que una ecuación sólo se limita buscar el valor de una incógnita, para orientar actividades de aula que redunden en el análisis de los elementos que constituyen lo invariante y variable de la ecuación mediante procesos matemáticos de planteamiento, solución e interpretación de ecuaciones.

Si bien, el álgebra que se estudia en el contexto escolar en los últimos grados de la Educación Básica y en la Educación Media intenta generalizar las propiedades y demás características estructurales de los sistemas numéricos (aritmética generalizada)[1], también es verdad que tal generalización no se efectúa de manera automática y que muchas de las propiedades que se estudian en el álgebra necesitan ser (re)significados desde la aritmética, de ahí que en la práctica se presenten diversas dificultades. A continuación presentamos alguna de las nociones que deben ser (re)significadas en ese paso de la aritmética al álgebra.

2.3 El signo igual

Particularmente, en el estudio de las ecuaciones se hace necesario que el significado del signo igual evolucione del construido en la aritmética. Según Azarquiel (1991, p. 91) “hasta llegar al álgebra los alumnos manejan siempre el signo igual como un mandato operacional”; es decir, durante las experiencias aritméticas previas al trabajo algebraico, el signo igual con frecuencia se usa para asignar un resultado de una operación. Esta noción de signo igual como mandato operacional puede obstaculizar el entendimiento de la ecuación, pues en ella, ninguna de las dos expresiones de la igualdad resulta de operar o simplificar el otro.

De otro modo, la noción de la igualdad como una relación de equivalencia también debe ser revisada en las ecuaciones, ya que particularmente existen fuertes restricciones a la propiedad transitiva. Así por ejemplo, a partir de las ecuaciones $3x + 1 = 5$ *y* $5 = 2x - 6$ no es posible afirmar que $3x + 1 = 2x - 6$, y que cada ecuación tiene un conjunto de solución diferente, lo cual requiere de la noción de ecuación como una “igualdad condicional” que difiere de la noción de identidad, en la cual si se observa la igualdad como una relación de equivalencia.

---

[1] Quizás este tipo de visión del álgebra escolar ha hecho que comúnmente algunos profesores intenten presentar a los estudiantes el álgebra como “lo mismo que se hace con números pero ahora con letras”

En los procesos de solución de ecuaciones suele recomendarse la metáfora de la Balanza en equilibrio[2] (Arzaquiel, 1991) como una manera de interpretar las propiedades uniforme de la igualdad, cuyo uso reiterativo conlleva a la solución de la ecuación. A pesar que tal metáfora puede ser útil al abordar la solución de ecuaciones, se hace necesario tener otras estrategias alternativas, pues el uso de la metáfora de la Balanza requiere generalmente de cantidades discretas, lo cual puede presentar serias limitaciones cuando se pretende extender el uso de las ecuaciones a los sistemas de los números reales.

Puede observarse como en el estudio de las ecuaciones se hace necesario implementar estrategias que posibiliten en los estudiantes trascender de la interpretación del signo igual que construyó en la aritmética hacia una interpretación de dicho signo como una especie de "equilibrio" y, más allá, como una relación de "igualdad condicional".

2.4 Las operaciones y expresiones algebraicas

En el estudio de las ecuaciones y, en general, de las expresiones algebraicas, se hace necesario trascender la noción de las operaciones que fue construida en la aritmética. Si bien, en aritmética la expresión (3+5) comúnmente no es aceptable como una respuesta, y contrariamente sólo parece estar indicando una operación que "debe hacerse" para obtener el resultado 8; en álgebra la expresión $2x + 1$ ya es una respuesta que indica una suma. En la literatura internacional se reporta que los estudiantes tienen la percepción de las "expresiones algebraicas como proposiciones que son, de alguna manera, incompletas" (Collis, 1974, citado por Azarquiel, 1991, p. 21). En otras palabras, los estudiantes cuando observar expresiones como $2x + z$, $3y + 1$ y otras, sienten la necesidad de "seguir operando" lo cual se evidencia cuando preguntan ¿y eso cuánto da? O asignan expresiones como xy o $5x$ para representar la solución de $x + y$ y de $3x + 2$ respectivamente. En estos casos, los estudiantes podrían estar interpretando las operaciones aritméticas como una "operación indicada" que debe operarse para ofrecer un resultado, y no como un resultado en sí mismo.

Con frecuencia, encontramos algunos profesores que, intentando solucionar estos inconvenientes en el aula de clase, usan metáforas como "$x + y$ no se pueden sumar…", argumentando que no se puede sumar vacas con gallinas", a nuestro criterio, consideramos que este tipo de metáforas son poco pertinentes, puesto que puede generar al menos dos confusiones de tipo conceptual en los estudiantes:

- En primer lugar, al afirmar "$x + y$ no se pueden sumar…" se le está transmitiendo a los estudiantes que dos variables diferentes no se pueden sumar, lo cual carece de sentido, ya que efectivamente las dos variables si se están sumando aunque no hayan propiedades algebraicas que permitan hacer más simplificación de ésta. Se presenta entonces la confusión entre operar y simplificar expresiones algebraicas.
- En segundo lugar, la aserción "porque no se puede sumar vacas con gallinas" está asignando un significado a las letras como objetos (en este caso animales) lo cual no es pertinente ya que el álgebra escolar se construye a partir de las bases de la aritmética, en este sentido, su significado está asociado a las cantidades numéricas, y no al objeto como tal.

La diferenciación entre lo algebraico y lo aritmético, la relación entre los símbolos y significados que los sujetos le atribuyen, ambos son aspectos que influyen en la construcción y

[2] Recomendamos particularmente visitar http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_4_t_2.html En esta página se encuentran diversos recursos para abordar conceptos matemáticos, y entre ellos, el concepto de ecuación.

aplicación de la ecuación lineal como modelo matemático que representa una situación determinada. En esta relación de lo algebraico y lo aritmético, el lenguaje involucrado en el nivel conceptual, representacional y en los procesos de comprensión del enunciado y su traducción algebraica, se convierte en uno de los aspectos de mayor dificultad para los estudiantes cuando enfrentan problemas con ecuaciones lineales, y en particular, la resolución de problemas contextualizados que describen situaciones reales, susceptibles de expresarse algebraicamente.

2.5 Nociones de la ecuación

La ecuación lineal es sin duda, uno de los conceptos que más se aborda en los primeros grados de escolaridad desde un enfoque aritmético. Es común encontrar, en los libros de texto o en las actividades propuestas por los profesores actividades, tipo adivinanzas en las cuales los estudiantes deben encontrar un número correspondiente a unas condiciones presentadas.

En preguntas como: ¿cuál es el número que al multiplicarlo por dos y sumarle uno da como resultado siete? Generalmente se generan representaciones para la “incógnita” en una casilla que debe ser llenada (ver la siguiente representación).

$$2\text{x}\,\square\ +1=7$$

Con frecuencia es posible encontrar, en este caso, estudiantes que escojan como estrategias el ensayo y error, con la cual comienzan a evaluar o reemplazar números en la casilla hasta encontrar el valor que se busca. Este tipo de trabajos puede crear en los estudiantes una noción aritmética de la ecuación como una igualdad, una operación para encontrar el valor de algo desconocido, en la cual se potencia el uso de procedimientos o algoritmos para calcularlo.

Aunque la estrategia de ensayo y error puede ser suficiente en algunos de los casos en que se presentan problemas de ecuaciones, también es cierto que es una estrategia poco eficiente e incluso insuficiente para algunos casos más elaborados de ecuación, particularmente en aquellos donde están asociadas a una concepción más elaboradas como las que se describen a continuación:

- Una concepción funcional: La ecuación como comparación de dos funciones. En un estudio realizado con profesores, se les mostró la siguiente ecuación $2x = x^2$, donde la manipulación en ambos lados de la igualdad no les permitía llegar a una solución, por lo cual se plantea la gráfica de los dos lados de la igualdad para hacer un análisis como la comparación de dos funciones (Chazana, Yerushalmyb y Leikinb, 2008).
- Una concepción algebraica: la ecuación como una relación entre cantidades conocidas y desconocidas. En el problema “Una tienda de video ofrece 2 planes de alquiler. En el primerose pagan $22.50 por año más $2.0 por cada película que se alquile. En el segundo, la afiliación es gratuita, pero se cobra $3.25 por cada película que se alquile. ¿Para qué número de cintas alquiladas los dos planes cuestan lo mismo?” se resalta la importancia de tomar la solución como una ecuación de la forma ($ax \pm b = cx \pm d$) de tratamientos algebraicos en ambos lados de la igualdad (Kieran, 1995).
- Una concepción estructural: la ecuación como una entidad en estado de equilibrio, no como la acumulación de elementos sino como un conjunto. La ecuación como un objeto operable sobre sus expresiones algebraicas, no sobre números o números generalizados. Kieran (1995) cita el siguiente ejemplo, considerándolo de tratamiento estructural $y= v+(x-h)^3$, haciendo referencia a la utilización, manipulación de parámetros, implementación de procedimientos de simplificación y factorización en su desarrollo.

La mirada de la ecuación lineal desde una perspectiva estructural, posibilitaría pensar en actividades de aula que trasciendan de los procedimientos mecánicos y algorítmicos realizados paso a paso, a mirar procesos enfocados a (re)significar las relaciones (igualdad) de los elementos con la estructura de una ecuación lineal. Así mismo, Chazana et al. (2008) indagando por las transformaciones en las concepciones curriculares de los profesores, llaman la atención sobre la importancia del entendimiento de la ecuación como una clase particular de comparación entre dos funciones. Así mismo, argumentan que, las expresiones variables no son representaciones de números solamente, sino representantes funcionales, para la cual el tratamiento en cada lado de la ecuación se comporta como cambios de una función, concebida como la expresión base del álgebra.

Teniendo en cuenta las diversas concepciones, el signo igual tendrá también diferentes usos, por ejemplo: relacionar funciones por medio de la igualdad, como operador que permite encontrar valores desconocidos, como cuantificador de cantidades conocidas y desconocidas, como estructurador de expresiones algebraicas. Es entonces importante generar diferentes actividades, en las cuales se aborden las diferentes concepciones de las ecuaciones y, por tanto, los diferentes usos e interpretaciones del signo igual.

2.6 Soluciones de Sistemas de ecuaciones lineales

En investigaciones como la de Panizza et al. (1999), se han concebido la ecuación lineal con dos variables desde el reconocimiento de la cantidad de soluciones que puede tener la ecuación lineal, a saber: solución única, ninguna solución o infinita soluciones. En la investigación en mención, se analizaron elementos tales como:

- Las soluciones de las ecuaciones lineales dependen del número de ecuaciones y variables.
- El significado del igual desde la relación de equivalencia y no como la expresión de un resultado.
- La ecuación lineal con dos variables, como un objeto que define un conjunto de infinitos pares de números.

Tradicionalmente en la escuela se trabajan los sistemas de ecuaciones donde el número de ecuaciones es igual al número de las incógnitas, pero cuando se le pregunta a los estudiantes por la solución de una ecuación con dos variables, se presentan dificultades para comprender que tiene un conjunto de infinitos pares de números (lo cual está en amplia relación con el concepto de función). En este sentido, Panizza y sus colaboradores (1999) señalan que el paso de una concepción aritmética a una algebraica, parece ocurrir cuando se comprende la letra, no sólo como incógnita sino como variable. Al respecto, estos autores puntualizan que:

> La noción de incógnita, en cambio, no resultaría eficaz para interpretar el rol de las letras en una ecuación con dos variables, objeto éste que debería ser comprendido si los sistemas lineales fueran concebidos como un conjunto de condiciones independientes que deben cumplirse simultáneamente (p. 459).

Con base en lo anterior, se puede inferir que la unicidad de la solución en una ecuación lineal depende de si ésta es asumida en forma independiente y del dominio como tal del conjunto solución. Por su parte, cuando abordamos un sistema de ecuaciones, se tienen tres casos: (1) solución única, (2) un conjunto vacío de soluciones y (3) infinitas soluciones, las cuales dependen de las características que tengan cada una de las ecuaciones que intervienen en el sistema, tanto en número de variables y ecuaciones, como en las relaciones en sus parámetros.

Hasta aquí hemos presentado algunas dificultades propias del estudio del álgebra escolar y las hemos ubicado particularmente en el estudio del concepto de ecuación. Con base en ello, reconocemos en las investigaciones analizadas un esfuerzo para superar tales dificultades a partir del estudio de las expresiones algebraicas desde la solución de problemas. En nuestro caso particular, defendemos la importancia de incorporar como parte de estos problemas, aquellos que están asociados a los contextos propios de los estudiantes, es decir aquellos contextos cotidianos propios de la cotidianidad social y cultural.

3. La modelación como una manera de aproximarse a un entendimiento de la ecuación lineal

En la búsqueda de nuevas estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la modelación viene consolidándose como una estrategia que le permite al estudiante comprender las matemáticas, estableciendo conexiones con contextos extraescolares; así mismo, promueve la capacidad para leer, formular, interpretar y solucionar diferentes situaciones problemas (Biembengut y Hein, 2004).

Por su parte, Blum y Borromeo-Ferri (2009) afirman que los modelos y la modelación están a nuestro alrededor y que por medio de estas estrategias se puede preparar a los estudiantes para participar en una ciudadanía responsable y de los desarrollos sociales que se requieren; a través de la modelación los estudiantes pueden acceder a una mejor comprensión del mundo y a su relación con la matemática. Adicionalmente, investigadores como Blum, Galbraith, Henn, y Niss (2007) señalan que la modelación juega un papel que le otorga importancia al desarrollo de capacidades en los estudiantes dentro del proceso de construcción de modelos, interpretación, argumentación y validación con las respectivas “situaciones reales”.

Si bien es cierto, que la modelación matemática es una estrategia y, a la vez, un proceso que posibilita el desarrollo de potencialidades o capacidades en el estudiante, no debemos dejar de reconocer que existen inconvenientes que se tejen a lo largo del proceso. Actualmente, podemos constatar que las aulas escolares se convirtieron en los espacios para distribuir información en el menor tiempo posible, aspecto que no favorece la modelación matemática, ya que, para su implementación, requiere de tiempo y dedicación. En este sentido, García (2007) puntualiza algunas generalidades con respecto al álgebra en consideración con el Sistema de Enseñanza de las Matemáticas, y expresa que la exigencia de un aprendizaje rápido puede llegar a la ilusión del aprendizaje instantáneo e impide plantear objetivos a largo plazo. En consecuencia, el afán en la enseñanza de las matemáticas y, en especial, del álgebra hace que el proceso se convierta en un cuento de terror y magia, no por su deleite, sino por la pregunta que escuchamos a diario de nuestros estudiantes ¿De dónde salió eso profe?

Implementar la modelación matemática desde la una perspectiva realística[3] en las aulas escolares, como estrategia de construcción de modelos, pueden llegar a ser una de las posibles soluciones para contrarrestar la descontextualización de las actividades de la clase con las situaciones cercanas al estudiante, además de ser un punto de partida para la reflexión y renovación del currículo de matemáticas y su estructura, generando de esta forma, problemas desde el contexto particular de las instituciones educativas. Al respecto García (2007) dice que la ausencia del álgebra como herramienta de modelización en la enseñanza, produce efectos tales

[3] “[…] al acercarnos al estudiante por medio de sus experiencias y sus propios contextos, estamos apuntando a una perspectiva realista, la cual propone que la modelación debe ser entendida como una actividad para solucionar problemas auténticos y no como desarrollo de la teoría matemática.” (Kaiser y Sriraman, 2006)

como el fenómeno de la desarticulación que sufren las matemáticas escolares, en cuanto al entorno en que está inscrita la institución. En este sentido, la implementación de la modelación matemática como instrumento de algebrización, exige algunos cambios estructurales, tales como lo expresa Gascón (1999) citado por García (2007):

- Los objetivos a corto plazo (instantáneos) tendrían que ser modificados por objetivos a medio-largo plazo.
- Las actividades matemáticas aisladas y desarticuladas tendrían que dar lugar a una actividad matemática sostenida y prolongada. Para ello, sería necesario un proceso de estudio estructurado y disciplinado junto con la recuperación en la escuela de un trabajo de la técnica tranquilo, prolongado y sistemático.
- La interpretación, justificación y demostración son aspectos de la actividad matemática prácticamente ausentes en la matemática escolar, pero vitales desde la perspectiva de una actividad matemática algebrizada. En particular, las técnicas algebraicas deberían emerger como instrumentos para demostrar fenómenos (aritméticos, geoméricos, de medida o combinatorios) y para justificar e interpretar las correspondientes técnicas prealgebraicas. (p. 79)

Optar por la modelación como proceso para un aprendizaje del álgebra requiere analizar aspectos que incluyen una mirada no sólo teórica, sino también práctica; es decir, tener en cuenta aspectos tan importantes como la situación actual de muchos de nuestros estudiantes inmersos en un sistema laboral y de desigualdad social, aspectos que los lleva a tomar de decisiones, hacer análisis desde sus propios argumentos y construcciones conceptuales. Incorporar la modelación entonces, nos permitiría entre otras cosas, relacionar las situaciones de la “realidad” con modelos matemáticos que la describen. En consecuencia, el entendimiento de un concepto matemático mediante la resolución de problemas reales, no se obtendría trasladando situaciones cotidianas de forma mecánica o simulada, sino creando así ambientes de resolución de problemas reales (modelación) de interés al estudiante. La implementación de acciones en el aula que partan de un contexto auténtico o cercano a los estudiantes, debe ser uno de los ejes centrales en nuestras clases, logrando así una familiarización del estudiante con ambientes educativos que favorezcan el aprendizaje y la construcción de saberes más significativos, a la hora de tomar una decisión que lo afecte en su desarrollo personal.

El acercamiento a los conceptos desde el proceso de modelación matemática debe ir acompañado de construcciones significativas realizadas por los estudiantes desde la creación de una situación contextualizada hasta la validación del modelo en otros contextos iniciales. Es por estará razón que se hace necesario revisar los diferentes aspectos que influencian el aula escolar y toda la estructura conceptual y social que allí se teje.

La modelación, mirada como el proceso que relaciona los saberes y los contextos reales por medio de modelos, se podría convertir en una actividad que dota de sentido a las construcciones de los conceptos y sus diferentes acepciones. Los usos fuera de la matemática complementan y cambian el significado del contenido matemático de diferentes maneras (Hoyles et al. 2005). El significado y la interpretación que se construye frente a un concepto, depende del contexto en el cual se utiliza, visualizándose no como un significado que se relativiza, sino como significado que apunta a la particularidad y la especificidad de cada situación.

4. Consideraciones finales

Luego de un análisis de los estudios relacionados con la ecuación lineal, es posible afirmar que cuando un estudiante usa procedimientos algebraicos para resolver ecuaciones no necesariamente está implicado en la construcción de dichas ecuaciones a partir de un contexto determinado. Por lo que, saber resolver una ecuación lineal, no significa comprender dicho concepto. En el trabajo realizado en la escuela, aún se presentan dificultades a nivel algorítmico (operaciones básicas y su utilización en la solución de problemas), aspecto que no favorece la construcción de procesos algebraicos, en particular la construcción del concepto sobre ecuación lineal y del significado que es otorgado a los elementos y relaciones que se establecen en dicha estructura algebraica.

Los estudiantes pueden resolver un sistema de ecuaciones procedimentalmente bien, sin embargo este hecho, no garantiza que las ecuaciones construidas, ni las interpretaciones de los resultados correspondan a la descripción y solución coherente de la situación. Este hecho nos permite suponer que una de las dificultades en la comprensión de un problema está en la articulación que debe hacerse y no se hace, entre el planteamiento algebraico y su proceso de solución y argumentación.

Como anteriormente hemos expresado, el aprendizaje del álgebra, y en particular, el de la ecuación lineal, se ha abordado en el aula de clase con excesivo énfasis en la repetición de procedimientos, sin un contexto determinado que posibilite en el estudiante una buena comprensión de éste. La mezcla de símbolos y operaciones que traducen un enunciado con un significado determinado, se convierte hoy en día en una de las principales dificultades y uno de los retos más importantes en la enseñanza del álgebra en la Educación Básica.

Abordar el álgebra desde contextos reales y cercanos al estudiante supone la preparación de los docentes, en cuanto a los elementos constitutivos del proceso de modelación matemática, además de la construcción articulada que debe hacer entre el lenguaje natural y las relaciones que se describen algebraicamente. La interpretación que se le asigna a las nociones matemáticas que describen fenómenos implican una revisión de las diversas formas de concebir la enseñanza y el aprendizaje, que día a día se supone una reestructuración en las metodologías y formas de incorporar los contextos de los estudiantes y los conceptos matemáticos en las aulas de clase, aspectos que abordamos desde nuestra experiencia, encontrando que la modelación matemática no se restringe a un sólo contenido, es decir desde este proceso es posible retomar múltiples contextos, en los cuales no emerge un sólo concepto, en nuestro estudio, por ejemplo, el caso de la ecuación aparece vinculada a procesos de variación, funciones lineales y proporcionalidad. Sin embargo, todos estos aspectos serán discutidos en otros artículos, quedando de esta manera, abierta la propuesta para futuras reflexiones e investigaciones.

5. Bibliografía

Azarquiel. (1991). *Ideas y actividades para enseñar álgebra.* Madrid: Sintesis.

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Educación Matemática , 16* (002), 105 - 125.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application , 1* (1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and aplications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Chazana, D., Yerushalmyb, M., & Leikinb, R. (2008). An analytic conception of equation and teachers' views of school algebra . *Journal of Mathematical Behavior* , 87–100.

Filloy, E., Rojano, T., & Solares, A. (2004). Arithmetic/algebraic problem-solving and the representation of two unknown quantities. En M. Hoines, & A. Fuglestad (Ed.), *Proceedings of the 28th Conference of the International. Group for the Psychology of Mathematics Education.*, *2*, pp. 391–398. Mexico.

García, F. (2007). El álgebra como instrumento de modelización. Articuación del estudio de las relaciones funcionales en la educación secundaria. *Investigación en Educación Matemática XI* , 71-90.

Godino, J. (2006). Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas. En V. de Macedo (Coordinador), Educação Matemática. Grupo de trabajo realizado en 29ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós–Graduação e Pesquisa em Educação, Caxambú, MG, Brasil.

Gómez, E. (2009). La construcción de la noción de variable. Tesis de doctorado no publicada. México: CICATA-IPN.

Hoyles, C., Skovsmose, O., Kilpatrick, J., & en colaboración con Valero, P. (2005). Meaning in Mathematics Education. En C. Hoyles, O. Skovsmose, J. Kilpatrick, & P. Valero (Edits.), *Meaning in Mathematics Education* (Vol. 37, pp. 1-16). New York: Springer.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM , 38* (3), 302-310.

Kieran, C. (1995). The Learning and Teaching of School Algebra. Bogotá: *Una Empresa Docente* , 1-24.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de competencias.* Bogotá: Ministerio.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares* . Bogotá : Magisterio.

Monsalve, O. (1999). *Una brisa refrescante para la iniciación matemática*. Medellín: Universidad de Antioquia

Ochoviet, C. (2007). De la Resolución de Ecuaciones Polinómicas al Álgebra Abstracta: un Paseo a Través de la Historia. *Revista digital Matemática, Educación e Internet (www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/). , 8* (1), 1-19.

Panizza, M., Sadovsky, P., & Sessa, C. (1999). Ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. *Enseñanza de las Ciencias , 17* (3), 453 – 461.

Perez, M. C. (1998). *Álgebra desde una perspectiva geométrica*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia

Posada, F., & Villa-Ochoa, J. A. (2006a). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional.* Tesis de Maestría no publicada, Facultad de Educación-Universidad de Antioquia, Medellín.

Rojano, T. (1996). The role of problems and problem solving in the development of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching* (pp. 55–62). Dordrecht: Kluwer.

Trigueros, A., Reyes, S., Ursini, & Quintero, R. (1996). Diseño de un Cuestionario de Diagnóstico acerca del Manejo del Concepto de Variable en el Álgebra. Enseñanza de las Ciencias , 14 (3), 351-363.