XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

Teorema de Thales: uma análise dos livros didáticos

Gerson Correia
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
stocorreia@ig.com.br

Rogério Lobo
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
rogeriolobo@terra.com.br

Resumo

O processo ensino-aprendizagem do Teorema de Thales para o aprendiz, além de agregar conhecimento, mobiliza outros saberes matemáticos prévios como razão, proporção, grandezas, resolução de situações-problema, entre outros e também reveste a ação do professor. O objetivo desta pesquisa foi investigar dois livros didáticos de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental para analisar e compreender as estratégias de ensino e de aprendizagem do tema Teorema de Thales. A análise inicia-se por revisão bibliográfica a partir da Proposta Curricular do Estado de São Paulo e dos PCNs. Tivemos as contribuições de Duval (1999) sobre os Registros de Representação Semiótica, de Chevallard (1992), referente à Teoria Antropológica do Didático, e de Brousseau (1986), com a Teoria das Situações Didáticas. Houve uma intensa exploração dos registros de representação semiótica que auxiliam na aprendizagem e tornam compreensíveis a tarefa e a técnica utilizada pelo tema.

Palavras-chave: Teorema de Thales, Teoria de Registro de Representação Semiótica, Teoria das Situações Didáticas, Teoria Antropológica do Didático, Ensino de Geometria.

Introdução

Este artigo faz parte do trabalho realizado na disciplina Fundamentos de Didática da Matemática, do curso Mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. O livro didático vem sendo utilizado por muitos professores como material de suporte pedagógico que auxilia nas atividades de ensino e aprendizagem dos alunos. De tempo em tempo, os livros são disponibilizados pelas editoras, nas unidades escolares, para que os professores avaliem, analisem e indiquem para serem adquiridos pelo governo estadual e distribuídos nos anos seguintes aos alunos com objetivo de oferecer o melhor acesso ao conhecimento e desenvolvimento da aprendizagem.

Ao escolhermos o Teorema de Thales, percebemos que esse conteúdo mobiliza os conhecimentos matemáticos prévios dos alunos para resolução de alguns problemas em Geometria, como razão, proporção, grandezas, entre outros. Os estudos indicam que primeiramente é feita a retomada da concepção algébrica de proporção, razão e grandeza por meio de segmentos de retas e de figuras semelhantes. Apresentado a partir de feixe de retas paralelas cortados por duas retas transversais, os segmentos determinados sobre uma são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados sobre a outra.

Portanto o objetivo desse trabalho foi analisar as estratégias de ensino-aprendizagem que os livros didáticos para o 9º ano, aprovados pelo PNLD, propõem para trabalho com o Teorema de Thales; também, objetivamos compreender as organizações matemáticas e didáticas segundo Chevallard (2002) *apud* Almouloud(2007, p.123) com o auxilio dos registros de representação semiótica propostos por Duval (1999) *apud* Almouloud(2007, p.71). Intencionamos, também, verificar os saberes necessários, os discursos lógicos, a validação do teorema, a organização matemática, a análise e a organização didática com o propósito de promover o ensino-aprendizagem. E, por fim, a apropriação deste saber que poderá ser utilizado em situações problema.

A análise dos currículos e outras pesquisas

A análise da organização didática do nosso objeto de estudo, a partir dos documentos institucionais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998), a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (São Paulo, 2008) e das Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998), é abordada perante os alunos, com um olhar de transformação do objeto da ciência ao objeto de ensino. Segundo Pais (2007),

> a elaboração do conhecimento depende do envolvimento das pessoas e das instituições em um efetivo processo de estudo. Assim, o ensino é concebido como um recurso para o estudo e a aprendizagem uma conseqüência das ações vivenciadas pelo estudante. A noção de praxeologia, proposta por Chevallard (1998) sintetiza esses dois aspectos integrados da atividade matemática. (p. 8).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) propõem o ensino com a necessidade do aluno interpretar e resolver os conteúdos matemáticos a partir de situações-problema. Enfatiza a observação, representação e construção de figuras, bem como o manuseio de seus instrumentos de medidas como régua, transferidor e compasso. Essa concepção de ensino e aprendizagem reforça o modelo proposto por Duval (1999) *apud* Almouloud(2007, p. 71) em relação à noção de registro e sistemas semióticos.

Em relação ao quarto ciclo (Brasil, 1998), essa fase contempla o estudo do aluno na produção e análise das transformações, ampliações/reduções de figuras geométricas planas, desenvolve a congruência e semelhança dessas figuras (homotetia), resolver atividade por meio de situação-problema que envolve a variação de grandeza direta ou inversamente proporcional, que utilize estratégias não-convencionais e convencionais como as regras de três e enfatizam os conteúdos geométricos que propiciem um campo fértil de exploração dos raciocínios dedutivos. Há algumas demonstrações com objetivo de mostrar sua força e significado, que permite produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos. Por fim, prepara o aluno ao ensino do Teorema de Thales nas verificações experimentais, nas aplicações de como encontrar distâncias entre dois objetos separados por um obstáculo e determina altura de um edifício a partir da medida da sombra projetada.

As Experiências Matemáticas (São Paulo, 1998) estão estruturadas e sistematizadas para relacionar observações do mundo real a representações (tabelas, figuras, esquemas), que contém a representação de registro (Duval, 1999) *apud* Almouloud(2007, p. 71). Explora-se atividade de semelhança de figuras planas, com a explanação de ampliação, redução e homotetias, o paralelismo entre os lados da figura, proporcionalidade das medidas dos lados correspondentes, a congruência dos ângulos correspondentes, as relações entre perímetro e a razão e relação entre área e razão. O conceito do Teorema de Thales é apresentado por meio de feixes de retas paralelas, tendo duas retas transversais cortando-as, para encontrar a medida de segmento da reta transversal entre duas retas paralelas e descreve também em poucas palavras quem foi Thales.

Haruna (2000) comenta em sua análise que a proposta é exposta em uma sequência de atividades, para que o aluno possa desenvolver perante situações-problema na qual o professor, durante o processo, seja mediador e observador da construção do conhecimento do aluno, conforme a estruturação do meio da Teoria da Situação Didática (Brousseau, 1986) *apud* Almouloud(2007, p.31). Haruna(2000, p.65) assinala que esse documento:

> não sugere ao professor trabalhar com outras formas de representar o teorema de Thales, o que pode ser futuramente um obstáculo na transposição didática, não trabalha nenhuma aplicação, a não ser o calculo de medidas inacessíveis, coloca poucas atividades e não sugere nenhuma demonstração.

A Proposta Curricular (São Paulo, 2008) está estruturada com os temas de números, geometria e medidas. O Teorema de Thales é proposto para ser trabalhado no 9º ano. Esse documento apresenta a verificação experimental e demonstra o teorema fundamental sobre proporcionalidade. Propõe que seja ensinada noção de semelhança de figura plana, redução e ampliação de polígono por meio de uma rede quadriculada e, por fim, o Teorema de Thales. Sugere ainda que se trabalhe em algumas aplicações o Teorema, tais como: verificação experimental e demonstração dos casos de semelhança de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo, aplicações na semelhança de triângulos, problema da sombra, determinação de distâncias inacessíveis e determinação do tamanho real de um corpo a partir de seu tamanho aparente.

Haruna (2000) realizou pesquisa que aborda o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Thales, analisando o modo que se processa a apreensão do conceito pelos alunos do 9º ano, e lista os obstáculos didáticos e epistemológicos, com o uso do computador. Verifica até que ponto o computador favorece a superação desses obstáculos ou cria outros, por meio de uma sequência didática elaborada pela autora.

Pereira (2005) investigou livros didáticos de Matemática editados entre a última metade do século XIX e o século XX, focalizando a extensão do corpo dos números racionais para os reais. Observa como a geometria foi explorada, nesses livros didáticos, para o tratamento dessa questão. Mais precisamente, tomando como base o Teorema de Thales, que relaciona o tratamento geométrico e algébrico por meio de medidas, buscou-se evidências no que diz respeito à questão da comensurabilidade. Nessa análise, percebeu-se que a maioria dos livros didáticos selecionados na pesquisa apresentou o Teorema remetendo a demonstração para o caso em que os segmentos eram comensuráveis e tendo apenas um caso em que os segmentos eram comensuráveis quanto incomensuráveis. Esse assunto foi perdendo a precisão nos livros escolares analisados. O Teorema de Thales está relacionado ligado às condições de medir segmentos para números reais positivos.

Fundamentação teórica

Brousseau (1975) *apud* Almouloud(2007, p.31) com a teoria das Situações Didáticas destaca-se pelo modelo de interação estabelecida entre o aprendiz, o saber e o *milieu* (ou meio) no qual a aprendizagem deve se desenrolar. Para o teórico,

> um processo de aprendizagem pode ser caracterizado de modo geral (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo freqüentemente à modificação de um conjunto de comportamentos de alunos, modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos.

O autor ainda se apóia em três hipóteses:

> O aluno aprende adaptando-se a um "milieu" que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem.
>
> O "milieu" não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Para que haja essa intencionalidade didática, o professor deve criar e organizar um "milieu" no qual serão desenvolvidas as situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens. Esse "milieu" e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. (Brousseau, 1986 *apud* Almouloud, 2007, p. 32).

Segundo Almouloud (2007, p. 33) a situação adidática é planejada e construída pelo professor para proporcionar ao aprendiz a utilização de ferramentas favoráveis para que aproprie-se do novo saber que deseja ensinar, cuja intenção não é revelada. Em situação didática é caracterizada como jogo de interações do aluno com os problemas propostos pelo professor. Esses problemas são escolhidos de forma que o aluno possa aceitá-los, levando-os a agir, a falar, a refletir e a evoluir por si próprio. Com esse processo acontece o ensino e aprendizagem por meio da devolução do aluno em uma situação adidática.

Tem como o objeto central de estudo, a situação didática que é identificada nas interações estabelecidas entre professor, aluno e saber. O professor prepara as atividades ou situações problemas, de modo que o aluno possa utilizar as ferramentas matemáticas adequadas e seus conhecimentos interiorizados para a construção do novo saber. Assim o aluno é o autor principal nesse processo de construção, no qual potencializa a aprendizagem.

Duval (1999) *apud* Almouloud(2007, p.71) analisa a teoria dos registros de representação semiótica em um contexto matemático que constitui-se em noções de registro, quadro e ponto de vista. Essas noções estabelecem no processo de ensino-aprendizagem os conceitos matemáticos e desenvolvimento das habilidades relacionadas. Um registro de representação consiste em um sistema semiótico que tem funções cognitivas como a comunicação, objetivação e tratamento que tem relação a um objeto matemático para compreensão que seja acessível no processo de aprendizagem e, ao mesmo tempo, o professor pode utilizar como suporte de ensino para tornar a compreensão da matemática significativa. Entretanto, o registro permite realizar mudança de registro com as vantagens do ponto de vista do tratamento, podendo facilitar a compreensão ou a descoberta.

Existem dois tipos de mudanças de registro que são completamente diferentes: os tratamentos e as convenções.

> Um tratamento é a transformação de uma representação em uma outra do mesmo registro, isto é, uma transformação estritamente interna a um registro. Existem tratamentos que são específicos a cada registro e que não precisam de nenhuma contribuição externa para serem feitos ou justificados.
>
> Uma conversão é a transformação de uma representação de uma registro D em outra representação de um registro A, conservando, pelos menos, a referência ao mesmo objeto ou à mesma situação representada, mas mudando, de fato o conteúdo da representação. (Duval , 1999, p. 30, *apud* Almouloud, 2007, p. 72).

Douady(1986) *apud* Almouloud(2007, p.65) caracteriza um quadro sendo uma constituição de ferramentas de uma parte da matemática, de relações aos objetos, de formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais associadas a essas ferramentas e relações.

Assim, uma mudança de quadro de acordo com a autora é uma passagem de um quadro para o outro a fim de obter formulações diferentes de uma situação problema. Esta nova mudança pode permitir uma nova abordagem do problema com ponto de vista diferente e disponibilizando o funcionamento de ferramentas e técnicas não pertinentes na primeira formulação.

Para um quadro, pode haver um ou vários registros. Por exemplo, em Geometria: registro da linguagem natural, linguagem figural, linguagem simbólica. A conversão de registro pode ser feita dentro do mesmo quadro, tendo um ponto vista diferente para facilitar a percepção e compreensão da situação problema. Portanto, a articulação entre quadros, registros e ponto de vista possibilita para o aluno mobilizar e adquirir novos conhecimentos.

A importância dessa teoria na análise dos livros didáticos, para o Teorema de Thales, busca relacionar os registros de representação semiótica tais como registro figural, registro da linguagem natural e linguagem simbólica. Quais os registros de representação semióticas que o livro didático introduz e recorre para uso do Teorema de Thales? Quais as condições para assegurar que o aprendiz tenha a noção para aplicar o Teorema de Thales?

A Teoria Antropológica do Didático foi desenvolvida por Chevallard (1992) *apud* Almouloud(2007, p. 111) e aparece como uma grande evolução do conceito de transposição didática no campo da Antropologia. Situa-se na atividade matemática dentro do conjunto das atividades humanas e de suas instituições sociais. Estuda e analisa as organizações matemáticas e didáticas (praxeológica) de objeto ostensivo e não-ostensivo, as organizações praxeológicas didáticas voltadas para o ensino aprendizagem das organizações matemáticas, ou seja, as condições de funcionamento dos sistemas didáticos relacionado ao sujeito-instituição-saber.

A praxeologia é constituída por um bloco de técnica, tecnologia e por teoria organizada para um tipo de tarefa. As noções de (tipo de) *tarefa* identificada por um verbo de ação (encontrar, determinar, calcular, entre outros), (tipo de) *técnica* relacionado a uma maneira de fazer uma tarefa*, tecnologia e teoria* permitem modelar a prática social a atividade matemática.

Para Chevallard (2002) *apud* Almouloud(2007, p.115), a construção e reconstrução de tarefas bem como as construções institucionais caracterizam uma atividade ou problema matemático a ser resolvido utilizando uma técnica ou um número limitado de técnicas reconhecidas na instituição. Portanto, para produzir técnicas é necessário que haja uma tarefa problemática para ser desenvolvida uma técnica que busque responder às questões dessa tarefa. As condições e restrições ecológicas implicam em uma existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas que Bosch e Chevallard *apud* Almouloud(2007, p.116) chamam de tecnologia da técnica. Toda tecnologia precisa também de uma justificação, que se chama teoria da técnica.

Para Chevallard (2002) *apud* Almouloud (2007, p.116) o saber-fazer, é identificado por uma tarefa e uma técnica. A tecnologia descreve e justifica uma técnica como uma maneira de cumprir corretamente uma tarefa, assim qualquer bloco tarefa/técnica vem sempre acompanhado de alguma tecnologia.

Os objetos ostensivos e objetos não-ostensivos foram estabelecidos por Chevallard e Bosch *apud* Almouloud(2007, p.119) para tratar dos objetos matemáticos e do seu funcionamento na atividade matemática. Os objetos ostensivos são objetos manipuláveis pelo sujeito para a realização da atividade matemática, já os objetos não-ostensivos são "objetos", como as idéias ou conceitos que existem sem, no entanto, que eles sejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria. Só podem ser trabalhados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos que lhes são associados, tais como uma palavra, uma frase, um gráfico, entre outros. Essa manipulação de objetos se caracteriza como ferramentas materiais para a ação nas organizações matemáticas, tendo uma dialética ostensivo/não-ostensivo que é concebido nos termos de signos e significação respectivamente.

A noção de registro ostensivo e a articulação desses são mobilizadas no desenvolvimento da praxeologia matemática, segundo Chevallard e Bosch *apud* Almouloud(2007, p. 121) deve estar relacionada à noção de registro de representação semiótica proposta por Duval (1995) em sua abordagem cognitiva da aprendizagem da Matemática e da mobilização de uma pluralidade de registros. Essa abordagem cognitiva é o processo e o mecanismo de construção do conhecimento a partir da atividade de um sujeito.

Segundo Chevallard (1999) *apud* (Almouloud, 2007, p.123) define a praxeologia é a associação do saber matemático e do saber didático. O primeiro refere-se à realidade matemática que pode ser construída e desenvolvida em sala de aula, a segunda refere-se à maneira de como se faz a construção. A transposição didática segundo o autor são saberes/conhecimentos antigos de um determinado objeto de estudo em uma época que se transpõem reconstruindo esse objeto de estudo de outra maneira (Organização didática – OD) conforme a realidade matemática (Organização matemática – OM), com objetivo ao ensino-aprendizagem.

A análise da OM é feita a partir da teoria que sustenta o tema de estudo na qual ela se articula em certos tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Para descrever uma organização didática e quais são as principais tarefas, Chevallard (1999) *apud* Almouloud(2007, p. 124) institui a noção de momentos didáticos em torno do objeto matemático. Esses momentos didáticos estão definidos em seis partes. As mesmas podem ocorrer simultaneamente não existindo uma sequência ou ainda podem se repetir no decorrer do estudo. Os momentos didáticos são: o encontro com a organização praxeológica por meio de tarefas; exploração das tarefas e o início da elaboração de uma técnica para resolver esse tipo de tarefas; construção do ambiente tecnológico/teórico; trabalhar a técnica em diferentes tarefas; a institucionalização; avaliação institucional e avaliação das relações pessoais, ambas em relação ao objeto construído, da técnica construída, para buscar a verificação de sua capacidade intelectual.

Análise da organização didática e matemática dos livros

Os dois livros didáticos analisados foram selecionados com o critério de serem de editoras distintas; foram mencionados para escolha do PNLD e um deles usado por um dos membros dos professores que compuseram esse grupo de trabalho.

A coleção *Matemática Pensar e Descobrir* dos autores José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Jr. da Editora FTD, aborda o Teorema de Thales no livro da 8ª série (9º ano), com uma pequena história sobre Thales e seu método para medir a pirâmide de Quéops. Escreve sobre razão de dois segmentos utilizando a ideia de escala. Exemplifica como calcular escalas entre duas cidades e um quadrilátero, que pede a razão entre dois segmentos. Termina com a definição de razão: "*Denominamos razão de dois segmentos a razão ou quociente entre os números que exprimem as medidas desses segmentos na mesma unidade*".

Na seção "Saiba que" os autores fazem uma observação importante sobre segmentos comensuráveis e segmentos incomensuráveis. Escrevem sobre segmentos e feixe de retas paralelas, enuncia a propriedade de um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais: *"Se um feixe determina segmentos congruentes sobre uma transversal, também determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal."* Prova essa propriedade de maneira clássica: usa o caso de congruência ALA e cita que essa demonstração pode ser estendida "facilmente" a um feixe de mais de três retas paralelas.

Os autores esclarecem ao desenhar as figuras, que vai usar o ponto de vista da conservação das abscissas e que tem a predominância das paralelas na posição horizontal e das transversais não se interceptando. Abordam as consequências do Teorema de Thales que trabalha paralela a um dos lados de um triângulo e o teorema da bissetriz interna de um triângulo. Propõem uma série de exercícios para fixação e uma seção de "auto avaliação". O livro contém uma seção de leitura, desafio e um roteiro de estudos.

A coleção *Tudo é Matemática,* do autor Luiz Roberto Dante, da editora Ática, também aborda o teorema de Thales no livro do 9º ano. O autor retoma as ideias de razão e proporção faz introdução dessas ideias entre os segmentos e medidas dos lados de figuras. Relata que um grande filósofo, astrônomo e matemático grego Thales, que viveu por volta de 500 a.C., usou sua criatividade e seus conhecimentos de Geometria e proporcionalidade para calcular a altura de uma pirâmide através de uma estaca fincada na areia próximo da mesma. Medindo as sombras da pirâmide e da estaca, estabelece uma razão das medidas entre a altura e a sombra da pirâmide em relação à razão das medidas entre altura e sombra da estaca. Configurando-se então a proporção entre as duas razões encontradas.

Enuncia situação-problema de duas ou mais retas de um mesmo plano que formam feixes de retas paralelas sendo cortados por duas retas transversais. Foram medidos os segmentos das retas transversais sobre os feixes com as mesmas unidades de medidas, formando duas razões e calcula as suas respectivas proporções. A seguir apresenta o Teorema de Thales: "*Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, os segmentos de reta determinados sobre uma são proporcionais aos segmentos correspondentes determinados sobre a outra.*"

O autor generaliza o Teorema, que demonstra dois estudos de casos quando os segmentos determinados nas duas transversais, que cortam três feixes de retas paralelas, têm números racionais como medidas. No primeiro caso quando os segmentos são congruentes e no segundo quando os segmentos não são congruentes. Menciona que esses estudos podem se estender para mais de três retas paralelas. Comenta que os estudiosos já provaram que a proporção das medidas de segmentos é valida nos números irracionais, mas não apresenta a demonstração.

Apresenta uma série de exercícios de retas paralelas com as projeções horizontais, verticais e diagonais cortadas por transversais com a intenção de levar o aluno a encontrar o valor da medida desconhecida do segmento, por meio do Teorema de Thales. Há poucos exercícios em forma de situação-problema que trabalham a paralela de um dos lados do triângulo, que induzem o aluno a construir o segmento paralelo e desenvolver o Teorema. A princípio, o autor não relaciona semelhança entre os dois triângulos sobrepostos, mas mostra a proporcionalidade entre os segmentos. Em seguida conduz o aluno a desenvolver outras atividades como: o teorema da bissetriz de um ângulo interno em um triângulo e proporcionalidade na geometria com utilização do Teorema de Thales. E por fim, tem exercícios que o autor se refere com uma revisão cumulativa do capítulo.

A partir das organizações descritas dos livros realizamos identificação das tarefas, técnicas, tecnologias e teorias envolvidas nos exercícios dos livros. Esboçaremos apenas um modelo de cada. Situação 1: Na figura seguinte, temos que a // b // c. Qual o valor da medida x indicada?

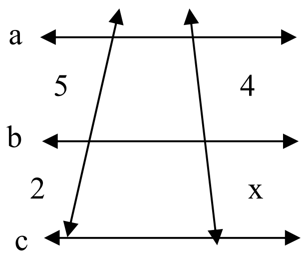

Figura 1

Tarefa: determinar a medida do segmento representado na figura; técnica: formar duas razões entre os segmentos; discurso teórico – tecnológico: Propriedade fundamental das proporções.

Situação 2: Na figura seguinte, temos MN // AB. Determine o valor de x.

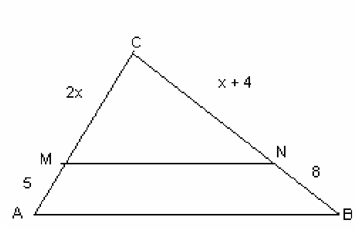

Figura 2

Tarefa: determinar as medidas dos segmentos do lado do triângulo; discurso teórico – tecnológico: toda paralela a um lado de um triângulo determina, sobre os outros dois lados, segmentos proporcionais.

Situação 3: Na figura seguinte, CD é a bissetriz do ângulo C. Determinar a medida x indicada.

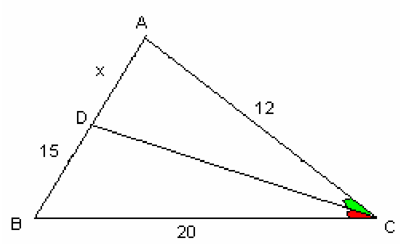

Figura 3

Tarefa: Determinar a medida do segmento do triângulo tendo uma bissetriz interna; discurso teórico-tecnológico: A bissetriz de qualquer ângulo interno de um triângulo que divide o lado oposto a ele em duas partes proporcionais aos lados que formam esse ângulo.

Situação 4: Em um triângulo ABC, temos AB = 18 cm, AC = 12 cm, BC = 15 cm. Se CR é bissetriz do triângulo ABC, quais são as medidas AR e de RB?

Tarefa: Encontrar as medidas dos segmentos indicados do triângulo; técnica: Esboçar um triângulo com a sua respectiva bissetriz e segmentos, e observar os lados dos segmentos indicados; discurso teórico – tecnológico: Conceito de imagem.

Retomando o objetivo desse trabalho para responder a nossa questão de pesquisa, das estratégias de ensino aprendizagem que os livros didáticos mencionados propõem para construção do conceito do Teorema de Thales, identificamos que os autores propõem a textualização desse conteúdo a ser ensinado com base na fundamentação teórica das três teorias, concluímos:

Somente o livro *Tudo é Matemática* retoma as concepções de razão e proporção em situações problemas antes de apresentar o Teorema de Thales, através de situações problemas que envolvem medidas proporcionais dos lados das figuras, ou seja, ampliação e redução. Os dois livros introduzem as concepções entre os segmentos e segmentos proporcionais, realizam uma abordagem histórica Teorema de Thales que menciona o local que viveu, a sua profissão e de como usou os seus conhecimentos matemáticos e geométricos do seu tempo para encontrar a altura da pirâmide Quéopes. No ponto de vista aos obstáculos epistemológicos é importante o aluno saber em que momento dos estudos matemáticos pode utilizar e como pode ser aplicado esse teorema.

A tabela seguinte mostra os tipos de tarefas apresentadas nos dois livros analisados, bem como as quantidades que ocorrem em cada uma delas.

Tabela 1: Tipos de tarefas apresentadas nos livros

Tipos de Tarefas	Livro 1	Livro 2
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes horizontais e transversais não se interceptando	8	14
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes horizontais e transversais se interceptando entre os feixes	1	5
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes horizontais e transversais se interceptando acima dos feixes	1	0
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes verticais e transversais não se interceptando	1	2
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes verticais e transversais se interceptando entre os feixes	0	1
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes inclinados e transversais não se interceptando	3	1
Determinar a medida do segmento representado na figura com os feixes inclinados e transversais se interceptando entre os feixes	0	1
Determinar as medidas dos segmentos do lado do triângulo por meio de figura	6	5
Determinar a medida do segmento do triângulo tendo uma bissetriz interna por meio de figura	7	3
Determinar a medida do segmento do triângulo tendo uma bissetriz interna por meio simbólico	1	1

Podemos observar na tabela, que as técnicas utilizadas pelos livros tem o procedimento privilegiado para as tarefas em determinar a medida do segmento, altera apenas as projeções dos feixes (horizontal, diagonal ou vertical) e transversais que não se intercepta ou quando se intercepta entre as paralelas. Diante dessa característica, os livros analisados têm um grande peso nas tarefas de reprodução da técnica do tratamento do cálculo algébrico, com algumas variações para outros tipos de pensamento para resolução de problemas. Outro ponto de vista é a percepção das transversais interceptando entre os feixes sejam elas nas horizontais, verticais e diagonais. Pode ser que para aluno seja um obstáculo didático no processo de desenvolvimento do registro algébrico, pois terá dificuldades em construir corretamente as razões e as proporções dos segmentos relacionados com o Teorema de Thales. Diante desses fatos, os livros permitem e favorecem uma situação adidática na teoria das situações, pois leva ao aluno a utilizar ferramentas favoráveis para que aproprie do novo saber. Essas tarefas conduzem o aluno a agir, falar, refletir e a evoluir por si próprio, ou seja, o aluno é o autor principal da construção dos seus conhecimentos. Assim, o professor assume o papel de mediador que cria condições para o aluno se desenvolver. Salientamos que há pouca situação problema em forma de aplicação do Teorema de Thales e este está em registro discursivo com o registro figural de forma de um triângulo.

Na parte do registro de representações semióticas houve uma intensa exploração dos registros de representação na forma mista, ou seja, uma linguagem simbólica acompanhada por uma linguagem figural. Os registros de representação são instrumentos que auxiliam na aprendizagem e tornam mais acessíveis à compreensão da matemática. Com esse aspecto o registro permite realizar mudança de registro com as vantagens do ponto de vista do tratamento, podendo facilitar a compreensão ou a descoberta. Destacamos que em cada livro analisado há uma tarefa de conversão de registro, da linguagem simbólica para a linguagem figural para a sua devida compreensão e desenvolvimento dessa tarefa. Em todas as tarefas há a conversão do registro figural para o registro simbólico para determinar as medidas dos segmentos nas transversais.

Portanto, a Teoria Antropológica do Didático constituiu um critério bastante eficaz para a análise dos livros didáticos, pois a partir da organização praxeológica e do quadro apresentado com os tipos de tarefas que continham no material analisado, nos permitiu fazer a análise da organização praxeológica, bem como algumas considerações a respeito da teoria das situações, a história da matemática, registros de representações semiótica e obstáculos didáticos.

Considerações finais

Retomando a questão de nossa pesquisa: “quais as estratégias de ensino e aprendizagem que os livros didáticos propõem para construção do conceito do Teorema de Thales?”, concluímos que os livros didáticos analisados, têm estratégias adotadas que propiciaram a mobilização do conhecimento matemático prévio, como a razão, proporção e grandezas em relação aos registros algébricos que são utilizados, como suporte para o estudo do tema.

A história da Matemática é um meio de abordar o Teorema de Thales, principalmente se estudarmos os conceitos que permeiam sua demonstração e que podem ser estudados por meio da busca de sua origem na Matemática grega, assim as histórias da Matemática possam ser integrada às aulas da disciplina.

Os livros didáticos analisados ensinam o teorema de Thales de maneira que contribui para que os alunos adquiram uma concepção limitada, bem como, a formação de figuras prototípicas ocasionando a não-percepção da aplicação dessa noção em outras configurações ditas não típicas e em outras situações problemas, conforme foi relatado nas pesquisas de Haruna e Pereira.

Além disso, não relacionam o Teorema de Thales com as demais áreas da Matemática, inclusive a Homotetia nem é citada, e pouca aplicação do teorema em situações problemas em outras áreas de ciências exatas e tecnológicas. Os exercícios medem o desempenho dos estudantes em apenas um modelo estabelecido.

Os referencias teóricos nos proporcionaram analisar os livros didáticos de forma abrangente e detalhada que permitisse evidenciar as três teorias: Teoria de Registros de Representação Semiótica, a Teoria Antropológica do Didático e a Teoria das Situações Didáticas. A primeira teoria serviu para avaliarmos o grau de articulação entre os registros de representação semiótica usada nos livros didáticos selecionados, na qual neste trabalho teve intensidade dos registros discursivos associados com a linguagem simbólica e figural ao mesmo tempo e a conversão do registro figural para o registro simbólico para determinar as medidas dos segmentos nas transversais, que permite um bom suporte para compreensão e apreensão na execução da tarefa solicitada. A segunda serviu para analisarmos a organização matemática e didática em relação ao tipo de tarefas, técnicas e o discurso teórico-tecnológico que as justificam; a terceira teoria serviu para avaliar os contextos criados dos livros na exposição do conteúdo matemático.

Concluímos que a análise dos livros didáticos direciona para a compreensão e apreensão do ensino aprendizagem do conceito do Teorema de Thales, com muita utilização dos registros e representações semiótica.

Assim, esperamos que nosso trabalho, no aspecto que concerne à história da educação Matemática, venha contribuir para pesquisas voltadas ao ensino da Matemática, na medida em que fazemos uma reflexão sobre a forma de como o conteúdo abordado pode estimular a aprendizagem do aluno dentro das propostas atuais de educação.

Bibliográfica e referências

Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: UFPR.

Bongiovanni, V. (2007). O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*. v. 2. UFSC, 94-106.

Brasil (1998), Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares Nacionais*: *Matemática.* Brasília: MEC/SEF.

Dante, L. R. (2007). *Tudo é Matemática, 8ª série.* 2ª ed. São Paulo: Ática.

Giovanni, J. R.; Giovanni Jr, J. R. (2000). *Matemática Pensar e Descobrir – 8ª série.* São Paulo: FTD.

Haruna, N. C. A. (2000). *Teorema de Thales*: uma abordagem do processo ensino aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

Pais, L. C. (2007). Uma abordagem praxeológica da prática docente na Educação Matemática. In: *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 9. Anais do IX ENEM: diálogos entre a pesquisa e a prática educativa. Belo Horizonte: SBEM e SBEM-MG.

Pereira, A. C. C. (2005). *Teorema de Thales*: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista (UNESP). Rio Claro.

São Paulo (1998). Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Experiências Matemáticas – 8ª série.

São Paulo (1998). Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o ensino de matemática;* 1º grau. 3. ed. São Paulo, SEE/CENP.