



## Dificuldades de estudantes em atividades de gráficos de linhas

Luiz Fernando **Gomes**

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

[luiz.sgomes@gmail.com](mailto:luiz.sgomes@gmail.com)

Liliane Maria Teixeira Lima de **Carvalho**

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

[lmtcarvalho@gmail.com](mailto:lmtcarvalho@gmail.com)

Carlos Eduardo Ferreira **Monteiro**

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

[cefmonteiro@gmail.com](mailto:cefmonteiro@gmail.com)

### Resumo

Este artigo apresenta discussão dos resultados de um estudo que objetivou identificar e comparar dificuldades de estudantes dos 7º, 8º e 9º anos na interpretação global de gráficos estatísticos, assim como nos seus processos de construção. O estudo teve como base uma pesquisa conduzida com estudantes de escolas inglesas e investigou se as dificuldades observadas entre aqueles estudantes para interpretar dados que envolviam inferências inversas também seriam observadas entre estudantes brasileiros resolvendo os mesmos problemas. Participaram do estudo 30 estudantes do 7º, 8º e 9º anos, oriundos de uma escola particular do Ensino Fundamental situada em Recife. A análise dos resultados obtidos neste estudo revela algumas semelhanças e contrastes com relação aos achados encontrados na Inglaterra.

*Palavras chave:* gráficos de linhas, interpretação de dados, construção de gráficos, educação estatística, educação matemática.

### Abstract

This paper presents the results of a study that aimed to identify and compare difficulties of students from years 7, 8 and 9 when they were doing global interpretation of statistical graphs, as well as their construction processes. The study was based on a research conducted with students from English schools and investigated whether the difficulties observed among those students to interpret data involving inverse inferences would also be observed among Brazilian students solving the same problems. The participants were 30 students from years 7, 8 and 9

from an elementary private school located in Recife, Brazil. The results from this study shows some similarities and contrasts with findings from the previous study carried out in England.

*Keywords:* line graphs, interpretation and construction of graphs, statistics education, mathematics education.

### **Introdução**

Em geral, o ensino e aprendizagem de aspectos relacionados à interpretação e construção de gráficos são discutidos a partir da análise de regras e procedimentos (Curcio, 1987), ou seja, enfatizando-se os aspectos meramente técnicos. Essa predominância dos estudos nessa área pode influenciar as abordagens curriculares. Dessa maneira, a ênfase na técnica pode ter implicações para o ensino e a aprendizagem de Estatística nas escolas do ensino fundamental. Por exemplo, nas práticas escolares a construção e a interpretação de gráficos de linhas podem ser abordadas de forma mecânica, sem uma reflexão sobre os aspectos conceituais envolvidos.

Uma importante discussão relacionada à interpretação e construção de gráficos refere-se a relação entre abordagens pontuais e globais, focando esse último tipo no conceito de variabilidade. Nos problemas de interpretação global os estudantes precisam realizar inferências a partir das relações que eles estabelecem entre as variáveis apresentadas num gráfico. Encontrase na literatura pesquisas que demonstram serem estes os problemas mais difíceis de serem interpretados (ver, por exemplo, os estudos de Janvier, 1978; Swatom & Taylor, 1994).

Os resultados obtidos por Carvalho (2008) confirmaram esses achados da literatura e apresentaram, além disso, evidências de que os estudantes tinham mais facilidade com problemas sobre inferências diretas do que com inferências inversas.

Carvalho solicitou a 84 estudantes, com idades correspondentes ao 7º, 8º e 9º anos no Brasil, que eles resolvessem problemas sobre gráficos de pontos ou de linhas. Os problemas foram controlados para incluir alguns tipos de dificuldades discutidas na literatura e outras que não sido ainda investigadas. Do total de 19 questões propostas, cinco requeriam uma interpretação local do gráfico (ex. Qual é a altura de Ana?); quatro questões requeriam que os estudantes realizassem interpolações (ex. Estime a altura da flor na metade da semana que se inicia em cinco de junho); nove questões requeriam uma interpretação global do gráfico (ex. Durante qual semana a planta cresceu mais rápido?); e uma questão envolvia cálculo de média (Em média quantas pessoas existem morando por casa em East Carlton?).

Para as quatro questões globais Carvalho (2008) relacionou dois tipos de inferência: duas questões sobre inferência direta (ex. Qual linha você pensa que corresponde à quantidade de comida que um cão, um ramster e um coelho consomem em dez dias?) e as outras duas questões sobre inferência inversa (Qual moeda tem mais valor quando comparada à libra esterlina, o peso argentino ou o dólar australiano?). Tais tipos de inferência não haviam sido ainda testadas em problemas sobre gráficos.

As conclusões de Carvalho remeteram para uma análise das dificuldades nas questões globais relacionadas com as inferências inversas e que essas poderiam estar na dependência de um processo de escolarização.

Este artigo apresenta discussão dos resultados de um estudo que objetivou identificar e

comparar dificuldades de estudantes dos 7º, 8º e 9º anos na interpretação global de gráficos estatísticos. O estudo teve como base a pesquisa de Carvalho (2008) e investigou se as dificuldades observadas entre os estudantes ingleses para interpretar dados que envolviam inferências inversas também seriam observadas entre estudantes brasileiros resolvendo os mesmos problemas. O estudo buscou analisar similaridades e diferenças nas dificuldades de interpretação e construção de gráficos de linhas entre participantes de diferentes práticas escolares associadas à Matemática.

### **Dificuldades na interpretação de gráficos**

Estudos prévios ao de Carvalho (2008) identificaram dificuldades que estudantes de 11 a 14 anos apresentavam quando solicitados a interpretar gráficos (e.g. Janvier, 1978; Swaton & Taylor, 1994). Janvier (1978), por exemplo, que entrevistou 20 estudantes ingleses, distinguiu informações relacionadas a fatores gráficos locais ou globais; os estudantes interpretavam os fatores locais mais facilmente do que os globais. Swaton e Taylor (1994) que classificaram a informação gráfica como concreta (localizar um ponto), semi-concreta (interpolação) e abstrata (interpretar a relação entre as variáveis), demonstraram que os estudantes achavam mais fácil resolver problemas sobre informações concretas do que abstratas.

Um aspecto comum nos estudos citados é a existência de diferentes níveis da informação tratada – informações locais (análise de um ponto), interpolações (análise entre dois-pontos) ou informações globais (análise de variabilidade) – as quais poderiam predizer o grau de dificuldade dos estudantes na interpretação de gráficos. Essa forma de abordagem baseia-se nos aspectos do gráfico enquanto forma de apresentação externa da informação.

No presente estudo é oferecida uma análise conceitual dos níveis de dificuldades na interpretação de gráficos a partir das ações que os estudantes empreendem para considerar a informação tratada. Essa análise baseia-se na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1983), o qual distingue problemas com mais de uma variável como pertencendo ao campo das estruturas multiplicativas. Nesses problemas, os estudantes são requeridos a desenvolver ações a partir de situações de isomorfismo de medidas ou produto de medidas.

No isomorfismo de medidas as ações dos estudantes concentram-se no estabelecimento de correspondências entre duas variáveis representadas por proporções simples, enquanto que no produto de medidas as suas ações estão concentradas nas relações entre variáveis. Em problemas de produto de medidas os estudantes precisam relacionar as duas variáveis, e realizar inferências sobre a terceira variável.

Nunes, Desli e Bell (2003) destacam que os problemas de proporcionalidade direta são mais fáceis do que os de proporcionalidade inversa. Carvalho (2008) confirma essa conclusão mesmo quando os problemas são apresentados sob a forma de gráficos.

Em seus estudos, Carvalho (2008) observou que as questões globais foram significativamente mais difíceis do que as locais e do que aquela que o cálculo era requerido. Uma análise mais detalhada dos tipos de questões em função da escolaridade mostrou diferenças significativas entre o desempenho de estudantes do 7º e 8º anos e 7º e 9º anos. Diferenças entre o 8º e o 9º anos não foram verificadas. A pesquisadora observou ainda que as questões globais diretas foram mais fáceis do que as inversas, tanto nos problemas de interpretação como nos problemas de construção.

Embora Carvalho tenha utilizado problemas envolvendo diferentes aspectos conceituais, nesta pesquisa, apenas as dificuldades dos estudantes com os problemas globais com inferência direta e inversa foram considerados para análise.

### Método

Participaram do estudo 30 estudantes do 7º, 8º e 9º anos, oriundos de uma escola particular do Ensino Fundamental situada em Recife, cujas idades variaram de 12 a 14 anos, com uma média de idade de 13,2 anos. A amostra foi composta por 12 garotos (40%) e 18 garotas (60%). Um computador do tipo notebook e um projetor foram usados para apresentar os gráficos aos estudantes. Enquanto analisavam os gráficos projetados na tela, os estudantes ouviam a leitura das questões e, em seguida, respondiam individualmente nos seus cadernos de respostas.

Os estudantes foram solicitados a resolver quatro problemas: dois de interpretação e dois de construção. As Figuras 1 e 2 que seguem mostram os gráficos apresentados aos estudantes.

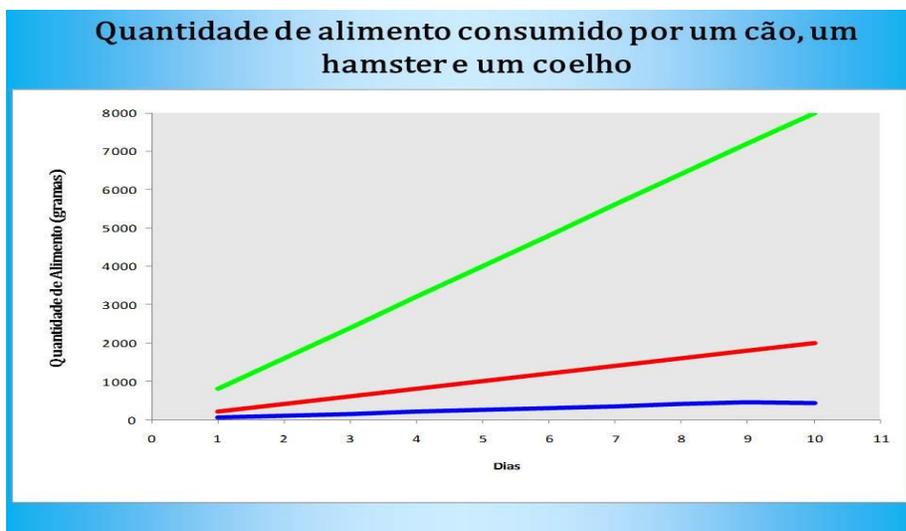


Figura 1 – Problema de interpretação com inferência direta, adaptado de Carvalho (2008, p. 115).

Observamos no gráfico da Figura 1, a relação entre a quantidade de comida (y) ingerida por três diferentes animais em 10 dias (x). No entanto, a questão perguntada (“Que linha você pensa que corresponde a qual animal?”) introduz uma terceira variável, que consiste na correspondência entre o tipo de animal e as linhas do gráfico. Essa correspondência não está apresentada explicitamente no gráfico; o estudante vai precisar construí-la com base em inferências entre a terceira variável e a linha projetada. Nesse caso, a linha que tem a inclinação mais acentuada é diretamente relacionada à pergunta realizada; assim, quanto maior a inclinação da linha, maior será o porte do animal que ela representa. Trata-se de um caso de inferência direta entre a terceira variável e o gráfico.

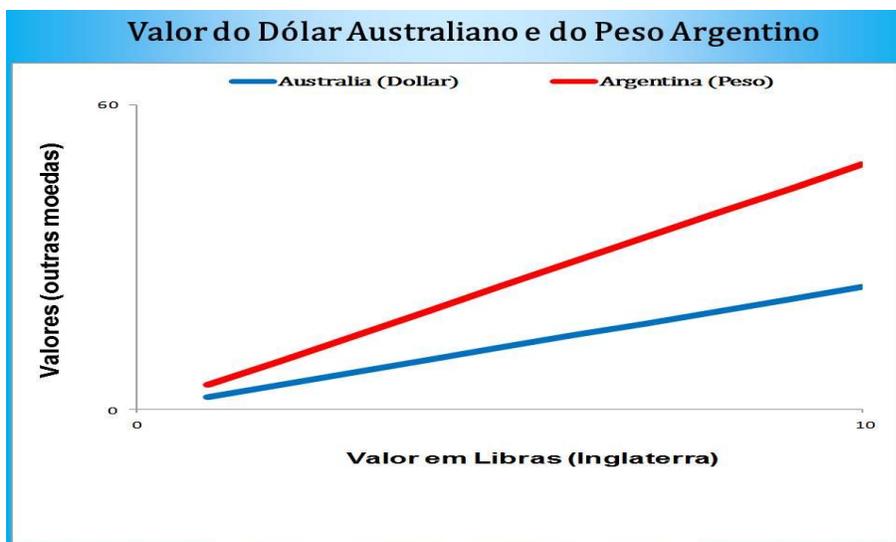


Figura 2 – Problema de interpretação com inferência inversa, adaptado de Carvalho (2008, p. 116).

O gráfico da Figura 2 mostra que 10 libras valeriam aproximadamente 50 pesos argentinos e menos de 30 dólares australianos. Assim, as linhas do gráfico representariam a valorização da libra em relação às outras duas moedas. Quanto menor fosse o valor de 10 libras numa determinada moeda, maior seria a valorização desta em relação à libra. A linha mais inclinada no gráfico representaria a moeda que é mais desvalorizada em relação à libra, isso é o peso argentino.

Durante as sessões de pesquisa, os estudantes também foram solicitados a resolver dois problemas de construção. A partir do gráfico da Figura 2, os estudantes eram informados que o rublo usado na Rússia tinha menos valor que o peso argentino. Com base nessa informação, eles eram solicitados a desenhar uma linha num gráfico do seu caderno de respostas que representasse o rublo. Na construção da linha representando o rublo, o aluno precisaria compreender que, se o rublo é mais desvalorizado que o peso argentino em relação à libra esterlina, então, a linha correspondente a essa moeda deveria estar acima da linha que representa o peso argentino.

No problema de construção com inferência direta, os estudantes deveriam desenhar a linha projetada, baseados na seguinte informação: “Imagine que uma planta cresceu na mesma proporção por cinco semanas; desenhe o gráfico para mostrar o crescimento da planta”.

### Resultados e discussão

Observou-se que a maioria dos estudantes interpretou corretamente o problema do gráfico da Figura 1 (7º ano = 90%; 8º ano = 80% e 9º ano = 80%). Uma estratégia utilizada por eles para compreender esse problema consistiu em considerar o tamanho do animal. Após escrever a resposta certa, associando para cada linha o nome do animal, a estudante utiliza a variável tamanho como justificativa, conforme mostra a Figura 3.

Por que você pensa assim? Porque o cão como ele é maior ele come mais e o hamster é menor então ele come menos e sobrou o coelho que fica no meio deles.

Figura 3 – Exemplo de resposta dada por uma estudante do 8º ano com 13 anos de idade.

Outra estratégia utilizada pelos estudantes que acertaram a questão, do gráfico da Figura 1, foi distinguir a quantidade de comida que os animais consomem, conforme pode ser observado na Figura 4 apresentada em seguida.

Por que você pensa assim? Porque os cães comem mais que os coelhos e que come mais que os hamsters.

Figura 4 – Exemplo de resposta dada por um estudante do 8º ano com 12 anos de idade.

Observou-se também que a maioria dos estudantes realizou uma interpretação errada do problema do gráfico da Figura 2 (7º ano = 70%; 8º ano = 80% e 9º ano = 80%). Uma das estratégias adotadas pelos que erraram esse problema consistiu em considerar o peso argentino como sendo a moeda de maior valor, conforme mostra a Figura 5.

Qual a moeda possui maior valor comparado com a Libra (£) usada na Inglaterra:

o peso da argentina

Por que você pensa assim: porque no gráfico ele mostra que é maior.

Figura 5 – Exemplo de resposta dada por um estudante do 7º ano com 11 anos de idade.

Dentre os estudantes que acertaram o problema destaca-se a utilização dos conhecimentos prévios sobre o assunto. As justificativas desses estudantes não incluem menção ao gráfico. A Figura 6 mostra um exemplo desse tipo de estratégia.

Qual a moeda possui maior valor comparado com a Libra (£) usada na Inglaterra:

dollar.

Por que você pensa assim: Porque o dollar tem um maior valor.

Figura 6 – Exemplo de resposta dada por uma estudante do 9º ano com 14 anos de idade.

No estudo discutido neste artigo, do total de estudantes, apenas 13,3% resolveram corretamente o problema envolvendo construção de gráfico sobre inferência inversa. Nesse problema, eles deveriam desenhar a linha projetada, baseados na seguinte informação: a moeda russa, o rublo, é mais valiosa que o peso argentino. Uma estratégia adotada com frequência pelos estudantes que erraram o problema consistiu em traçar uma linha abaixo do Peso argentino para representar o Rublo.

Assim como no problema de construção com inferência inversa, com relação ao problema de construção do gráfico sobre inferência direta, do total de estudantes, apenas 13,3% o fizeram corretamente. Nesse problema, eles deveriam desenhar a linha projetada que representasse o crescimento da planta na mesma proporção durante cinco semanas. A estratégia adotada por todos os estudantes consistiu em marcar os pontos coordenados no gráfico, contudo sem considerar a informação que esses pontos deveriam estar numa mesma proporção.

A análise dos resultados obtidos neste estudo revela algumas semelhanças e contrastes com relação aos achados de Carvalho (2008).

Assim como os estudantes de escolas inglesas do estudo de Carvalho, os brasileiros participantes do presente estudo acertaram mais os problemas de interpretação com inferência direta do que os problemas de interpretação com inferência inversa. De maneira semelhante, tanto na pesquisa conduzida na Inglaterra, como na desenvolvida no Brasil, uma maior proporção de alunos errou ao realizar a construção do gráfico sobre inferência inversa.

Quando o problema envolveu a construção do gráfico sobre inferência direta, os resultados obtidos neste estudo contrastam com os de Carvalho (2008) tanto em termos do desempenho quanto das estratégias utilizadas pelos estudantes. Com relação ao desempenho dos estudantes, enquanto nos estudos de Carvalho a maioria dos estudantes das escolas inglesas acertou o problema de construção do gráfico sobre inferência direta, no presente estudo a maioria dos participantes errou esse tipo de problema.

Uma análise das estratégias utilizadas pelos estudantes de ambos os países para a construção da linha do gráfico para esse problema de inferência direta, evidencia uma diferença nos traçados realizados. Entre os estudantes das escolas inglesas, uma estratégia frequente foi traçar a linha projetada, com ou sem a ajuda dos pontos coordenados. Enquanto a estratégia utilizada por todos os estudantes brasileiros foi marcar apenas os pontos coordenados.

A estratégia dos estudantes das escolas brasileiras pode refletir um problema conceitual. Ao que parece eles marcaram pontos no gráfico de forma mecânica sem considerar a ideia de proporcionalidade.

### **Conclusões**

O objetivo da pesquisa era, através de uma análise qualitativa, comparar os resultados obtidos com os apresentados por Carvalho (2008), buscando analisar similaridades e diferenças nas dificuldades de interpretação e construção de gráficos de linhas entre participantes de diferentes práticas escolares associadas à Matemática.

Foi perceptível que na interpretação dos gráficos sobre problemas de grandezas inversas, os participantes tiveram uma dificuldade maior do que na solução dos problemas de grandezas diretas. Esses resultados corroboram com as conclusões apresentadas por Carvalho (2008).

As análises das respostas ao problema de construção com inferência direta revelaram uma dificuldade dos estudantes brasileiros, não observada pelos participantes do estudo de Carvalho (2008). Os estudantes brasileiros não consideraram os aspectos conceituais apresentados na informação solicitada e desenharam pontos coordenados traçados de forma aleatória no sistema cartesiano. Essa dificuldade de construção de gráficos de linha talvez seja resultante da não compreensão de aspectos conceituais relacionados à noção de variabilidade.

O presente estudo, no entanto, não aprofundou a análise das resoluções de cada estudante no que se refere a dificuldade em considerar a variabilidade no âmbito da construção de gráficos de linha. Mesmo que o estudante tenha resolvido individualmente as tarefas, as mesmas foram aplicadas simultaneamente ao grupo de participantes. Nesse sentido, não houve a possibilidade de realizar uma observação individualizada que permitisse acompanhar o raciocínio que os estudantes empreendiam ao dar as suas respostas. São necessários estudos futuros que aprofundem a análise das dificuldades conceituais de estudantes do 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental na construção de gráficos de linhas.

### **Agradecimentos**

FACEPE – Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco pelo apoio financeiro à esta pesquisa.

### **Referências Bibliográficas**

- Carvalho, L. M. T. L. (2008). *O papel dos artefatos na construção de significados matemáticos por estudantes do Ensino Fundamental*, Tese de Doutorado não publicada, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations: studies and teaching experiments*. Tese de Doutorado não publicada, Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, Nottingham.
- Nunes, T.; Desli, D. & Bell, D. (2003). The development of children's understanding of intensive quantities. *International Journal of Educational Research*, 39, 651-675.
- Swatton, P. & Taylor, R. M. (1994). Pupil performance in graphical tasks and its relationship to the ability to handle variables. *British Educational Research Journal*, 20(2), 227-243.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures, in R. Lesh & M. Landau (eds.), *Acquisition of mathematics concepts and process*, Academic Press, London, 128-175.