



Professores de Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: dificuldades e possibilidades

Gerson Pastre de **Oliveira**

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC/SP
Brasil

gpastre@pucsp.br

Ricardo Carvalho **Costa**

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
Brasil

kakofr@gmail.com

Resumo

Este trabalho refere-se à pesquisa realizada nas Oficinas Didáticas de Educação Matemática e Tecnologias, promovidas pelo grupo TecMEM da PUC/SP. O tema da oficina aqui descrita considera as funções polinomiais de primeiro e segundo grau, que foram objeto de estudo e discussão por parte de professores de Matemática que lecionam no primeiro ano do Ensino Médio em escolas públicas do Estado de São Paulo. O estudo procurou apurar possibilidades e dificuldades no trato com o conteúdo matemático específico e com interfaces computacionais utilizadas, envolvendo o software Winplot. Outro objetivo foi o de investigar os elementos considerados pelos professores ao elaborarem, em grupos, estratégias pedagógicas com o uso de TICs para aulas envolvendo funções polinomiais. A análise permitiu identificar dificuldades ligadas à interpretação de enunciados, à generalização algébrica e à manutenção de práticas expositivas por parte dos professores, bem como possibilidades atinentes à experimentação e à dinâmica na prática dos mesmos.

Palavras chave: tecnologias, funções polinomiais, educação matemática, *software* Winplot.

Introdução

O uso de tecnologias por parte de professores de Matemática tem sido objeto de estudos de diversos pesquisadores. Frota e Borges (2004) e Goos et al (2003) mencionam que esta prática está fundamentada em níveis distintos, alguns deles identificáveis nos documentos oficiais. Para estes autores,

algumas dimensões da prática docente permeada por tecnologias incluem: consumir, incorporar e matematizar a tecnologia.

Neste sentido, o consumo da tecnologia está associado aos recursos que podem auxiliar no processo ensino-aprendizagem em Matemática. Há uma leitura, por parte dos professores de Matemática, que tais recursos podem mudar a educação ou até mesmo modificar os processos de ensino. De acordo com os autores citados anteriormente, este consumo “pode trazer eficiência para a realização das tarefas antigas, mas também pode gerar dependência na consecução da tarefa” (Frota e Borges, 2004). Isto ocorre quando o professor permanece adstrito a esta dimensão, sem cogitar no avanço das concepções e usos das interfaces.

Para Frota e Borges (2004), a incorporação das tecnologias, permite uma nova forma de fazer Matemática. Entretanto, exige mudança nas tarefas propostas aos alunos: a tecnologia pode ser vista como um recurso que auxilia as discussões matemáticas em sala de aula. Mais precisamente,

a incorporação das tecnologias pelas pessoas pode conduzir à ampliação de estratégias usadas no fazer matemático, alterando-o substancialmente, o que conduz, a partir de tais mudanças, a novas maneiras de pensar e solucionar problemas, com o uso de elementos dinâmicos, heurísticas, ampliação de representações gráficas e outros recursos. Ocorre, assim, uma mudança no fazer matemático dos indivíduos, e podem ocorrer, por conseqüência, mudanças na maneira de pensar e resolver problemas, com as interfaces assumindo o papel de suportes do pensamento. As tecnologias, aqui, são vistas como parceiras e como extensões da pessoa (OLIVEIRA, 2009, p. 4).

Por fim, os autores referem-se à matematizar a tecnologia, aproximando o conhecimento matemático presente nos objetos tecnológicos dos estudantes, os quais, muitas vezes, não percebem que existe Matemática por trás dos processos que envolvem tecnologia. Assim,

esta concepção consiste em considerar o valor da tecnologia por ela mesma como objeto curricular. Por um lado, segundo os autores, a matematização diz respeito à identificação dos elementos matemáticos que permeiam as ferramentas e interfaces de origem tecnológica, o que permitiria compreender a matemática como fator de efetivação das realidades cotidianas, acima das tecnologias e suas limitações, bem como fornecer elementos para o desenvolvimento de senso crítico em relação ao alcance e uso das mídias; por outro lado, a matematização das tecnologias permitiria trabalhar amplamente com a modelagem de objetos e processos, de modo a aliar tecnologia e matemática no trato de questões reais (OLIVEIRA, 2009, p.5).

Para Oliveira (2009), a apropriação dos recursos tecnológicos por parte dos professores compreende, além dos níveis já mencionados, um quarto componente, relativo à criação de estratégias pedagógicas com uso de tecnologias, o que permite aos professores de Matemática usar os recursos e interfaces das diversas tecnologias criticamente, com um planejamento consistente, não empregando apenas recursos digitais, mas selecionando os elementos mais adequados em relação aos objetivos de ensino. Além disso, para o autor, esta construção é cíclica, o que permite que o professor retome, em relação a outro *software* ou dispositivo, a condição de consumidor, para depois voltar a incorporar o novo elemento em suas práticas, e assim por diante.

Desenvolvidas estas reflexões, pode-se indicar que os objetivos da pesquisa descrita neste artigo, e que teve lugar como atividade do grupo de pesquisa Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática (TecMEM) do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, seriam:

- indicar de que forma uma iniciativa de formação continuada para professores de Matemática do Ensino Médio com uso do software Winplot para o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus poderia contribuir para que os docentes elaborem estratégias pedagógicas com atividades dinâmicas e interativas;
- discutir como a formação proporcionada por oficinas didáticas de Educação Matemática e TICs pode colaborar para identificar dúvidas e dificuldades dos professores acerca do tema “funções polinomiais de 1º e 2º graus”.

Método

A pesquisa relatada neste artigo assumiu um caráter qualitativo e foi realizada na modalidade de análise de conteúdo (Oliveira, 2007; Bogdan e Blikem, 1994). Como instrumentos da investigação, foram utilizados questionários e protocolos resultantes da realização de oficinas destinadas à formação continuada de professores de Matemática para o uso das TICs. Tais oficinas ocorreram no âmbito do projeto “Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação Matemática”, financiado pelo CNPq, que promove diversos cursos de formação continuada para professores de Matemática que atuam na Educação Básica em escolas públicas. Especificamente, o curso que serviu de base à pesquisa aqui descrita contava com carga horária de 32 horas, sendo 16 presenciais e 16 a distância. Os encontros presenciais ocorreram em quatro sábados, no período da manhã. O tema desta iniciativa específica era “Funções Polinomiais de Primeiro e Segundo Grau e o *software* Winplot”. Este programa computacional foi escolhido por ser gratuito, por apresentar procedimentos relativamente simples no manuseio e na instalação e por coincidir com o *software* escolhido na proposta de formação para professores de Matemática a ser realizada pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, denominada Curso Especial de Matemática “A Rede Aprende com a Rede”.

O laboratório utilizado para os encontros presenciais é habitualmente usado pelos alunos do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, e conta com doze computadores de configuração atualizada, Internet de alta velocidade, provisão de papel, espaço para reuniões, entre outros elementos. Foram participantes desta pesquisa 15 professores de Matemática, atuantes no Ensino Médio em escolas públicas do Estado de São Paulo, e que aderiram ao curso através de inscrições realizadas na secretaria do Programa supramencionado ou através de correio eletrônico direcionado ao grupo TecMEM.

Havia a expectativa, confirmada ao longo das interações, de que alguns participantes pudessem apresentar dificuldades no manuseio dos computadores, apesar da realização de breve familiarização com as interfaces computacionais envolvidas (cerca de duas horas). Assim, as atividades que previam o uso de computadores foram propostas aos professores em formação de modo que pudessem trabalhar em duplas, de tal maneira que quem possuísse maiores conhecimentos em informática pudesse auxiliar o seu parceiro na realização das atividades. Os próprios professores organizaram a formação das parcerias, o que se revelou bastante eficiente em relação ao equilíbrio procurado. Além disso, observou-se que a constituição do trabalho em duplas permitiu superar a ênfase na mera operação do *software* em si, deslocando-a para a construção de estratégias pedagógicas com uso de tecnologias, ao menos em relação aos debates proporcionados, como recomenda Oliveira (2009). Desta forma, a formação ali proposta deveria servir à reflexão dos professores sobre como as tecnologias poderiam compor o planejamento de aulas de Matemática dinâmicas e interativas. Para as demais atividades, poderiam ser formados, livremente, grupos de dois ou mais componentes.

Quatro instrumentos foram utilizados nesta investigação. O primeiro deles foi apresentado aos

participantes sob a forma de questionário. O objetivo da aplicação do mesmo residia em coletar dados que iam desde a formação acadêmica dos professores de Matemática até a visão que expressam acerca do uso de tecnologias na Educação Matemática, buscando delinear o perfil profissional dos participantes e a compreensão de suas convicções. Particularmente, este trabalho trata especificamente das análises relativas aos instrumentos dois, três e quatro, descritas mais adiante.

Em relação às atividades não presenciais, utilizou-se o ambiente virtual de aprendizagem TelEduc, disponível no servidor da PUC/SP, para que os professores pudessem participar de dois fóruns, nos quais poderiam discutir suas concepções sobre o tema matemático em estudo. Isto significa optar pela abordagem assíncrona, permitindo que os respondentes reservassem tempo para reflexão acerca dos questionamentos direcionadores (Oliveira, 2007). As discussões foram pautadas por duas questões centrais:

- Estratégias são importantes quando falamos sobre o uso de Tecnologias em aulas de Matemática. Leia o texto recebido na aula e, se quiser, os que estão disponíveis em "Material de Apoio". Fale o que achou sobre o tema. Todos podem debater sobre quaisquer colocações;
- Sobre as atividades [realizadas até aquele momento], fale sobre sua produção: comente sobre suas dúvidas, descobertas, sugestões. O debate está aberto!

No ambiente do TelEduc, disponibilizou-se, na seção "Material de Apoio", textos relativos às TICs, com o objetivo de proporcionar à maioria dos professores participantes das oficinas um primeiro contato com esta literatura, para que estes pudessem ter uma efetiva participação nos fóruns. Semelhante participação, de acordo com Oliveira (2007), deve ser feita com apoio de amplo embasamento teórico, de forma que a intervenção de determinado participante possa enriquecer o debate global. Como resultado, o debate foi constituído por dezenas de mensagens, tanto ligadas às questões centrais, como resultantes de outras respostas.

Resultados

Com o objetivo de organizar uma síntese das análises e resultados apurados na investigação descrita neste trabalho, serão apresentados, a seguir, elementos típicos das construções e argumentações trazidas pelos professores acerca dos instrumentos dois, três e quatro da pesquisa.

O segundo instrumento de pesquisa trazia três questões abertas, com a finalidade de constatar as dificuldades que os alunos dos professores participantes encontrariam habitualmente nas aulas pertinentes ao tema "funções polinomiais do primeiro e do segundo grau". A introdução do instrumento trazia o seguinte texto: *De acordo com cada situação apresentada a seguir, relacione as possíveis dificuldades que os alunos do 1º ano do Ensino Médio encontrariam nas resoluções e em que momentos [as atividades] poderiam ser aplicadas.*

Era também finalidade deste instrumento trazer a experiência dos professores à discussão no grupo da oficina, permitindo criar uma ambiência para o debate que proporcionasse reflexão sobre as práticas docentes. Esta abordagem também é compatível com a pesquisa qualitativa, no enfoque de análise de conteúdo aqui utilizado (Bogdan e Blikem, 1994).

Outra finalidade era a de levantar, especificamente, quais as dificuldades apresentadas pelos alunos, de forma mais recorrente, e que estariam relacionadas com as funções polinomiais. O quadro resultante desta abordagem permitiria, então, propor as estratégias pedagógicas com uso de TICs mais adequadas, bem como fomentar uma discussão para que os professores ali presentes sugerissem suas próprias estratégias.

A primeira questão tinha o seguinte texto: "Um ônibus de turismo tem 36 lugares, no total, para os passageiros. Para certa excursão, a empresa cobra R\$ 60,00 de cada turista, se todos os lugares forem ocupados. Se ficarem lugares vagos, àquele valor (R\$ 60,00), serão acrescentados R\$ 3,00 por cada lugar

não ocupado. Qual o número de turistas, nessa excursão, para que a empresa obtenha a máxima arrecadação?”.

Alguns professores procuraram resolver a questão proposta para melhor identificar as possíveis dificuldades que os alunos da primeira série do Ensino Médio poderiam apresentar. De acordo com a proposta do Grupo 1, exposta na figura seguinte, pode-se observar uma conjectura equivocada, o que leva a crer que as dificuldades que os alunos poderiam eventualmente ter no desenvolvimento deste problema, conforme relato dos participantes deste grupo, poderiam ser também dificuldades comuns que estes docentes possuem, uma vez que não apresentaram a função que descreve este problema, como pode ser observado a seguir.

a) Um ônibus de turismo tem 36 lugares, no total, para os passageiros. Para uma certa excursão, a empresa cobra R\$ 60,00 de cada turista, se todos os lugares forem ocupados. Se ficarem lugares vagos, àquele valor (R\$ 60,00) serão acrescentados R\$ 3,00 por cada lugar não ocupado. Qual o número de turistas, nessa excursão, para que a empresa obtenha a máxima arrecadação?

x	y	$y = 60 + 3x$
0		$60 + 3 \cdot 0 = 60$
1		$60 + 3 \cdot 1 = 63$
2		$60 + 3 \cdot 2 = 66$

- saber compreender o contexto do problema.
 - Entender qual o objetivo desejado
 - saber passar para linguagem matemática
 - encontrar a resposta desejada
 - conferir o resultado.

Figura 1. Resolução efetuada pelo Grupo 1

Uma das soluções possíveis para este problema seria transformar o problema em uma expressão algébrica que retratasse exatamente a situação proposta. Por exemplo,

$$y = 60 \cdot x + (36 - x) \cdot 3$$

Na algebrização acima, a variável x representaria o número de passageiros, enquanto que a variável y representaria o valor em reais que a empresa obteria. Com o ônibus lotado, a empresa arrecadaria R\$ 2.160,00. Um raciocínio válido seria o de verificar se haveria possibilidade de obter mais arrecadação com menos passageiros, o que se provaria impossível. Para a empresa obter lucro máximo, todas as passagens deveriam ser vendidas. Os demais grupos precisaram de varias tentativas para produzir notações algebricamente válidas que embasassem suas repostas. O mesmo ocorreu em relação às demais questões do instrumento, de nível semelhante a esta.

Com relação às dificuldades que os estudantes encontrariam, para esta questão, os grupos indicaram as respostas que se encontram na Figura 2, a seguir.

Grupo	Respostas
Um	Escrever o problema na linguagem Matemática (interpretação); Dificuldade no cálculo numérico e algébrico.
Dois	Ler e interpretar o enunciado; Organização da informação; Traduzir para a linguagem Matemática.
Três	Saber compreender o contexto do problema; Entender qual o objetivo desejado; Saber passar para a linguagem Matemática; Encontrar a resposta desejada; Conferir o resultado.
Quatro	Leitura, concentração, interpretação e formalização do problema; Raciocínio matemático.

Figura 2. Respostas dos professores Grupo 1 – primeira questão, segundo instrumento.

Os professores foram unânimes em apontar a interpretação do problema proposto como uma das dificuldades recorrentes entre os alunos de primeiro ano do Ensino Médio. Esta inadequação dos alunos

revelaria uma dificuldade que precederia o tratamento matemático com o conteúdo específico. Entretanto, apurou-se esta dificuldade também entre os professores.

Além disso, outra dificuldade apontada diz respeito ao uso da linguagem Matemática adequada, ou seja, uma dificuldade relativa à produção de notações algebricamente válidas. Estas questões surgem, inclusive, quando se pretende generalizar padrões e/ou transpor um questionamento desde seu enunciado original até a notação Matemática adequada à sua resolução (Machado, 2008; Oliveira, 2008; Zazkis & Lijdehal, 2002). Também foi mencionada a dificuldade com a operacionalização das soluções, ou seja, com os desenvolvimentos aritmético e/ou algébrico das propostas de resolução por parte dos estudantes. Apurou-se, igualmente, que tais obstáculos atingem os professores participantes.

De acordo com as respostas dadas pelos participantes da Oficina, pode-se aventar que os alunos da 1ª série do Ensino Médio possuem dificuldades em converter as informações apresentadas na língua materna para a linguagem Matemática, ou seja, transformar as informações apresentadas na questão em expressões Matemáticas (mudança de registro).

Desta forma, a mudança de registro,

[...] constitui um dos pontos delicados e decisivos da aprendizagem da Matemática no Ensino Básico, Fundamental e Médio, e as dificuldades relacionadas podem persistir até o início da universidade, caso esse aprendizado não tenha sido adequadamente tratado (ALMOULOU, 2007, p. 79).

Relativamente a tais pressupostos teóricos – e em função dos problemas de aprendizagem apontados pelos professores da oficina – procurou-se, nas atividades computacionais propostas, trabalhar com distintos registros de representação, facilitando as conversões algébrica/gráfica e gráfica/algébrica (Duval, 1995), principalmente, além de criar ambientações que permitiriam discutir, com a participação do professor, dado problema a partir de seu enunciado e com a visualização de suas características algébrica e gráfica (Oliveira, 2008).

Em relação ao terceiro instrumento de pesquisa, que solicitava o uso do *software* Winplot, são apresentados, nesta síntese, elementos relativos às questões um, dois, nove e dez, dentre as onze aplicadas.

Na atividade 1, mostrada a seguir, que tratou da variação dos coeficientes da função polinomial do 1º grau, os professores foram questionados sobre o que aconteceria com a representação gráfica da função no momento em que ocorresse a mudança de valores no coeficiente angular, mantendo-se fixo o coeficiente linear, ou ainda, quando a variação de valores era no coeficiente linear, conservando estável o coeficiente angular.

Atividade 1 – Estudando os coeficientes da função polinomial do 1º grau

1. Insira a seguinte equação explícita: $f(x) = x$;
2. Agora insira uma nova equação explícita adicionando uma unidade a primeira equação;
3. Agora insira uma nova equação subtraindo uma unidade da primeira equação;
4. O que você pode perceber com as ações realizadas em relação à primeira equação?
5. Obtenha um novo gráfico multiplicando a primeira equação por 2. Agora multiplique por 4.
6. Você percebeu alguma mudança? Qual?
7. Insira a seguinte equação: $f(x) = ax + 1$, com as teclas Ctrl+I abrirá o inventário, que permitir editar, apagar a equação em questão, selecione família, e em mínimo e máximo determine o intervalo de variação que deseja para que o coeficiente a ;
8. Insira a seguinte equação: $f(x) = x + b$, siga os passos do item 7, porém neste caso o coeficiente b é quem irá sofrer uma variação;
9. O que você pode afirmar com relação a variação dos coeficientes a e b ?

Figura 3. Atividade 1 do terceiro instrumento

Na variação do coeficiente angular, a maioria dos professores foi incisiva em dizer que a reta sofriria alterações em sua inclinação com relação ao eixo x do sistema cartesiano. Porém quando a pergunta foi direcionada para a variação do coeficiente linear, por alguns momentos os participantes ficaram quietos, demonstrando necessidade de analisar melhor a situação proposta, apresentando como primeira afirmação, que a reta deslocava-se para esquerda ou para a direita no eixo x conforme sua variação. Neste caso houve necessidade de intervenção por parte dos monitores das oficinas, questionando-os sobre a resposta dada, possibilitando uma interpretação correta, no sentido de observarem que esta variação provoca um deslocamento da reta no eixo y do sistema de coordenadas cartesianas.

Nesta atividade, apesar da dificuldade e da necessidade de intervenção, o auxílio do *software* Winplot favoreceu uma visualização das características que uma função polinomial do 1º grau poderia adquirir, na medida em que eram dados comandos para que seus coeficientes (angular e linear) sofressem variações em seus valores reais. Tais aplicações muitas vezes não são exploradas quando apresentadas de forma tradicional, ou seja, com o uso de lápis e papel (Oliveira, 2009).

Os professores também apresentaram dificuldades na interpretação da atividade 2, exposta na Figura 4, pois acreditavam que era apenas para dizer que a parábola apresentava concavidade voltada para cima ou para baixo de acordo com a variação do coeficiente a da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Após a intervenção dos monitores na oficina, e do correto uso dos recursos do Winplot, os participantes puderam observar que as variações dos coeficientes a , b ou c apresentavam mudanças desde a concavidade da parábola até na localização do quadrante no qual a parábola poderia estar, de acordo com os coeficientes utilizados nas funções.

Atividade 2 – Estudando os coeficientes da função polinomial do 2º grau

I) Insira as seguintes funções:

- $y = ax^2 + x + 2$ com a variando de -2 até 2 .
- $y = x^2 + bx + 1$ com b variando de -2 até 2 .
- $y = x^2 - x + c$ com c variando de -2 até 2 .

Desenvolvimento:

Na opção **Equação** escolha a forma **Explícita** e digite a expressão $ax^2 + x + 2$; use a opção **Equa/Inventário/Família** com os limites -2 até 2 para o parâmetro a . Repita o procedimento para as demais funções. Altere o número de passos nos procedimentos.

O que você pode conjecturar sobre a representação gráfica de uma função polinomial do 2º grau: Se $a < 0$ e $b > 0$? Se $a < 0$ e $b < 0$? Se $a > 0$ e $b > 0$? Se $a > 0$ e $b < 0$?

II) Resolva a equação $(x + 1)^2 = (x - 1)^2$.

Desenvolvimento: Na opção **Equação** escolha a forma **Explícita** e digite a expressão $(x + 1)^2$. Digite novamente na opção **Equação** na forma **Explícita** a expressão $(x - 1)^2$. A opção **Dois/Interseções** mostra as interseções das equações. Opte por **marcar ponto**. Caso os eixos não estejam numerados entre na opção **Ver/Grade** e marque escala. Se **pi** estiver marcado, apague esta marcação.

Figura 4. Atividade 2 do terceiro instrumento

Nas atividades 9 e 10, indicadas na Figura 5 a dificuldade observada nos professores participantes da oficina ocorreu quando tentaram associar uma abordagem geométrica com as funções polinomiais, ou seja, quando os participantes buscaram interpretar e resolver o problema por meio do conhecimento de funções. Apesar de o *software* Winplot permitir algum avanço em relação às dificuldades iniciais, a conversão de registros (Duval, 1995), aqui, mostrou-se um sério obstáculo.

Atividade 9

Uma tenda cilíndrica sem fundo tem capacidade de 1000 metros cúbicos. Determine as dimensões que minimizam a quantidade de lona empregada.

Atividade 10

Uma lata cilíndrica de estanho (sem tampa) tem volume de 5 centímetros cúbicos. Determine suas dimensões se a quantidade de estanho para a fabricação da lata é mínima.

Figura 5. Atividades 9 e 10 do terceiro instrumento

O quarto instrumento propunha aos participantes a elaboração de um plano de aula, no qual o conteúdo matemático escolhido recebesse a mediação de um *software* de livre escolha. Os professores reorganizaram-se em três grupos, e, apesar da liberdade concedida, todos escolheram o *software* Winplot. Da mesma forma, todos os planos de aula apresentaram como tema central as funções polinomiais.

Nas figuras a seguir, é possível observar uma síntese, relacionando como cada grupo planejou e organizou a utilização da interface do Winplot no desenvolvimento do trabalho com funções. Particularmente na Figura 6 são apresentados os objetivos encontrados nos planos de aulas de cada grupo.

Grupos	Objetivos
A	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as características da função afim, quando os coeficientes variam; • Construir gráficos de uma função polinomial do 1º grau; • Proporcionar um contato diferente com a Matemática utilizando o <i>software</i> Winplot.
B	<ul style="list-style-type: none"> • Refletir sobre a questão do uso da tecnologia; • Pensar “como” podemos usar a ferramenta computacional no Ensino da Matemática; • Visualizar gráficos de funções gerados pelo <i>software</i> Winplot; • Proporcionar um ambiente de aprendizagem desafiador para o uso das tecnologias.
C	<ul style="list-style-type: none"> • Aproximar os alunos dos conceitos de função polinomial do 2º grau; • Explorar a parte algébrica da equação a ser trabalhada (coeficientes e raízes); • Identificar e reconhecer as situações de máximo ou de mínimo; • Calcular as coordenadas dos pontos críticos (máximos e mínimos) correspondentes.

Figura 6. Objetivos citados nos planos de ensino

Os grupos apresentaram abordagens diferentes para a inserção do *software* Winplot em suas aulas: dois grupos propuseram trabalhar com a função polinomial do 1º grau, porém com finalidades distintas, e um grupo com a função polinomial do 2º grau.

O grupo A apresentou estratégias voltadas aos coeficientes angular e linear, sendo que as duas primeiras atividades estavam associadas a variação do coeficiente linear, e as outras duas à variação do coeficiente angular. O grupo B, por sua vez, procurou tratar da variação do sinal da função polinomial do 1º grau associada ao zero da função. Pode-se notar que nos três exercícios propostos no plano de aula deste grupo, foi enfatizada a variação do coeficiente angular que possibilita a visualização da variação do sinal da função polinomial do 1º grau. Os integrantes do grupo C sugeriram, como conteúdo matemático em seu plano de aula, desenvolver estratégias pedagógicas dando ênfase aos coeficientes e raízes da função polinomial do 2º grau.

No quadro a seguir encontram-se os apontamentos referentes à metodologia programada pelos professores na abordagem do tema Funções com o auxílio da interface do Winplot.

Grupos	Metodologia
A	<ul style="list-style-type: none"> • Utilização do <i>software</i> Winplot; • Ficha de atividades; • Materiais para registro (caneta, caderno e lápis).

B	<ul style="list-style-type: none"> • Sequência de atividades com proposta de gráficos de funções polinomiais; • Conhecer e explorar os recursos do <i>software Winplot</i>; • Propor aos alunos a construção de gráficos já construídos em sala de aula; • Debater com os alunos, os “prós” e os “contras”, da utilização do <i>software</i> na construção de gráficos.
C	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação de exemplos ilustrativos e de exercícios exemplares sobre equações e funções de 2º grau, para exploração do professor.

Figura 7. Metodologia citada nos planos de ensino.

O grupo A relata, como metodologia, a utilização do *software Winplot*, porém não são especificados quais serão os procedimentos adotados para o uso desta interface como auxílio à ação pedagógica, de forma a garantir que os objetivos e os conteúdos elencados sejam abordados de forma satisfatória. Entretanto, as quatro atividades propostas apresentam uma sequência didática que possibilita uma visualização e uma interpretação das características da função polinomial do 1º grau, quando os coeficientes sofrem alterações em seus valores reais. A destacar, por outro lado, a ausência de problematizações, com a presença de exercícios de aplicação comuns à abordagem tradicional do assunto em sala de aula. Pode-se indicar a presença de uma estratégia, mas o *software* em questão compõe uma abordagem roteirizada e pouco favorável à construção do conhecimento com autonomia, como propugna Oliveira (2009) quando se refere às estratégias mediadas por TICs. Como aspecto positivo, destaca-se o convite à experimentação e às observações sobre o comportamento dos coeficientes e do gráfico da função em estudo.

Com relação ao grupo B, percebe-se que estão descritas as ações que se pretende desenvolver na utilização do *software*, porém as atividades propostas não proporcionam um ambiente de aprendizagem desafiador para o uso das tecnologias: os exercícios se referem a uma extensão da exposição feita em sala de aula. Há poucas oportunidades para experimentação e as estratégias alinhadas indicam uma proposição de elementos muito mais procedimentais do que cognitivos e/ou didáticos (por exemplo, verificar se o Winplot está instalado nos computadores). Não há problematizações, nem propostas para avançar a partir das interações com outros estudantes ou com a interface computacional utilizada.

A proposta do grupo C indicou um roteiro mais completo de planejamento, explicitando pontos interessantes relacionados às estratégias pedagógicas alinhadas com o uso do programa computacional. É o único grupo que propõe uma problematização para estudo e reflexão. Indica que usará as perspectivas de colaboração entre os estudantes, quando propõe a realização das atividades em duplas, inclusive quando explicita um critério de divisão para as mesmas. Uma fragilidade é a ausência de elementos que favoreçam o debate e as observações, como fez o grupo A.

No que diz respeito à Avaliação das aulas elaboradas, o grupo B não fez nenhuma menção a este tópico. O grupo A relatou que a avaliação da aula proposta seria por meio da atividade com o uso do *software* e também com as anotações realizadas pelos alunos, quando estes estavam em contato com a interface. Já o grupo C, descreve que um extenso critério somativo como método para avaliar as produções dos alunos, inclusive com uma divisão dos “pontos” que seriam atribuídos em relação a partes de atividade realizada.

Assim, no que se refere à avaliação, pouco se observou de sua abordagem formativa, ou seja, de acompanhamento e de *feedback*. Com o uso de tecnologias, esta abordagem seria privilegiada e permitiria analisar e reaproveitar os erros cometidos pelos estudantes, não através da certificação dos mesmos, mas do reposicionamento da aprendizagem com novas abordagens e perspectivas (Oliveira, 2007). O grupo C, por exemplo, indica o uso somativo da avaliação, ao indicar a atribuição de nota ou conceito para a atividade. Neste aspecto, então, o uso da avaliação em um ambiente de ensino-aprendizagem mediado pelas tecnologias parece subaproveitado pelos grupos.

Discussões e recomendações

É importante observar que as discussões no TelEduc, o trabalho em grupo dos professores, em aspecto colaborativo, e o acesso às funcionalidades do *software* concorreu para que existisse algum avanço no sentido de associar estratégias pedagógicas com base nos conteúdos matemáticos e nas demandas dos eventuais estudantes de primeiro ano do Ensino Médio em torno do tema “funções polinomiais de 1º e 2º graus”. Claramente, alguns avanços podem ser relacionados, particularmente nas estratégias elaboradas pelos grupos A e C:

Criação de oportunidades de experimentação sobre os conteúdos trabalhados, nos registros gráfico e algébrico, uma vez que os professores alinharam diversas atividades que deveriam ser objeto de exploração e comentários por parte dos eventuais estudantes;

Exploração do caráter dinâmico proporcionado pela interface computacional e a respectiva correlação com os coeficientes e demais elementos das funções polinomiais;

No caso do grupo C, a introdução de elementos problematizadores em relação à estratégia, o que promoveria, entre os eventuais estudantes dos professores da Oficina, a possibilidade de discutir e de avançar em relação ao conhecimento em construção.

Entretanto, a lógica provida pelos professores na elaboração das estratégias apresentou alguns aspectos vistos como limitantes, do ponto de vista do ensino-aprendizagem em Matemática, de acordo com as referências teóricas desta investigação. Seriam eles:

- No caso dos grupos A e B, a manutenção de uma lógica expositiva, que apenas se transferiu, em vários momentos, para a interface do Winplot, que serviu como extensão da lógica de expor, apresentar exemplos e propor exercícios de aplicação;
- A ausência de problematizações, em certos casos, também nos grupos A e C;
- Limitado alcance das possibilidades de avaliação da aprendizagem, ao não apresentar, na maior parte dos casos, possibilidades de uso dos resultados provisórios em uma lógica formativa.

Cabe aqui considerar a confirmação, no âmbito desta pesquisa, com base nos dados coletados e das observações realizadas, sobre o distanciamento que têm os professores acerca de uma formação mais sólida para uso de tecnologias em suas aulas de Matemática, e muito particularmente, em relação às TICs. Em função disto, muitos aspectos do uso pedagógico das TICs em aulas de Matemática não foram considerados pelos professores em suas produções. Este aspecto aponta para a importância em indicar que as mudanças curriculares nas Licenciaturas em Matemática considerem a inserção de elementos disciplinares e interdisciplinares que tratem do trabalho docente com tecnologias, principalmente com TICs, cuja formação dos professores para o emprego didático tem deixado a desejar. Estas mudanças, bem como o provimento de outras oportunidades de formação, são desejadas pelos professores que participaram desta pesquisa, que reconheceram suas dificuldades e enxergaram, nas oficinas, uma oportunidade de minorá-las.

Da mesma forma, os dados que indicaram dificuldades atinentes aos próprios conteúdos matemáticos, apuradas nos concursos públicos e exames oficiais, puderam ser verificadas aqui. Em diversos momentos, os professores apresentaram conjecturas errôneas sobre conteúdos elementares, bem como necessitaram da intervenção dos monitores para avançar em suas considerações. Tais dificuldades podem ter uma forte correlação com os aspectos conservadores da maioria dos tópicos elaborados nas estratégias apresentadas: ao temer, de certa forma, não dominar de forma fluente o conteúdo matemático, o professor prefere não arriscar com “inovações”, mantendo o controle em um regime de “exposição/exemplos/exercícios” controlado, sem maiores avanços. As tecnologias fariam avançar o debate, quando com estratégias mais flexíveis, e, ao ampliar a autonomia dos estudantes, faria crescer, também, a capacidade dos mesmos em questionar, propor, eles mesmos, outras atividades, para as quais o professor teme não estar preparado (Borba e Penteadó, 2003; Oliveira, 2007).

Além disso, outra natureza de dificuldade apresentada pelos professores pode ser aqui ressaltada:

refere-se aos problemas encontrados pelos docentes em interpretar os enunciados das atividades e em prover notações algébricas, como consequência da interpretação do problema. Obter uma generalização algebricamente válida mostrou-se um obstáculo relevante, que pode ser minorado com a intervenção orientadora dos pesquisadores do grupo TecMEM, monitores da oficina, e com o uso do Winplot. Entretanto, é um aspecto que merece atenção em futuras pesquisas.

Com relação ao nível de uso das tecnologias pelos professores, apontado nas pesquisas de Goos et al (2003), Frota e Borges (2004) e Oliveira (2009), percebe-se que os professores ainda permanecem na escala de consumidores da tecnologia. Isto se reflete decisivamente quando os mesmos encetam a tentativa de elaborar suas estratégias pedagógicas, um nível mais avançado de conhecimento e prática no uso didático das TICs, na visão de Oliveira (2009). Os aspectos de incorporação e de matematização das tecnologias se mostraram essenciais, e, como recomendação, fica a idéia de que os processos de formação continuada de professores, bem como as futuras pesquisas que tenham a formação destes como tema, considerem os aspectos teórico-práticos que permeiam a passagem dos professores por semelhantes conhecimentos.

Bibliografia e referências

- Almouloud, S. A (2007). *Fundamentos da didática Matemática*. Paraná: UFPR, p. 31 – 59.
- Bogdan, R. C & Bliken, S. K (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Borba, M & Penteadó, M.G (2003). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Duval, R (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Paris: Peter Lang S A.
- Frota, M. C. R & Borges, O. N (2004). Perfis de Entendimento sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática . In: *Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, 27, Caxambu, MG, 2004. Sociedade, Democracia e Educação. Rio de Janeiro: ANPED
- Goos, M et al (2003). Perspectives on technology mediate learning in secondary school mathematics classrooms. *Mathematical Behavior*, 22, p.73-89.
- Machado, S.D.A (2008). O estudo dos números inteiros visando uma cabeça bem-feita. In: *Anais do XIV Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino*. Porto Alegre.1 CD-ROM.
- Oliveira, G. P (2009). Transposição didática: aportes teóricos e novas práticas. In: WITTER, G. P; FUJIWARA, R. (Orgs). *Ensino de Ciências e Matemática: análise de problemas*. São Paulo: Ateliê Editorial.
- Oliveira, G. P (2008). Generalização de padrões, pensamento algébrico e notações: o papel das estratégias didáticas com interfaces computacionais. *Educação Matemática Pesquisa*, v.10, n.2.
- Oliveira, G. P (2007). Avaliação em cursos on-line colaborativos: uma abordagem multidimensional. Tese de doutorado: Educação. São Paulo: Faculdade de Educação, USP.
- Zazkis, R & Liljedahal, P (2002). Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, n.49, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, p. 379-402.