



Proceso de Poisson: modelado de las llegadas de pacientes a un centro de atención primaria.

Aurora I. **Gáfar**o Rojas
Universidad Industrial de Santander
Colombia

gafaro.44150@e.unavarra.es

Fermín **Mallor** Giménez
Universidad Pública de Navarra
España

mallor@unavarra.es

Cristina **Azcárate** Camio
Universidad Pública de Navarra
España

cazcarate@unavarra.es

Resumen

Existen muchos trabajos interdisciplinarios, que integran el área de la salud con la matemática, la estadística, la probabilidad y la tecnología. Hasta el momento no existe una distribución de los sistemas cuya estructura orgánica obtenga resultados óptimos, es decir que garantice un flujo normal de los pacientes sin generación excesiva de colas en el proceso de consulta externa y organice las actividades de acuerdo con las demandas tácitas y expresadas de la población atendida.

Por tanto, el objetivo de esta propuesta se dirigió a reducir las colas y los tiempos de espera en la consulta externa general, así como mejorar la calidad del servicio.

Al conocer las actividades que se llevan a cabo dentro de esta consulta, se reconoció que, entre los procesos puntuales el Proceso de Poisson es sin duda el más importante por su utilidad como modelo teórico para representar numerosas situaciones reales.

Palabras clave: estadística, proceso de Poisson, salud.

Introducción

En el presente artículo se propone un modelo matemático que describe el proceso de

llegadas de pacientes al Hospital San Juan de Dios de Pamplona -Colombia (HSJD). La llegada de un determinado paciente al hospital es considerada, de modo abstracto, como un evento que ocurre en un determinado instante de tiempo t . De este modo, la sucesiva llegada de pacientes al hospital constituye una sucesión de eventos a lo largo del tiempo. Esta sucesión de eventos se produce sin ningún patrón determinístico prefijado. La herramienta probabilística utilizada para describir este tipo de situaciones son los procesos estocásticos puntuales. A continuación introducimos los Procesos de Poisson y los argumentos que justifican su elección como modelo matemático para representar la llegada de pacientes a consulta externa general de un centro de atención primaria.

Según lo dicho anteriormente, el número de pacientes que llegan al centro de salud un determinado día antes de un tiempo t no es conocido a priori, por lo que se puede representar mediante una variable aleatoria que denotamos $N(t)$. El conjunto de todas las variables aleatorias que se obtienen al considerar todos los posibles valores de tiempo t es lo que constituye el proceso estocástico puntual (o proceso de recuento) $\{N(t), t \geq 0\}$.

El artículo se organiza del siguiente modo: en la primera sección se definen y se estudian las principales propiedades de los Procesos de Poisson. En la sección segunda se propone un método para estimar un proceso no homogéneo para los datos de llegada y se aplica en la estimación de un proceso de llegadas para cada uno de los días laborales de la semana. La sección tercera analiza la influencia de componentes estacionales en los patrones de llegada mediante un estudio de la diferencia en las medias de llegadas de pacientes según el día de la semana y un estudio gráfico de la distribución de esas llegadas a lo largo del tiempo (de 5 a.m. a 9 a.m.).

1. Procesos Poisson

La siguiente definición de Proceso de Poisson es una de las varias posibles alternativas existentes. Ha sido elegida por su fácil interpretación en términos prácticos, esto es, en el caso que nos ocupa del modelado de un proceso de llegadas.

Definición (Wolff, 1988, p.71). Un proceso estocástico de llegadas $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso de Poisson si:

1. Las llegadas se producen de una en una, esto es, $P(N(t+h) - N(t) \geq 2) = o(h)$.
2. El número de llegadas en un intervalo de tiempo $(t, t+s]$, $N(t+s) - N(t)$, es independiente del número de llegadas y de los tiempos de las llegadas hasta el instante de tiempo t . Es decir, es independiente del conjunto de variables $\{N(u), 0 \leq u \leq t\}$.
3. La distribución de $N(t+s) - N(t)$ es independiente de t para todo $t, s \geq 0$.

Las propiedades 1 y 2 de la definición pueden entenderse en este caso como que los pacientes llegan al centro de salud de forma individual, sin poseer ninguna información acerca de los pacientes han llegado previamente (o bien si tienen información, ésta no modifica su decisión de acudir al centro de salud), además de no existir ningún plan que coordine las llegadas.

La condición 3 indica que la afluencia de pacientes se mantiene “constante” en términos estocásticos a lo largo del tiempo (propiedad de proceso estacionario). Esta condición es la que resulta más difícil de asumir para el modelo. Si se elimina esta condición de la definición anterior se obtiene la definición de un Proceso de Poisson no estacionario.

Es conocida la relación que existe entre los procesos de Poisson, la variable aleatoria

Poisson y la variable aleatoria exponencial. Esta relación se muestra en dos teoremas conocidos.

2. Estimación del modelo de llegadas

Como se mencionó anteriormente, las características de nuestro proceso de llegadas nos permiten asumir que cumple con las dos primeras propiedades que definen un proceso de Poisson pero no así con la de independencia de la distribución de llegadas respecto del tiempo. Por ello, tomamos como modelo probabilístico para representar el proceso de llegadas de pacientes un Proceso de Poisson no homogéneo.

2.1 Los datos

La aplicación del modelo y herramientas matemáticas empleados en este estudio, se hizo en el Hospital San Juan de Dios de Pamplona en Colombia. Durante 9 meses, de lunes a viernes, se registró los tiempos entre llegadas de pacientes al centro de salud, medidos en minutos. La toma de tiempos comenzaba a las 5 a. m. de la mañana y se extendía hasta las 9 a. m., hora en que cierran la atención de pacientes en la sección de facturación. Estos registros constituyen la fuente de información sobre la que se apoyará la construcción del modelo estocástico.

2.2 Estimación del Proceso de Poisson no homogéneo para el proceso de llegadas.

Para cada uno de los cinco días laborables de la semana se estimó un proceso de Poisson no homogéneo. El procedimiento para la estimación de la función tasa de llegadas $\lambda(t)$ del proceso a partir de los datos sigue las siguientes etapas:

Paso 1. Construcción de las funciones empíricas tasa acumulada de llegadas $\hat{\Lambda}_i(t)$ para cada día registrado. Utilizando los datos registrados de llegadas de pacientes se define la función $\hat{\Lambda}_i(t)$ que acumula las llegadas en el día i respecto del tiempo.

$$\hat{\Lambda}_i(t) = \sum_{j=1}^{n_i} 1_{\{t_{ij} \leq t\}}$$

donde

t_{ij} es tiempo de llegada del paciente j -ésimo el día i .

n_i es el número de pacientes que acude el día i .

Paso 2. Estimación de una función $\hat{\Lambda}(t)$ para cada día de la semana. Mediante agregación ponderada de las funciones $\hat{\Lambda}_i(t)$ se obtiene una estimación de la función tasa de llegadas acumulada:

$$\hat{\Lambda}(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{\Lambda}_i(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} 1_{\{t_{ij} \leq t\}}$$

En la expresión anterior m es el número de días, correspondientes al mismo día de la semana, cuyas funciones empíricas estimadas se agregan para obtener la función tasa de llegadas acumulada para ese día de la semana.

Paso 3. Suavizado de $\hat{\Lambda}(t)$. Mediante técnicas de regresión se busca una función suave, esto es, continua y con derivada continua, que se ajuste bien a la función empírica de llegadas. Representamos esta nueva curva mediante $\tilde{\Lambda}(t)$.

Consideramos una regresión de tipo polinomial. La estimación de los parámetros y análisis de la bondad de su ajuste se realiza utilizando el programa Matlab 6.5.

Como resultado del análisis de regresión se obtuvo:

$$\text{Para el lunes: } \tilde{\Lambda}(t) = -2.20 \times 10^{-7} t^4 + 7.69 \times 10^{-5} t^3 - 5.87 \times 10^{-3} t^2 + 0.302 t - 2.12$$

$$\text{Para el martes } \tilde{\Lambda}(t) = 1.38 \times 10^{-7} t^4 - 7.99 \times 10^{-5} t^3 + 1.43 \times 10^{-2} t^2 - 0.404 t + 2.64,$$

$$\text{Para el miércoles } \tilde{\Lambda}(t) = -1.73 \times 10^{-7} t^4 + 4.51 \times 10^{-5} t^3 + 8.87 \times 10^{-4} t^2 - 0.106 t - 3.32,$$

$$\text{Para el jueves } \tilde{\Lambda}(t) = -1.33 \times 10^{-7} t^4 + 3.20 \times 10^{-5} t^3 + 9.99 \times 10^{-4} t^2 - 0.104 t + 3.16,$$

$$\text{Para el viernes } \tilde{\Lambda}(t) = -2.07 \times 10^{-7} t^4 + 6.00 \times 10^{-5} t^3 - 1.40 \times 10^{-3} t^2 + 1.72 \times 10^{-2} t + 1.67$$

Paso 4. Estimación de la función tasa de llegadas $\lambda(t)$. Mediante derivación de la función $\tilde{\Lambda}(t)$ obtenemos una estimación de la función tasa de llegadas.

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{d\tilde{\Lambda}(t)}{dt}$$

Por tanto, la estimación de la función tasa de llegadas $\lambda(t)$ para cada uno de los días de la semana, se obtuvo derivando la función $\tilde{\Lambda}(t)$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días lunes

$$\tilde{\lambda}(t) = -8.80 * 10^{-7} t^3 + 2.31 * 10^{-4} t^2 - 1.17 * 10^{-2} t + 0.302$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días martes

$$\tilde{\lambda}(t) = 5.52 * 10^{-7} t^3 - 2.40 * 10^{-4} t^2 + 2.87 * 10^{-2} t - 0.403$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días miércoles

$$\tilde{\lambda}(t) = -6.93 * 10^{-7} t^3 + 1.35 * 10^{-4} t^2 + 1.77 * 10^{-3} t - 0.106$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días jueves

$$\tilde{\lambda}(t) = -5.34 * 10^{-7} t^3 + 9.61 * 10^{-5} t^2 + 2.00 * 10^{-3} t - 0.104$$

Estimación de la tasa de llegadas de pacientes para los días viernes

$$\tilde{\lambda}(t) = -8.27 * 10^{-7} t^3 + 1.80 * 10^{-4} t^2 - 2.80 * 10^{-3} t + 0.107$$

2.3 Estimación de $\lambda(t)$ mediante una función constante a trozos.

Para facilitar la implementación del modelo estocástico en un proceso de llegadas en un software de simulación, aproximamos las funciones tasa de llegadas mediante funciones constantes a trozos.

La idea general del procedimiento es obtener una secuencia de tiempos t_i como antiimágenes de la función tasa de llegadas en valores de ésta que recorren todo su rango de variación de un modo uniforme. Cada segmento constante de la función a trozos se asociará a uno

de estos t_i extendiéndose en un entorno suyo y tomando como valor el valor de $\tilde{\lambda}(t_i)$. El procedimiento expresado en términos matemáticos es el siguiente:

Sea $t_0 = \min\{t \geq 0 / \tilde{\lambda}(t) \geq 0\}$, $t_{\max} = \arg \max\{\tilde{\lambda}(t)\}$ y Δ un valor constante “pequeño”.

Iniciamos el proceso haciendo $i=0$, esto es con t_0 . Mientras se cumpla que $\tilde{\lambda}(t_i) + \Delta < \tilde{\lambda}(t_{\max})$ calculamos el siguiente t_i del siguiente modo: $t_{i+1} = \tilde{\lambda}^{-1}(\tilde{\lambda}(t_i) + \Delta)$.

Sea k el índice correspondiente al último t_i calculado. Hacemos $t_{k+1} = t_{\max}$. Continuamos ahora con la serie de tiempos t_i recorriendo la función $\tilde{\lambda}(t)$ en su tramo decreciente, esto es, hacemos $j=k+1$ y $t_{j+1} = \tilde{\lambda}^{-1}(\tilde{\lambda}(t_j) - \Delta)$ mientras $\tilde{\lambda}(t_j) - \Delta \geq 0$ y $t_{j+1} \leq 240$.

Sea k^* el índice correspondiente al último t_j calculado. A la serie de tiempos se le añade un último término verificando $t_{k^*+1} > t_{k^*}$ y $t_{k^*+1} = \min\{240, \tilde{\lambda}^{-1}(0)\}$ (si no existe la antiimagen de cero para valores de t por encima de t_{k^*} entonces se considera $\tilde{\lambda}^{-1}(0) = \infty$).

A partir de la secuencia de valores de tiempo t_i ; $i = 0, K, k^*+1$ se define la función constante a trozos $\lambda_c(t)$ del siguiente modo:

$$\lambda_c(t) = \begin{cases} 0 & \forall t \in (0, t_0) \\ \tilde{\lambda}(t_0) & \forall t \in \left(t_0, \frac{t_0+t_1}{2}\right) \\ \tilde{\lambda}(t_i) & \forall t \in \left(\frac{t_{i-1}+t_i}{2}, \frac{t_i+t_{i+1}}{2}\right) \quad i = 1, K, k^* \\ \tilde{\lambda}(t_{k^*+1}) & \forall t \in \left(\frac{t_{k^*}+t_{k^*+1}}{2}, t_{k^*+1}\right) \\ 0 & \forall t \geq t_{k^*+1} \end{cases}$$

Las series de tiempos obtenidos para cada uno de los días de la semana las figuras 1 a 5 muestran una representación gráfica de estas series.

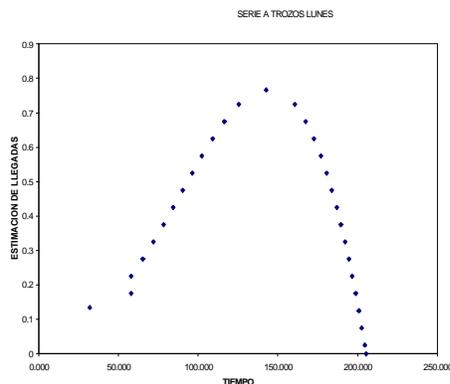


Figura 1. Estimación de la función constante a trozos para el lunes.

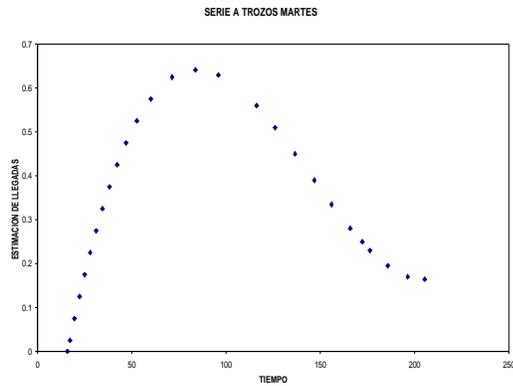


Figura 2. Estimación de la función constante a trozos para el martes.

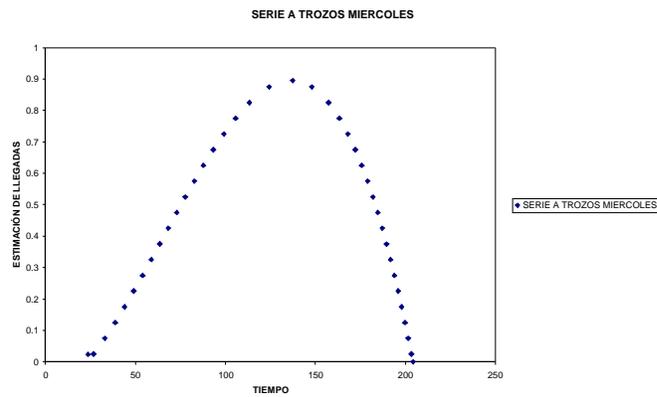


Figura 3. Estimación de la función constante a trozos para el miércoles.

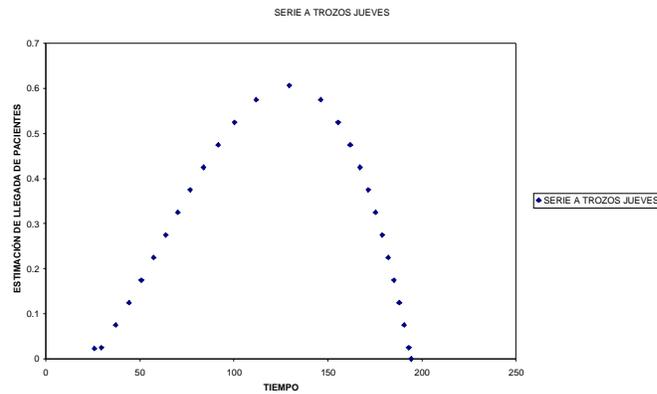


Figura 4. Estimación de la función constante a trozos para el jueves.

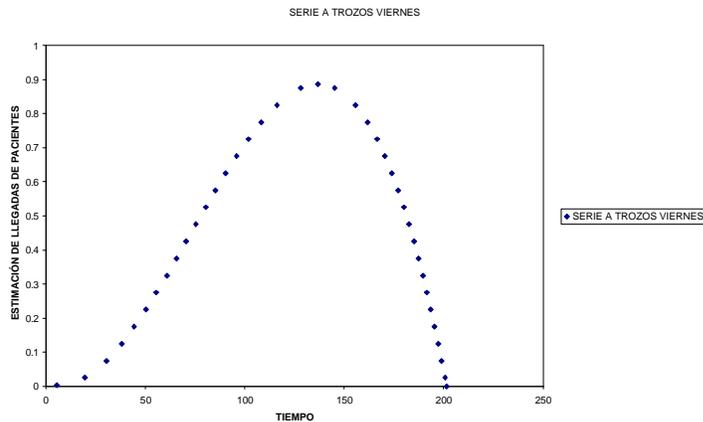


Figura 5. Estimación de la función constante a trozos para el viernes.

3. Influencias estacionales en el proceso de llegadas

En la sección anterior se estimó un modelo de Poisson no homogéneo para cada día de la semana. Esta elección fue motivada por el hecho de que los distintos días de la semana pueden presentar distinto comportamiento debido a factores externos que se repiten con regularidad y están asociados a un día de la semana. Por ejemplo, la presencia de mercado en la ciudad atrae a población rural que aprovecha para realizar consulta al médico (esto ocurre los viernes). En ésta sección contrastamos la igualdad de los distintos patrones de llegadas mediante un contraste de la igualdad de medias, en el apartado 3.1 y 3.2.

Contraste de hipótesis de igualdad de medias.

A continuación nos planteamos si el número medio de pacientes que acude al centro de salud es el mismo en los distintos días de la semana o no. Para dar respuesta a esta cuestión realizamos un Análisis de la Varianza.

Un análisis descriptivo e inferencial univariante previo nos aporta la siguiente información acerca de estas medias.

Tabla 1

Descriptivos tasa de llegadas.

	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite inferior	Límite superior		
1	27	89,00	8,722	1,679	85,55	92,45	73	109
2	34	73,91	4,744	,814	72,26	75,57	66	82
3	31	103,19	7,359	1,322	100,49	105,89	93	122
4	28	69,64	4,138	,782	68,04	71,25	64	80
5	30	100,77	6,791	1,240	98,23	103,30	91	123
T	150	87,25	15,176	1,239	84,80	89,70	64	123

La sola observación de los resultados expuestos en esta tabla nos muestra que debemos rechazar la igualdad de medias. Está claro que los intervalos de confianza establecidos para las medias son disjuntos y se muestran “relativamente alejados” entre sí.

Aún así, realizamos el análisis de varianza para la igualdad de las cinco medias.

Consideremos $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ y μ_5 , las medias para los días lunes, martes, miércoles, jueves y viernes respectivamente.

$$H_o : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

Un análisis previo de los datos muestra que no se rechaza la hipótesis de normalidad para los datos de las cinco muestras. Además, por el modo en que se han tomado los datos las muestras son independientes. El tercer requisito, el de homocedasticidad, para llevar a cabo el análisis de varianza lo comprobamos mediante el test de Levene para la homogeneidad de varianzas.

Tabla 2

Prueba de homogeneidad de varianzas.

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
3,198	4	145	,015

El p-valor obtenido no es concluyente aunque sí que es suficientemente pequeño para preocuparnos por el efecto del no cumplimiento de este requisito en el análisis de la varianza. La influencia de la heterocedasticidad ha sido tratado por numerosos y brillantes estadísticos (Scheffé, Lindquist, Cochran, Box,...).

En nuestro caso los tamaños muestrales, n, son bastante parecidos por lo que podemos esperar efectos “mínimos” y aceptar los resultados proporcionados por el análisis, que por otro lado son claramente concluyentes para rechazar la igualdad de medias (como no podía ser de otro modo).

Tabla 3

Modelo ANOVA.

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	28173,004	4	7043,251	166,186	,000
Intra-grupos	6145,369	145	42,382		
Total	34318,373	149			

Un contraste de igualdad de medias por pares arroja el siguiente resultado. Podemos comprobar como aceptaríamos claramente la igualdad en el número medio de llegadas en los miércoles y viernes y también, aunque con un menor grado de confianza, la igualdad de medias entre martes y jueves.

Luego, se revisó si era posible establecer conjuntos homogéneos de medias. Se hizo mediante una Pruebas post hoc.

Tabla 4

Pruebas post hoc.

Comparaciones múltiples

Variable dependiente: LLEGADA DE PACIENTES A FACTURACION
Scheffé

(I) DÍAS	(J) DÍAS	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
1	2	15,088*	1,678	,000	9,85	20,32
	3	-14,194*	1,714	,000	-19,54	-8,85
	4	19,357*	1,756	,000	13,88	24,84
	5	-11,767*	1,727	,000	-17,16	-6,38
2	1	-15,088*	1,678	,000	-20,32	-9,85
	3	-29,282*	1,617	,000	-34,33	-24,24
	4	4,269	1,661	,165	-,92	9,45
	5	-26,855*	1,631	,000	-31,94	-21,77
3	1	14,194*	1,714	,000	8,85	19,54
	2	29,282*	1,617	,000	24,24	34,33
	4	33,551*	1,697	,000	28,25	38,85
	5	2,427	1,667	,714	-2,78	7,63
4	1	-19,357*	1,756	,000	-24,84	-13,88
	2	-4,269	1,661	,165	-,92	9,45
	3	-33,551*	1,697	,000	-38,85	-28,25
	5	-31,124*	1,711	,000	-36,46	-25,79
5	1	11,767*	1,727	,000	6,38	17,16
	2	26,855*	1,631	,000	21,77	31,94
	3	-2,427	1,667	,714	-7,63	2,78
	4	31,124*	1,711	,000	25,79	36,46

*. La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

La misma agrupación se obtiene al utilizar el método de Scheffé para crear grupos de poblaciones con medias iguales.

Tabla 5

Subconjuntos homogéneos (Scheffé).

DÍAS	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
4	28	69,64		
2	34	73,91		
1	27		89,00	
5	30			100,77
3	31			103,19
Sig.		,177	1,000	,723

Los resultados previos nos condujeron inicialmente a agrupar la afluencia de pacientes en tres tipos: **Tipo 1:** lunes. En estos días la afluencia puede considerarse media, en comparación a los otros días de la semana. **Tipo 2:** martes y jueves. En estos días la afluencia puede considerarse las más bajas de la semana. **Tipo 3:** miércoles y viernes. En estos días la afluencia puede considerarse las más alta de la semana.

3.2 Análisis gráfico de los patrones de llegada

Evidentemente, además del número medio de llegadas debemos analizar la distribución temporal de las llegadas a la hora de establecer la igualdad o no de los patrones de llegadas. En el siguiente gráfico se representan de forma conjunta todas las funciones tasa acumulada de llegadas para todos los días registrados y diferenciadas por su color según el día de la semana a que se

corresponden.

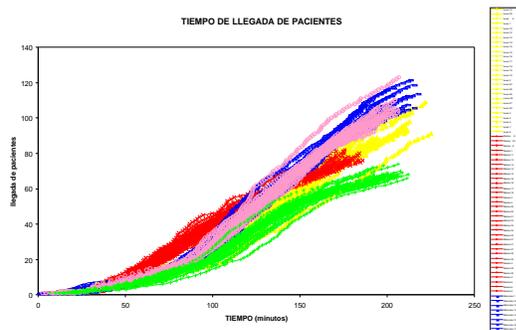


Figura 6. Tasa de llegada de pacientes del año 2004.

Observamos que las trayectorias de los miércoles (azul) y de los viernes (lila) se superponen. Las trayectorias del lunes (amarillo) permanecen diferenciadas en una posición central. Comprobamos como los jueves (verde) y los martes (rojo) tienen similares niveles de finalización (no hemos rechazado su igualdad de medias) pero observamos que sus trayectorias permanecen diferenciadas: los martes la afluencia de pacientes es más intensa que los jueves en el primer tramo horario. Un test de igualdad de los tiempos medianos (el tiempo en el que ha llegado el 50% de los pacientes del día) muestra diferencias en ambos días. Por otro lado los días miércoles y viernes son efectivamente parecidos, como así se percibe más claramente en la figura 7.

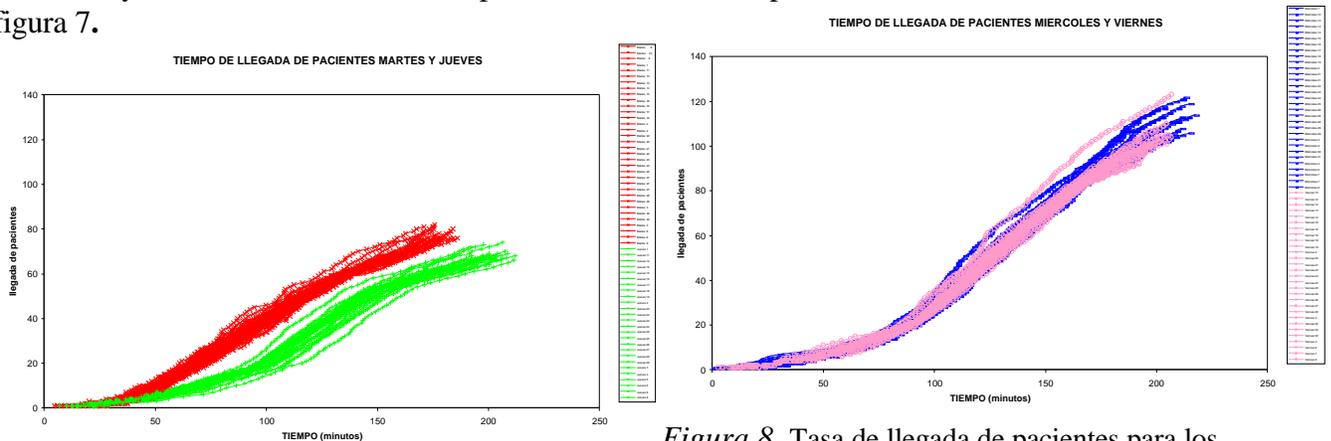


Figura 7. Tasa de llegada de pacientes para los días martes y jueves del año 2004.

Figura 8. Tasa de llegada de pacientes para los días miércoles y viernes del año 2004.

En conclusión, estimamos un único modelo para los miércoles y viernes mientras que mantenemos uno propio para los otros tres días de la semana: lunes, martes y jueves.

Finalmente, las siguientes gráficas muestran el procedimiento de estimación de la tasa de llegadas para los días miércoles y viernes conjuntamente. El paso 1. se describió en el apartado 2.2 de este documento.

paso 2.

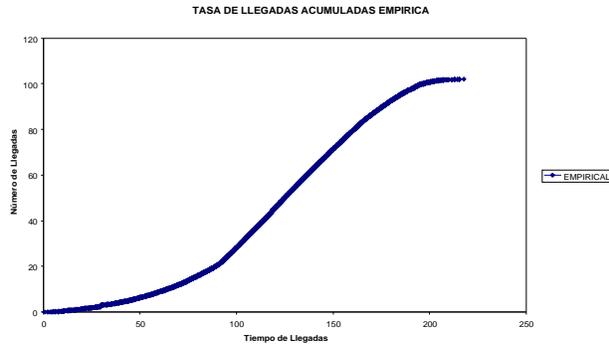


Figura 9. Estimación de llegadas de pacientes para los días miércoles y viernes.

Paso 3. $\tilde{\Lambda}(t) = -1.87 \times 10^{-7} t^4 + 5.13 \times 10^{-5} t^3 - 9.04 \times 10^{-5} t^2 - 5.31t + 2.62$

Paso 4. $\tilde{\lambda}(t) = -7.48 * 10^{-7} t^3 + 1.54 * 10^{-4} t^2 - 1.81 * 10^{-4} t - 0.05$

Función constante a trozos

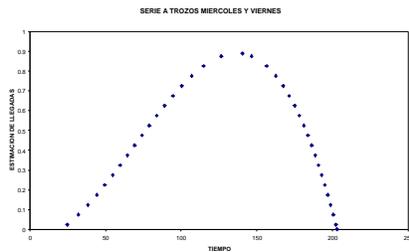


Figura 10. Estimación de la función constante a trozos para los días miércoles y viernes.

Conclusiones

La Estadística y probabilidad proporcionan un conjunto de herramientas útiles para el análisis de problemas de diferentes campos, permitiendo explorar los efectos de distintas políticas y proporcionando medios para la toma de decisiones.

La complejidad de muchos de los problemas actuales en el campo de las Ciencias de la Salud hace necesario que este tipo de estudios tenga un fuerte carácter interdisciplinario, participando activamente en su desarrollo tanto profesionales del mundo sanitario como profesionales de los métodos cuantitativos.

Los investigadores de la estadística pretenden continuar proponiendo y aplicando metodologías y herramientas para participar en la resolución de los nuevos retos a los que se enfrenta la medicina y los servicios sanitarios en el siglo XXI. Por último, podemos señalar que la estadística proporciona un instrumento científico para la toma de decisiones.

Referencias y bibliografía

- Aharonson-D., L., Paul, R., Hedley, A. (1996). Management of queues in out-patient departments: the use of computer simulation. *Journal of Management in Medicine*, 10, 50-58.
- Beaulieu H, Ferland J. A., Gendron B, Michelon P. (2000). A mathematical programming approach for scheduling physicians in the emergency room. *Health Care Management Science*, 3, 193-200.

- Brailsford S., Schmidt B. (2003). Towards incorporating human behaviour in models of health care systems: an approach using discrete event simulation. *European Journal of Operational Research*, 150, 19-31.
- Chu, S., Lin, C.K., Lam, S.S. (2003). Hospital lift system simulator: a performance evaluator-predictor. *European Journal of Operational Research*, 146, 156-180.
- Everett, J.E. (2002). A decision support simulation model for the management of an elective surgery waiting system. *Health Care Management Science*, 5, 89-95.
- Ratcliffe, J., Eldabi, T., Burroughs, A. et al. (2001). A simulation modelling approach to evaluating alternative policies for the management of the waiting list for liver transplantation. *Health Care Management Science*, 4, 117-124.
- Rauner, M.S., Brailsford, S.C., Flessa, S. (2005). Use of discrete-event simulation to evaluate strategies for the prevention of mother-to-child transmission of HIV in developing countries. *Journal of the Operational Research Society*, 5, 222-233.
- Schaefer, S., Bryce, C., Alagoz, O., Kreke, J. et al. (2005). A clinically based discrete-event simulation of end-stage liver disease and the organ allocation process. *Medical Decision Making*, 25, 199-209.
- Swisher, J.R., Jacobson, S.H., Jun, J., Balci, O. (2001). Modelling and analyzing a physician clinic environment using discrete event (visual) simulation. *Computers and Operations Research*, 28, 105-125.
- Vissers, J., Adan I., Dellaert, N. (2006). Developing a platform for comparison of hospital admission systems: an illustration. *European Journal of Operational Research*, (in press, can be read in www.science direct.com).
- Wolff, R.W. (1988). *Stochastic Modeling and the theory of queues*. Prentice – hall international series in industrial and systems engineering. 71.