



## DO JOGO DOS MONTES AO ALGORITMO DA DIVISÃO

Anete Otilia Cardoso de Santana **Cruz**

Secretaria de Educação do Estado da Bahia (SEC – Ba) / Grupo de Estudos em Educação Matemática (EMFoco).

Brasil

[anetecruzssa@gmail.com](mailto:anetecruzssa@gmail.com)

Elda Vieira **Tramm**

Universidade Federal da Bahia (UFBA) / Grupo de Estudos em Educação Matemática (EMFoco).

Brasil

[etramm1@gmail.com](mailto:etramm1@gmail.com)

Gilson Bispo de **Jesus**

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) / Grupo de Estudos em Educação Matemática (EMFoco).

Brasil

[gilbjs@bol.com.br](mailto:gilbjs@bol.com.br)

### Resumo

Este relato é resultado de um trabalho desenvolvido em uma oficina que tinha o objetivo de (re)construir o conceito de divisão e o seu algoritmo com um grupo de professores do Ensino Fundamental I. Partimos das situações vivenciadas pelos professores por meio do conjunto de atividades denominada “Do Jogo dos Montes ao Algoritmo da Divisão” para atingir o nosso objetivo. Destacamos que a Teoria das Situações Didáticas foi usada para conceber e aplicar as atividades da oficina, uma vez que essas atividades tinham como foco a construção do conhecimento pelo sujeito. Pretendíamos, ao longo desta oficina, propiciar um ambiente que favorecesse aos professores vivenciarem as quatro fases do processo de aprendizagem, observadas e decompostas por essa teoria em: ação, formulação, validação e institucionalização. Ao final, observamos que os professores tornaram-se agentes do seu processo de construção do conhecimento acerca da divisão com números naturais, apresentando uma postura mais autônoma, favorecendo, assim, a sua formação matemática.

*Palavras chave:* jogo dos montes, divisão, teoria das situações didáticas, educação matemática, emfoco.

## **Introdução**

Uma das propostas do grupo EMFoco<sup>1</sup>, do qual somos parte integrante, é difundir a Educação Matemática no Estado da Bahia. Assim, sugerimos diversas formas de promover a Educação Matemática por meio das diferentes experiências e vertentes de estudo que cada integrante deste Grupo tem, levando-se em consideração as interações que estabelecemos com outros educadores.

Em 2009, realizamos a II Mostragem Educação Matemática em Foco, para professores da rede pública do município de São Sebastião do Passé, no Estado da Bahia. Dentro deste evento, promovemos a Oficina “Do Jogo dos montes ao algoritmo da divisão”, que envolveu 80 professores do Ensino Fundamental I, com a duração de quatro horas.

Por outro lado, pesquisas na área de Educação Matemática apontam para a divulgação de trabalhos de matemática no Ensino Fundamental I, em geral, fator de dificuldade entre professores e alunos que ensinam e cursam este ciclo. Desta forma, motivados por esse desafio, concebemos a Oficina “Do Jogo dos Montes ao Algoritmo da Divisão” que é um conjunto de atividades que tem como proposta (re)construir o conceito de divisão e seu algoritmo.

Decidimos, também, que estas atividades precisavam ser bem fundamentadas teoricamente, tanto do ponto de vista da Matemática, quanto da Educação Matemática. Nesse sentido, apresentamos um resumo do quadro teórico – Teoria das Situações Didáticas<sup>2</sup> (TSD) de Guy Brousseau (1986) – que serviu de fundamentação para a concepção e aplicação das atividades desenvolvidas. Assim, durante a realização da oficina, aplicamos as atividades elaboradas e nos comportávamos da forma exigida pela TSD.

Destacamos, ainda, que a escolha desta Oficina se deu por vários fatores, dentre os quais, a familiaridade que um de nós já tinha com o conjunto de atividades, inclusive em algumas formações. Pontuamos que o material requerido é de fácil acesso para uso do professor em sua sala de aula e, além disso, as atividades, componentes da Oficina, permitiam um comportamento pelos professores da forma como a teoria exige, ou seja, sem revelar o objeto matemático que seria destacado no final, devolvendo para eles a responsabilidade de construir seus conhecimentos; só ao final, seria revelado o objeto matemático que serviu de referência para as atividades, destacando-o fora do contexto jogo.

## **Fundamentação Teórica**

A TSD coloca o educando em um processo de desequilíbrio para que ele possa reorganizar o seu pensamento na construção do seu conhecimento, ou seja, o conhecimento resulta da adaptação do sujeito, que dá novas respostas a uma situação que anteriormente não dominava; ocorre, pois, a aprendizagem quando se dá essa adaptação.

Tínhamos como objetivo proporcionar que os professores vivenciassem as quatro fases da TSD na medida em que construíam conhecimentos acerca da divisão, mais especificamente que passassem pelas fases adidáticas de ação, formulação e validação e pela fase didática de institucionalização.

Acreditamos que o jogo, dentro da Matemática do Ensino Fundamental I, é uma ferramenta propícia para a realização de atividades de natureza exploratória e investigativa, é justamente este aspecto do processo de aprendizagem que ele pode resgatar, ou seja, é um

---

<sup>1</sup> EMFoco : [www.grupoemfoco.com.br](http://www.grupoemfoco.com.br)

<sup>2</sup> Neste trabalho, usaremos TSD como sigla de Teoria das Situações Didáticas.

ambiente de aprendizagem no qual o conhecimento não é passado para o aluno, mas onde ele, interagindo com os objetos desse ambiente, pode (re)construir conceitos acerca da divisão.

Por termos como hipótese que a TSD fornece um embasamento teórico que deve ser levado em conta ao se preparar e apresentar atividades sobre conteúdos matemáticos, realizando, assim, uma Educação Matemática com mais significado e participação para o professor, inicialmente, propomos que os professores desenvolvessem, as atividades (agindo, formulando conjecturas e colocando-as à prova), e só após realização dessas atividades, destacávamos o objeto matemático que era referência para elas.

Segundo Brousseau (1986), o objetivo da TSD é caracterizar o processo de aprendizagem por uma série de situações reproduzíveis, que conduzem a uma modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Esta modificação é que gera o conhecimento, isto é, uma aprendizagem com significado. Na verdade, o objeto central de estudo dessa teoria não é o sujeito, e sim a situação didática que irá gerar interações na tríade professor-aluno-saber e as modificações descritas anteriormente.

Brousseau (1996a) descreve o trabalho do matemático (cientista), colocando o status da obtenção deste conhecimento no mesmo pelo qual deveria passar o aluno, com um detalhe: no caso do aluno, haveria uma simulação da situação. Destacando também que o ensino axiomático não é verdadeiro em termos de conhecimento, ou seja, sendo o aluno responsável pela construção do seu conhecimento, a sua compreensão deve ser garantida. Freitas (2002, p. 67), retrata este mesmo aspecto:

É evidente que não se trata de simplesmente tentar reproduzir o ambiente científico em que o saber foi originalmente estabelecido e nem tampouco teatralizar uma redução do trabalho do matemático. A idéia pedagógica de trabalhar com as aparentes facilidades de uma redescoberta do conhecimento não é tão fácil de ser colocada em prática e somente faz sentido num quadro muito bem refletido.

E o que é uma situação didática? Brousseau (1986) a define como:

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo “milieu<sup>3</sup>” (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (apud ALMOULOU, 2007, p. 33)

O trabalho pedagógico inicia-se com a escolha das situações-problema (atividades) a serem trabalhadas com os alunos. Esta é uma etapa fundamental e deve ser realizada com bastante cuidado pelo professor, uma vez que ele é quem conhece a realidade da turma e deverá fazer as escolhas das variáveis didáticas<sup>4</sup> adequadas e compatíveis para os alunos.

Para analisar o processo de aprendizagem, a TSD o observa e decompõe em quatro fases diferentes: ação, formulação, validação e institucionalização, sendo as três primeiras que caracterizam a fase adidática, ou seja, situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, porém foi planejada pelo professor para proporcionar condições ao educando de se apropriar do novo saber que o professor deseja ensinar. Essa situação é caracterizada por uma atividade ou conjunto de atividades que faça o aluno agir, falar, refletir,... de forma a adquirir novos conhecimentos por meio dessa situação, isto é, sem apelo

<sup>3</sup> “Milieu” é tudo com o que o sujeito interage para construir o conhecimento.

<sup>4</sup> Variáveis didáticas são escolhas feitas pelo professor que levam a modificações no processo ensino e aprendizagem.

a razões didáticas impostas pelo professor. Vale ressaltar, que a situação adidática é diferente de uma situação não didática, pois na primeira existe uma intenção do professor de ensinar algo novo. Sobre este aspecto, Freitas (2002, p. 70) indica que:

As situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nas mesmas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar um conhecimento. Neste sentido não podem ser confundidas com as situações não didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem.

Vejamos os aspectos fundamentais das quatro fases da TSD.

### **FASES DE AÇÃO**

Segundo Jesus (2008), são fases estruturadas (pelo professor) de forma que o aprendiz tenha condições de agir buscando a solução do problema. Nessa busca, ele realiza ações mais imediatas, que produzem conhecimentos de natureza mais operacional. Nestas situações, há o predomínio do aspecto experimental do conhecimento. O aprendiz vai escolhendo ou desenvolvendo estratégias para solução, sem se preocupar com explicitação de argumentos de natureza teórica que justifiquem a validade de sua resposta. Não é o professor que apresenta a solução, ele pode fazer devolução<sup>5</sup> para os alunos, porém são estes que devem ter a responsabilidade da resolução do problema.

### **FASES DE FORMULAÇÃO**

Nestas fases, o aluno formula a solução encontrada, buscando explicações para as suas ações. Segundo Almouloud (2007), o aluno troca informações com uma ou várias pessoas. Os interlocutores são emissores e receptores, e trocam séries de mensagens escritas ou orais que estão redigidas em linguagem ingênua ou matemática segundo as possibilidades de cada emissor. O objetivo das fases de formulação é a troca de informações.

### **FASES DE VALIDAÇÃO**

As fases de validação são aquelas em que o aluno utiliza alguns mecanismos de prova, já que as situações anteriores (ação e formulação) podem permitir que ele enverede por um raciocínio equivocado. Faz-se necessário, então, outro tipo de situação que venha expor este equívoco e que exija um raciocínio mais voltado para os 'porquês', a certeza e a ausência de contradições. As fases de validação servem tanto para garantir que a solução está correta ou não, isto é, o aluno elabora algum tipo de 'prova' buscando a sua convicção.

Nas três fases descritas até agora, o aluno é o ator principal do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, é ele quem age, formula e valida. É importante salientar que apesar dessas fases proporcionarem momentos de extrema importância na construção do conhecimento pelo aluno, elas podem deixar conhecimentos falsos, validados de forma incorreta, já que o aluno trabalha de forma mais livre e sem a interferência direta do professor. Logo, é necessário outro tipo de fase: a institucionalização.

### **FASES DE INSTITUCIONALIZAÇÃO**

Nas fases de institucionalização, ocorre uma intervenção direta do professor, visando estabelecer o caráter do objeto e a universalidade do conhecimento bem como a correção de possíveis equívocos (definições erradas, demonstrações incorretas, ...) que possam ter

---

<sup>5</sup> O ato de fazer DEVOLUÇÃO (ato pelo qual o professor leva o aluno a aceitar a responsabilidade da situação de aprendizagem) é no qual se fundamenta o processo de ensino-aprendizagem idealizado por Brousseau.

ocorrido nas fases anteriores. Segundo Maioli (2002), essas fases permitem ao aluno criar uma linguagem própria ou um conhecimento mais individualizado. No entanto, este conhecimento precisa ser aceito, tanto pelo meio social, quanto pelo científico, extrapolando o contexto local em que foi gerado. Então, cabe ao professor, selecionar os pontos essenciais que devem passar a constituir um saber formal, oficial, a ser incorporado como patrimônio cultural pronto para ser utilizado em novas ocasiões.

De acordo com Brousseau (1996b), as situações de ensino tradicional são situações de institucionalização, porém, sem que o professor se ocupe da criação de fases adidáticas (ação, formulação e validação). Pontuamos, também, que essas fases estão extremamente interligadas, de forma que não se percebe seus limites, ou seja, onde termina uma e começa a outra.

Com relação ao que era esperado pelos professores, cabia a eles a responsabilidade de administrar sua relação com o conhecimento na fase adidática (ação, formulação, validação), bem como participar das discussões ao final da oficina no momento da institucionalização, e ao formador, a responsabilidade de coordenar as atividades fazendo devoluções na fase adidática e institucionalizando conhecimentos na fase didática.

### **Apresentação e discussão dos resultados**

Apresentaremos as atividades desenvolvidas na Oficina, ou seja, tomando como referência a TSD, destacaremos como conduzimos e como os professores se comportaram nas quatro fases que a compõe.

Para jogar o “Jogo dos Montes” é necessário o seguinte material: 6 copos pequenos de cafézinho; grãos, um dado, um prato descartável (de sobremesa) e a tabela (Anexo 1). Realiza-se o jogo em equipe (3 a 5 pessoas) e procede-se da seguinte forma: um dos jogadores pega um punhado de grãos sem os contar, por estimativa, diz quantos grãos tem na mão e registra na tabela (Anexo 1); outro jogador lança o dado e o número que sair determina quantos copos o primeiro jogador vai usar para distribuir igualmente os seus grãos nos copos. Em seguida, este jogador registra na tabela (Anexo 1) o resultado da jogada ( número de grãos que colocou em cada copo, número de grãos que sobraram, número de copos e o total de grãos). Repete-se este procedimento para cada um dos elementos da equipe até completar três rodadas. É vencedor aquele que fez a estimativa mais perto do número real de grãos e ficou com a maior sobra de grãos (resto). Para melhor compreensão, desenvolveremos nosso relato em etapas.

Na primeira etapa os professores são estimulados a vivenciar a fase da ação da TSD pois o objetivo era a familiarização com o material e as regras do jogo. Alguns professores simplesmente jogam sem a preocupação de desenvolver qualquer tipo de estratégia vencedora. Entretanto, alguns deles começam a elaborar algumas formulações verbalizando algumas idéias acerca do processo de (re)construção do algoritmo da divisão.

Ainda nesta etapa o formador observa se todos os grupos vivenciaram as seguintes situações: o número de copos (divisor) é igual a 1, a sobra (resto) igual zero e/ou diferente de zero e, a quantidade de grãos ( todos - dividendo) é menor do que o número de copos (divisor). A escolha dessas variáveis didáticas é fundamental para que o professor acesse as informações importantes para garantir o aprendizado de fato. Desta forma o formador garante que o professor vivenciou todas as possibilidades desta atividade, colocando-o em um processo de desequilíbrio para que ele possa reorganizar o seu pensamento na construção do seu conhecimento. Sendo necessário, o formador deve estimular jogadas extras, para que eles vivenciem a fase de formulação da TSD.

Na segunda etapa, o formador propõe que os professores guardem o material ficando somente com as folhas de registro (Anexo 1). Cada professor, dentro do grupo, escolhe uma das suas jogadas e faz a respectiva representação, por meio do desenho, na folha de registro. Elege-se, no grupo, um desenho que melhor represente uma jogada. O autor da representação vai colocar para os demais colegas da classe e estes vão ler a jogada sem que o autor precise explicar seu desenho. Esta atividade tem como objetivos: fazer com que o professor passe da fase da representação gráfica (desenho) e oral para a formal (construção da sentença matemática/ algoritmo), relacionar a linguagem comum (materna) com a linguagem matemática e com seus símbolos e comunicar uma idéia matemática e uma informação de forma concisa e precisa. Desta forma, eles vivenciaram a fase de validação. No Anexo 2 podemos ver um exemplo desta etapa.

Na terceira etapa, cada equipe preenche a tabela geral (Anexo 1) com os dados da sua jogada escolhendo 4 jogadas que representem as diferentes situações a saber: a sobra (resto) é igual zero, a sobra (resto) diferente de zero, número de copos (divisor) é igual a 1 e, a quantidade de grãos (Todos - dividendo) é menor do que o n.º de copos (divisor). Nesta fase o formador aproveita a tabela geral para substituir os termos (copos, grãos, sobras e todos) pelos termos oficiais da divisão (divisor, quociente, resto e dividendo), iniciando, assim, a fase de institucionalização.

O formador propõe que os professores analisem a tabela geral, observando os padrões e escrevam as conclusões (as regras e/ou conceitos acerca do algoritmo da divisão). Percebe-se que esta fase foi bastante criticada pelos professores, já que eles não tinham hábito de realizar registros e o conjunto de atividades os levou a agir, dialogar, refletir, ... de forma a adquirir novos conhecimentos por meio da situação vivenciada, isto é, sem apelo a razões didáticas impostas pelo formador. E nesta atividade, observar o que foi feito anteriormente e comparar com as informações e dados obtidos ao longo do processo, garante a compreensão e construção do conhecimento.

Desta forma, este conjunto de atividades, denominadas por nós de “Jogo dos Montes ao Algoritmo da Divisão”, permitiu um comportamento pelos professores da forma como a teoria exige, ou seja, sem revelar o objeto matemático que seria destacado no final, devolvendo para eles a responsabilidade de construir seus conhecimentos. Só no final o objeto matemático foi revelado, o qual serviu de referência para as atividades, destacando-o fora do contexto jogo. Além disso, os professores vivenciaram todas as fases da TSD. Por fim, cada professor, com as referências que possui, resolve uma série de exercícios passando da linguagem oral e gráfica para a linguagem matemática.

### **Considerações Finais**

Como era objetivo desse trabalho, relatamos como as atividades “Do Jogo dos Montes ao Algoritmo da Divisão” elaboradas e aplicadas com referência na TSD puderam contribuir na (re)construção de conceitos acerca da divisão pelo próprio sujeito. Ressaltamos a importância da escolha do jogo e das atividades propostas como um meio que favoreceu aos professores vivenciarem as quatro fases do processo de aprendizagem, observadas e decompostas por essa teoria em: ação, formulação, validação e institucionalização.

Percebemos, no decorrer do processo, que as atividades propostas colocaram os professores em um processo de desequilíbrio. O choque inicial dos professores era esperado, pois toda a responsabilidade pela construção do conhecimento foi colocada em suas mãos, e eles não estavam acostumados a esse tipo de postura. Muitos deles esperavam uma receita do como fazer e as atividades propunham que eles passassem pelas descobertas, isto é, agissem,

formulassem e validassem para uma posterior institucionalização do objeto matemático em questão.

Apesar do choque, notamos que o grau de envolvimento dos professores, no processo de desenvolvimento das atividades, foi bom, pois eles se mostraram interessados em aplicar em suas salas de aula, por se tratar de uma atividade que estimularia seus alunos, podendo, dessa maneira, facilitar a construção, com compreensão dos conteúdos abordados. No Anexo 2 apresentamos uma ficha preenchida por um aluno que foi socializada por um dos professores que participaram da nossa oficina de formação.

Acreditamos, pois, que essa proposta pode contribuir para uma aprendizagem com mais significado, uma vez que coloca o aluno como centro do processo educacional, enfatizando-o como ser ativo no processo de construção do seu conhecimento.

Ressaltamos, ainda, que uma vez que as atividades foram planejadas e aplicadas com base na TSD, a escolha das variáveis didáticas e o papel do formador, fazendo devoluções, foram fundamentais, pois constatamos por meio das situações elaboradas, que os professores tomaram para si a responsabilidade pela construção do seu conhecimento, contribuindo, nesse sentido, com a sua formação matemática. Observamos que os professores tornaram-se agentes do seu processo de construção do conhecimento acerca da divisão com números naturais, apresentando uma postura mais autônoma.

#### **Bibliografia e referências**

- ALMOULOU, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR.
- BROUSSEAU, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 7, n. 2, p. 33-115.
- BROUSSEAU, G. (1996a). *Fundamentos e métodos da didáctica da Matemática*. In: BRUN, J. (Org.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: PIAGET.
- BROUSSEAU, G. (1996b). *Os diferentes papéis do professor*. In: PARRA, C. e SAIZ, I. (Org.). Didáctica da Matemática. Porto Alegre: ARTMED.
- FREITAS, J. L. M. (2002). *Situações didáticas*. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC.
- JESUS, G. B. (2008). *Construções Geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) . Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 226 p.
- MAIOLI, M. (2002). *Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 153 p.

Anexo 1

Folha 1



# Do Jogo dos Montes ao Algoritmo da Divisão

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Material: 1 dado, 6 copos, um prato com grãos, folhas de registro.

1. <sup>a</sup> jogada				
	copos	grãos (por copo)	sobras	todos
Estimativa / Adivinhação				

2. <sup>a</sup> jogada				
	copos	grãos (por copo)	sobras	todos
Estimativa / Adivinhação				

3. <sup>a</sup> jogada				
	copos	grãos (por copo)	sobras	todos
Estimativa / Adivinhação				



Anexo 2

Matemática  
08-07-2009  
Antonia

**Jogo dos Montes** Folha 1

Nome: Antonia Antonia Soares Data: 16-09-2009  
Material: 1 dado, 6 copos, um prato com grãos, folhas de registro.

1.ª jogada			
copos	grãos (por copo)	sobras	todos
4	3	3	15
Estimativa / Adivinhação			14

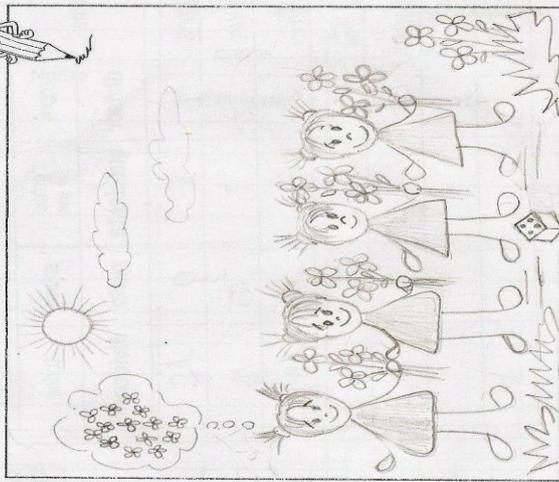
2.ª jogada			
copos	grãos (por copo)	sobras	todos
2	14	0	28
Estimativa / Adivinhação			20

3.ª jogada			
copos	grãos (por copo)	sobras	todos
2	11	1	23
Estimativa / Adivinhação			20

**Jogo dos Montes** Folha 2

- Escolher uma das jogadas e fazer a respectiva representação através de um desenho.



- Justificar a escolha.  
Porque eu escolhi a jogada 2.ª porque eu escolhi a jogada 2.ª

- Vamos testar! Trocar a folha com a do colega de equipa e verificar se ele lê a jogada escolhida. Repetir o mesmo em relação ao colega.

- Eleger o desenho da equipa que melhor representa a actividade.

Proj. Pro. Edu. Teora Tronim  
SBEM-Boleia Brasil APUL Portugal  
Prof. Adjunto da Univ. Federal de Bahia (reformado) Grad. em Matemática Mestre em Ciências da Educação Licenciado em Ed. Matemática  
Multiplicação e Divisão: Conceito e algoritmo  
Elaboração: Eula Veira Tronim em 15/09/95  
Copa-de-estrada@gmail.com (71) 87870171 APAL-211/03/00 Revisão: 08/04/04 Pág. 1