



Ensino-aprendizagem de matemática via exploração de problemas e o uso do laboratório de ensino de matemática

Silvanio de **Andrade**

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba

Brasil

silvanio@usp.br, silvanioandrade@ig.com.br

Resumo

A presente oficina é baseada nas nossas experiências teórico-práticas de sala de aula, estudos e pesquisas nas teorias críticas e pós-críticas de Educação & Educação Matemática, estudos de Resolução de Problemas, na Psicologia Sócio-Histórica de Vygotsky e na Filosofia da Dubitabilidade Matemática de Lakatos. A Resolução de Problemas, além de ser assumida como uma metodologia de ensino, não é olhada apenas no nível de processos e conceitos matemáticos, mas, também, no nível de questões de natureza sócio-político-cultural, da educação em geral e da educação matemática em particular. A sala de aula é observada/olhada em todos os seus múltiplos aspectos, isto é, em toda sua multicontextualidade e o Laboratório de Ensino de Matemática é concebido como um ambiente que, por meio da metodologia exploração de problemas, da mediação do professor num processo de interação professor-aluno e aluno-aluno, propicia aos alunos a possibilidade de construção/aquisição de conceitos científicos matemáticos.

Palavras chave: educação matemática, resolução de problemas, exploração de problemas, formação de conceitos, laboratório de ensino de matemática.

Descrição

A presente oficina é baseada principalmente nas nossas experiências teórico-práticas de sala de aula e de pesquisa (ANDRADE, 2008, 2005, 1998), estudos e pesquisas nas teorias críticas e pós-críticas de educação e currículo (KINCHELOE, 2005; HARGREAVES et al., 2002; SILVA, 2001 entre outros) e Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2004), em estudos da área de Resolução de Problemas (ENGLISH & SRIRAMAN, 2010; BECKER & SHIMADA, 2007; LESH & ZAWOJEWSKI, 2007; PONTE, 2007; SCHOENFELD, 2007; ANDRADE, 1998, 2005, entre outros), na Pedagogia Libertadora de Paulo Freire, na Psicologia Sócio-Histórica de Vygotsky (1993, 1998) e na Filosofia da Dubitabilidade Matemática de

Lakatos (1978). Os autores mencionados ajudam-nos a pensar a Resolução de Problemas numa perspectiva de Educação Progressista, Libertadora, explicitando nisso a metodologia Resolução e Exploração de Problemas (ANDRADE, 1998, 2005 entre outros), o processo de formação de conceitos científicos matemáticos por meio da Resolução e Exploração de Problemas, bem como o uso do Laboratório de Matemática. Assim, Kincheloe (2005), Hargreaves et al. (2002), Freire (1987), Silva (2001), Skovsmose (2004) entre outros ajudam-nos a proporcionar os fundamentos da Resolução de Problemas à luz de uma perspectiva de Educação Crítica, Libertadora (ANDRADE, 1998, 2005). Já, para as questões psicológicas, em especial a formação de conceitos científicos na escola, apoiamo-nos na teoria sócio-cultural/sócio-histórica de Vygotsky. Ressaltamos que, apesar de Paulo Freire e Vygotsky terem vivido em tempos e hemisférios diferentes, ambos perceberam a necessidade de associar a conquista da palavra à conquista da história. E, ainda, por percebermos que, dentro de uma perspectiva de educação crítica, é necessário que se admita a Matemática como um construto social falível, adotamos portanto a visão falibilista de Imre Lakatos (1978). Em tal proposta, a Resolução de Problemas, além de ser assumida como uma metodologia de ensino, não é olhada apenas no nível de processos e conceitos matemáticos, mas também, no nível de questões de natureza sócio-político-cultural, da educação em geral e da educação matemática em particular e a sala de aula é observada/olhada em todos os seus múltiplos aspectos, isto é, em toda sua multicontextualidade. Especificamente, nesse oficina, dar-se-á ao participante a oportunidade de vivenciar e discutir extensivamente o que é uma sala de aula de matemática via Resolução e Exploração de Problemas.

Nessa proposta, conforme Andrade (1998, 2005), **Problema** é entendido como um projeto, uma questão, uma tarefa, uma situação em que: **a) O aluno não tem ou não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução.** O problema deve exigir, da parte do aluno, a realização de um trabalho não-repetitivo, não rotineiro, deve estabelecer conexão entre o que o aluno já sabe e aquilo que ele ainda não sabe, deve ser um nó entre o que o aluno sabe e aquilo que ele não sabe; **b) O aluno deseja resolver, explorar ou realizar algum trabalho efetivo.** Esse projeto, essa questão posta, essa tarefa ou a situação dada deve despertar o interesse do aluno e quando isso não acontece, cabe ao professor iniciar um trabalho de problematização que possa despertar o interesse do aluno pela situação; **c) Se introduz ou se leva o aluno à realização de algum trabalho efetivo.** Nesse ponto, o essencial é que o trabalho seja feito com bastante esforço e dedicação por parte do aluno. Não importa se o aluno tenha conseguido resolver ou não resolver o problema, mas importa o seu trabalho, desde que haja o seu envolvimento efetivo, desde que ele se sinta engajado e o que se espera é que o aluno trabalhe o máximo possível. O que o aluno produziu nesse trabalho deve ser o ponto de partida do caminhar que o professor deve trilhar com ele. Nesse caminhar, não há um ponto fixo de chegada. A missão do professor é levar o aluno e a classe até o ponto em que eles possam ir.

A **exploração** e a **resolução** de um problema são desenvolvidas a partir do movimento da relação **Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese (P-T-RS)**. Inicialmente é dado um problema, os alunos realizaram um trabalho sobre ele e, Juntos, professor e alunos, discutem o trabalho feito num processo de reflexões e síntese. Chegando, assim, possivelmente à solução do problema, a novos conteúdos, a novos problemas, à realização de novos trabalhos, a novas reflexões e novas sínteses. Nesse processo, o trabalho de **exploração de problemas** é inacabado, vai além da busca da solução do problema e refere-se a tudo que se faz nele a partir da relação P-T-RS (Problema – Trabalho – Reflexões e Sínteses). No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada

vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola . . . e por isso pode ir outra vez e mais outra vez . . . É também como disse, no final de um curso, uma aluna: *Aprendi a ir mais fundo nas questões, a fazer de várias “maneiras”*. O trabalho de exploração de problemas é semelhante à seguinte expressão de Fonseca (1991 apud Andrade, 1998) sobre a Liberdade: *“A Liberdade se traduz na inexauribilidade das possibilidades: há sempre mais um passo a dar, pode-se ir cada vez mais longe, pode-se chegar cada vez mais perto, e ninguém nos há de dizer: - ‘Agora acabaram-se as suas chances’.”*

O trabalho com exploração de problemas, na sala de aula de matemática, pode nos possibilitar a vivenciarmos o que Edgar Morin (1996) chama de tragédia da complexidade. Tal tragédia situa-se a dois níveis: o do objeto de conhecimento e o da obra de conhecimento.

Ao nível do objecto, somos constantemente postos diante da alternativa entre, por um lado, a clausura do objecto do conhecimento, que mutila as suas solidariedades com os outros objectos assim como com o seu próprio meio (e que, com isso, exclui os problemas globais e fundamentais), e, por outro lado, a dissolução dos contornos e fronteiras que afoga todo o objecto e nos condena à superficialidade. Ao nível da obra, o pensamento complexo reconhece ao mesmo tempo a impossibilidade e a necessidade de uma totalização, de uma unificação, de uma síntese. Deve, pois, tragicamente visar a totalização, a unificação, à síntese, lutando ao mesmo tempo contra a pretensão a essa totalidade, a essa unificação, a essa síntese, na consciência plena e irremediável do inacabamento de todo o conhecimento, de todo o pensamento e de toda a obra.

Tal tragédia é também essencial para ampliarmos nossos horizontes, no intuito de entender melhor o que chamamos de multicontextualidade da sala de aula de matemática.

A **resolução de problemas**, em particular, envolve a relação: Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Solução. Ela envolve dois aspectos: o processo (**Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Solução**) e o Produto (**Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Solução**), e é também uma parte do processo de Exploração de Problemas.

A uma experiência que compreende a relação **Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Solução** chamamos de uma experiência de Resolução de Problemas.

A uma experiência que caminha a partir da relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese chamamos de uma Experiência de Exploração de Problemas.

A relação Problemas-Trabalho-Reflexões e Síntese baseia-se num processo de Codificação e Descodificação.

Codificar um problema é representá-lo em uma outra forma, outro código, outra linguagem, numa forma mais curta, mais simplificada e mais conveniente. A codificação refere-se também a todo trabalho de síntese que é desenvolvido em torno de um problema. Vale ressaltar que o próprio problema dado já se constitui num código.

Descodificar um problema é procurar o seu significado, é procurar entendê-lo, é decifrar a mensagem que ele expressa e, sobretudo, é também fazer uma análise crítica dessa mensagem.

Neste trabalho, a descodificação refere-se, principalmente, a toda **análise crítica** que se faz sobre um problema, sobre sua resolução ou sobre cada trabalho feito.

Quando o aluno busca compreender o problema que lhe é dado e procura representá-lo em um código possível de operacionalização, está fazendo, quase que simultaneamente, um trabalho de descodificação e de codificação. Este trabalho ajuda o aluno a explorar e a resolver esse problema. A codificação e a descodificação podem considerar vários objetivos. A codificação e a descodificação de problemas são ferramentas utilizadas no processo de Resolução e Exploração de Problemas e devem, sistematicamente, estar presentes em todo o trabalho que se faz em torno dele. A codificação e a descodificação podem ser usadas como ferramentas na compreensão de um dado problema. Em certas ocasiões, o professor pode codificar o problema dado em uma forma que o torne mais compreensivo para os alunos. O professor pode fazer um desenho representativo do problema dado, pode discutir uma determinada parte do problema, etc. As diferentes codificações e descodificações podem ajudar a chegar a uma compreensão mais ampla do problema e podem sugerir diversos caminhos de resolução e indicar novas explorações, sendo que o trabalho feito por um aluno pode ajudar na compreensão do problema por parte de outro aluno e, quando um aluno codifica ou descodifica um problema dado, ele também passa a ter uma melhor compreensão do mesmo.

A codificação e a descodificação que o aluno faz o ajuda na realização de um trabalho sobre o problema dado. Este trabalho é encaminhado por um processo de reflexões e síntese, que também é mediatizado pela codificação e pela descodificação. A codificação e a descodificação devem fazer parte de todo o processo de Resolução e Exploração de Problemas. Elas qualificam e mediatizam esse processo.

Uma experiência de Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas (RECDP) é uma experiência que compreende em sua totalidade uma experiência de Resolução e Exploração de Problemas, tendo como ferramentas de trabalho a codificação e a descodificação.

A codificação e a descodificação não são ferramentas a serem ensinadas explicitamente em sala de aula. Elas são adquiridas no trabalho do movimento da unidade **Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese** e quanto melhor for desenvolvida essa unidade, melhor será o seu trabalho de codificação e descodificação. Dado um problema, não é necessário dizer aos alunos que eles o codifiquem e o descodifiquem para resolvê-lo e explorá-lo. O que se quer é que o aluno, diante do problema, tente realizar algum trabalho sobre ele e que este seja encaminhado num processo de Reflexões e Síntese.

A RECDP como uma metodologia de ensino, na sala de aula, desenvolve-se a partir do movimento da relação: **Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese**. Nela, o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos seria desenvolvido no movimento dinâmico das seguintes relações: **a) Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Conteúdos;**

b) Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese – Solução

c) Problema - Trabalho - Reflexões e Síntese - Problemas.

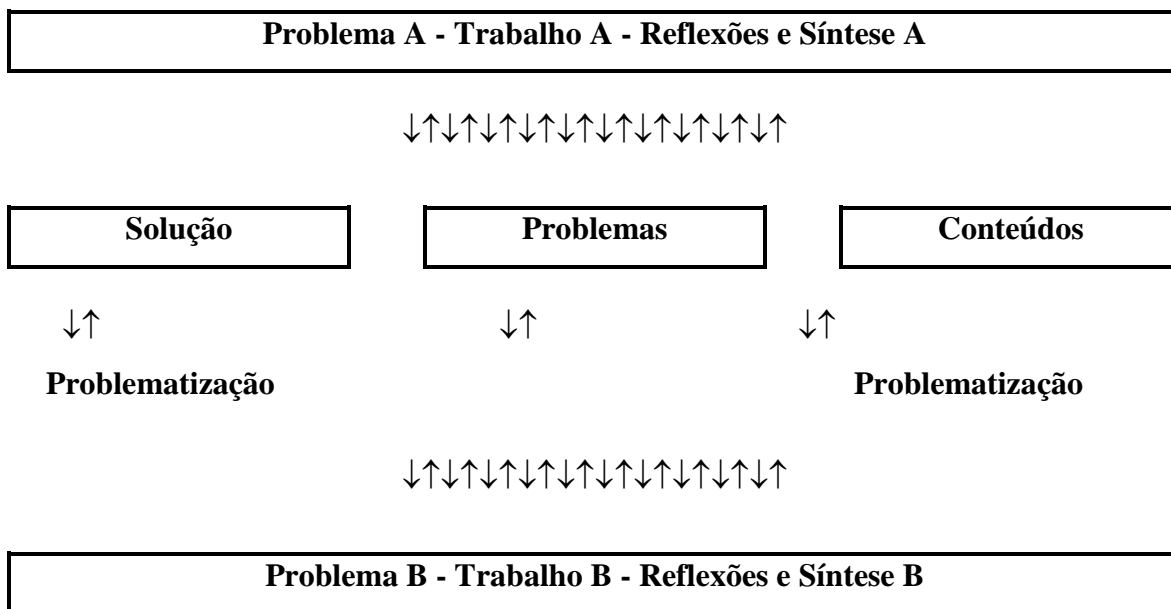
Essas relações não são lineares. Elas representam um mapeamento do caminho que podemos trilhar durante uma experiência de resolução e exploração de problemas. Neste processo, tanto a resolução de problemas como a relação ensino-aprendizagem deixam de ser

uma relação direta, através de um processo simples de estímulo-resposta e passam a ser uma relação mediada, complexa.

Ressaltamos que estamos assumindo o movimento da relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese e suas subrelações como relações também mediadas. São elementos mediadores dessas relações: o professor, os próprios alunos, a calculadora, etc. O próprio processo e todas as suas fases são, também, mediados.

De modo global, em sala de aula, a operacionalização de uma experiência de “Ensino-aprendizagem de Matemática via Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas”, que de modo simplificado chamamos de “Ensino-aprendizagem de Matemática via Exploração de Problemas”, tem acontecido conforme o seguinte:

I)



II) Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultado

III) Problema-Processo-Resultado

No **caso I**, a relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese pode resultar na solução do problema dado, e/ou gerar novos problemas, e/ou novos conteúdos. Esta solução encontrada, e/ou conteúdos gerados, e/ou problemas surgidos podem instigar ou ajudar a desencadear uma nova unidade Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese e assim por diante.

Para que a solução encontrada e o novo conteúdo gerado possam ir avante, desencadeando uma nova experiência P-T-RS, é necessário que eles passem por um processo de problematização. A problematização baseia-se em perguntas geradoras, feitas pelos alunos ou

pelo professor, em processos que levam o aluno a se envolver com novos problemas e, portanto, à realização de novos trabalhos. Em muitos casos, essa problematização é provocada apenas pelo professor, principalmente nos casos em que o processo emperra. A arte do professor consiste em fazer nascer perguntas-problema ou situações-problema. A problematização é o caminho para se chegar ao problema que, se bem formulado, pode desencadear, a partir da relação P-T-RS, a construção de novos conhecimentos matemáticos.

No caso II, o problema dado é encaminhado também a partir da relação *Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese*. Inicialmente, foi dado um problema. Os alunos realizam um trabalho sobre ele e juntos, professor e alunos, discutem o trabalho feito num processo de reflexões e síntese, chegando, assim, a um determinado resultado. Entretanto, ao contrário do caso I, esse resultado nem sempre será a solução do problema dado, e/ou novos problemas, e/ou novos conteúdos. Esse é um resultado aberto.

No caso III, queremos chamar atenção que o encaminhamento feito em torno de um problema nem sempre se dá, exatamente, a partir da relação *Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese* e seu resultado nem sempre é, também, como no caso I, a solução do problema dado, e/ou novos problemas, e/ou novos conteúdos. Esse resultado é também aberto.

A partir de todo trabalho que temos desenvolvido em sala de aula, afirmamos que nem sempre é possível classificar, exatamente, o trabalho desenvolvido em torno de um problema como caso I, II, ou III. Muitas vezes o que acontece é uma composição/conexão desses casos. Tal representação é apenas um mapeamento global do processo. É por isso que essa proposta necessita ser pensada e repensada sempre no âmbito da multicontextualidade da sala de aula.

O trabalho de sala de aula desenvolvido durante o processo da pesquisa tem apontado evidências de que o trabalho de Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas (RCDP) na sala de aula depende de vários fatores, como, o contexto do aluno real que temos e não o aluno sonhado, imaginado; o contexto da matemática; o contexto da escola e da sala de aula que temos como um todo, os contextos de nós professores, dentre outros. O que pontua então que tal proposta, a todo instante, deve ser construída e reconstruída, pensada e repensada no movimento dinâmico desses vários contextos, tendo como foco central de ação a sala de aula de matemática, pensada em toda sua multicontextualidade.

De uma sala de aula para outra há uma variedade enorme de fatores que as distinguem. Muitas vezes, não é fácil trabalhar nessa variedade. Nem sempre temos conseguido dar conta dela e quando achamos que o conseguimos, vemos que houve uma série de fatores que foram esquecidos, vemos também que desafios começam a surgir. Ao mesmo tempo em que planejamos nossa sala de aula pensando nessa variedade, nessa multicontextualidade, somos “atropelados” e “pegos de surpresa” por ela, mas é essa mesma variedade de fatores que deve ser a norteadora de todos os nossos pensamentos e ações. Na verdade, por um lado, não há como delimitar/controlar essa multicontextualidade, mas, por outro, ela passa ser um referencial, um mapa que ajuda a pensarmos e repensarmos cotidianamente o movimento de operacionalização da RCDP na sala de aula.

Nisso tudo, é necessário que o ambiente da sala de aula de matemática seja didaticamente pensado como um ambiente de pesquisa e o professor de matemática, portanto, como um *professor – pesquisador/ intelectual crítico*, capaz de teorizar e de produzir conhecimentos sobre suas práticas, considerando as condições sociais, culturais, históricas e políticas do contexto onde

eles estão inseridos, capazes ainda de lutarem e resistirem a quaisquer tipos de dominação e formas de colonialismo. Nesse contexto, o educador matemático é o principal mediador entre os conhecimentos matemáticos historicamente produzidos e os alunos, e também um dos grandes responsáveis por possíveis transformações tanto na escola, como na sociedade. Esta responsabilidade atribuída, a esse professor, deve estar engajada a uma formação inicial e continua que contemple a perspectiva do desenvolvimento profissional enquanto sujeito que age, reflete e torna a agir, comprometido socialmente e pedagogicamente com seu campo de ação, criativo e produtor de conhecimento.

Nesse contexto da perspectiva de Exploração de Problemas, um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é concebido como um ambiente que, por meio da mediação do professor num processo de interação professor-aluno e aluno-aluno, propicia aos alunos a possibilidade de construção/aquisição de conceitos científicos matemáticos, proporcionando assim, em sala de aula, a vivenciarmos o que Edgar Morin (1996) na questão do conhecimento chama de tragédia da complexidade – situada em dois níveis: o do objeto de conhecimento e o da obra de conhecimento. Nessa perspectiva, o Laboratório de Matemática é, antes de tudo, uma proposta sobre o ensino da matemática que tem como auxílio a realidade sócio-política e cultural de seus alunos, suas experiências e seus interesses. A Resolução de Problemas, a Exploração de Problemas e o LEM passam então ser pensados no nível de teorias e processos, do técnico e do político. Dentro desse cenário, apresentaremos a seguir o público alvo, objetivos, conteúdos a serem trabalhados, metodologia e recursos usados no desenvolvimento do oficina.

Objetivos

Proporcionar, à luz das teorias críticas e pós-críticas de educação, currículo e Educação Matemática, aos participantes reflexões sobre a importância do trabalho de Resolução e Exploração de Problemas como uma metodologia de ensino pensada a partir da multicontextualidade da sala de aula, no trabalho de formação de conceitos matemáticos e como uma ferramenta no uso do Laboratório de Matemática.

Conteúdos a serem trabalhados

1. Teorias críticas e pós-críticas de educação e currículo, Educação Matemática Crítica. 2. A resolução de problemas nas pesquisas e na sala de aula. 3. Resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas. 4. Formação de conceitos. 5. O uso da Resolução e da Exploração de problemas no Laboratório de Matemática. 6. Ensino-aprendizagem de conteúdos Matemáticos do ensino fundamental e médio através da Resolução e Exploração de Problemas.

Metodologia

Exposição dialogada e problematizadora da proposta, com apresentação do conteúdo através de experiências, situações-problema, debates, discussões, narrativas, episódios de sala de aula e atividades simuladas, individuais e em grupos. Será dado aos participantes situações-problema envolvendo conteúdos matemáticos do ensino fundamental e médio. Os participantes trabalham sobre as situações-problema apresentadas, num processo de vivências, reflexões,

problematizações e sínteses. Sendo, nesse processo, trabalhado então os principais conceitos e idéias, principais pressupostos filosóficos-científico, teóricos-prático do tema do oficina.

Recursos

Textos de apoio e folhas de atividades, papel ofício, régua, materiais de sucata, balança e fita métrica, calculadoras.

Bibliografia e referências

- Andrade, S. de. (2008). *A pesquisa em educação matemática, os pesquisadores e a sala de aula: um fenômeno complexo, múltiplos olhares, um tecer de fios*. 2008. Tese de Doutorado, FE-USP, São Paulo.
- Andrade, S. de. (2005). Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas na sala de aula & na formação do professor. In: *Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM). Livro de Actas...* Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2005. 12p. CD-ROOM.
- Andrade, S. de. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula*. Dissertação de Mestrado, IGCE-UNESP, Rio Claro.
- Becker, J. P. & Shimada, S. (2007). *The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics*. 7th printing. Reston: NCTM.
- English, L., & Sriraman, B. (2010). *Problem solving for the 21st century*. In B. Sriraman & L. English. (Eds.), *Theories of Mathematics Education: seeking new frontiers* (pp. 263-290. Berlin/Heidelberg: Springer.
- Freire, P. (1987) *Pedagogia do oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Hargreaves, A. et al. (2002). *Aprendendo a mudar: o ensino par além dos conteúdos e da padronização*. Porto Alegre: Artemed.
- Kincheloe, J. L. (Ed.). (2005). *Classroom teaching: an introduction*. New York: Peter Lang.
- Lakatos, I. (1978). *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. Tradução Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores.
- Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and moeling. In F. K. Lester. (Ed.), *Second handbook of research on Mathematics teaching and learning* (pp. 763-804. Charlotte: Information Age Publishing. 2v.
- Morin, E. (1996). *Método III - o conhecimento do conhecimento (Introdução)*. Lisboa: Publicações Europa – América.
- Ponte, J. P. da (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik (International Journal on Mathematics Education)*, 39(5-6), 419-430.
- Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik (International Journal on Mathematics Education)*, 39(5-6), 537-551.
- Silva, T. T. da. (2001). *Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo*. 2. ed. Belo Horizonte: autêntica.

Skovsmose, O. Foreground dos educandos e a política de obstáculos para aprendizagem. Tradução Regina S. Alaminos e Silvanio de Andrade. In: J. P. Machado Ribeiro, M. do C. S. Domite & R. Ferreira. (Orgs.). *Etnomatemática: papel, valor e significado*. São Paulo: Zouk, 2004a. p. 103-122.

Vygotsky, L. S. *Pensamento e linguagem*. 3a reimp. Tradução Jeferson L. Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

_____. *A formação social da mente*. 3. ed. Tradução José C. Neto, Luis S. M. Barreto e Solange C. Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 1989.