



Visualización del conocimiento en la enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial

M.Sc Jorge **Monge** Fallas

Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica

Costa Rica

jomonge@itcr.ac.cr, enero del 2011

Resumen

La visualización del conocimiento es un nuevo campo de investigación y está jugando un papel importante en la transferencia del conocimiento. Este campo toma como punto de partida la habilidad innata que tiene el ser humano de procesar en forma precisa representaciones visuales, para la transferencia del conocimiento.

Desde el 2008 hemos realizado investigaciones con el objetivo de adecuar y adaptar el marco general de visualización del conocimiento planteado por Burkhar(2002) para apoyar la enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial, enfocado principalmente en el tema de la derivada, algunos de los resultados más importantes los presentamos aquí.

Presentamos como la visualización del conocimiento nos puede ayudar a establecer nuevas estrategias metodológicas y didácticas en la enseñanza de la derivada.

Además se establece como una de las conclusiones más importantes que la visualización del conocimiento no debe verse en forma aislada del enfoque conceptual con el que se abordará una temática particular.

Palabras clave: visualización del conocimiento, visualización de información, tecnologías de información, multimedios en la enseñanza, enseñanza de la derivada.

Introducción

Actualmente en la enseñanza contamos con tecnología para incorporarla dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, sin embargo existe una carencia de estrategias que permitan una incorporación de esta tecnología que impacte en forma positiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje, bajo el contexto de la realidad en el aula.

Por lo que resulta de interés realizar algunas preguntas:

- ¿Cómo adaptar el margo la teoría de visualización del conocimiento para que su efecto en el enseñanza-aprendizaje sea significativo?
- ¿Podrá tomarse el marco de visualización del conocimiento como punto de partida para el diseño de estrategias de enseñanza-aprendizaje que incorporen los recursos multimediales?
- ¿Podrá establecerse un protocolo de enseñanza cuando se utilice Visualización del Conocimiento como estrategia didáctica ?

Planteamiento del problema

El problema que se plantea en función de las preguntas anteriores se puede definir en los siguientes términos:

Que efectos tiene en la enseñanza de la matemática la intervención de la Visualización del Conocimiento como metodología didáctica.

Objetivo General

Analizar la influencia de la intervención de la Visualización del Conocimiento como estrategia metodológica en la enseñanza-aprendizaje del tema de derivada de funciones reales de variable real en un curso de Cálculo Diferencial.

Objetivos Específicos

Los objetivos específicos que se definen para lograr el objetivo general son los siguientes:

- Indagar la influencia de la intervención de la Visualización del Conocimiento en el ambiente de aprendizaje en el aula en un curso de Cálculo Diferencial.
- Investigar la influencia de la intervención de la Visualización del Conocimiento como estrategia metodológica en la comprensión de conceptos del tema de derivadas de funciones reales en variable real.
- Analizar la influencia de la intervención de la Visualización del Conocimiento como estrategia metodológica en el rendimiento académico de los estudiantes en el tema de derivadas de funciones reales en variable real

Antecedentes

La visualización del conocimiento es un nuevo campo de investigación que estudia el potencial innato del ser humano para procesar en forma efectiva representaciones visuales en tareas de intenso conocimiento (Burkhard & Meier, 2005). Al parecer como señala Eppler y Burkhard (2004), el ser humano tiene la habilidad innata para procesar representaciones en formato visual y su cerebro está ampliamente equipado para llevar a cabo esta labor.

Por otro lado Lazotti (1983) indica “... pero nos parece oportuno señalar que el lenguaje verbal no constituye el único canal que permite el desarrollo del pensamiento y de la personalidad entera” (p 18).

Constantemente existe la necesidad de nuevas ideas y orientaciones teóricas que contribuyan a establecer metodologías claras que permitan incorporar el uso de recursos tecnológicos con el objetivo de mejorar la comprensión y el aprendizaje en la enseñanza de la matemática. La aparición de un nuevo campo de investigación que pretende de acuerdo a Burkhard (2005) con perspicacia mejorar la transferencia y creación de conocimiento, además de la transferencia de experiencias, actitudes, valores, expectativa, expectativas y opiniones, es una oportunidad que puede ser aprovechada.

Este nuevo campo de estudio nos ofrece así un marco referencial en el cual podríamos definir estrategias de enseñanza-aprendizaje en la educación en forma sistemática y previo un proceso de reflexión, en particular este podría ser utilizado en la enseñanza de la matemática, un área ociosa de nuevas ideas que propicien un aprendizaje significativo con apoyo de los recursos tecnológicos. Por lo que es útil contar en la enseñanza de la matemática con soportes teóricos que nos permitan establecer nuevas estrategias metodológicas y didácticas para la transferencia del conocimiento utilizando recursos tecnológicos multimediales.

Figueras (2005) señala, por ejemplo, que los factores subyacentes a esta nueva labor docente implican cambios en la forma de estructurar y organizar la enseñanza en el aula, la manera de obtener información, la manera de proponer actividades y tareas, y las habilidades y competencias de los estudiantes.

La visualización del conocimiento alcanza su objetivo de transferir el conocimiento haciendo uso en la mayoría de los casos de tecnologías de información. Por lo que los tipos de visualización que se utilizan, la intensidad con la que deben ser aplicados, la complementariedad que deben tener, la claridad y la estructura con la que se lleve a cabo su ejecución son factores importantes a considerar.

Siguiendo con la importancia de poseer varias representaciones visuales para un mismo concepto, de acuerdo con las consideraciones teóricas de Duval(1999) para la construcción de conceptos matemáticos no basta trabajar actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también la tarea de conversión de una representación a otra. Son estas las que propician la construcción de los conceptos matemáticos.

La estructura que establece Burkhard (2005) debe de considerarse cuando se quiere crear representaciones visuales cuyo objetivo es transferir y crear conocimiento.

Esta estructura está compuesta por cuatro perspectivas, estas perspectivas responden a cada una de las siguientes preguntas:

- ¿Por qué el conocimiento debe ser visualizado?: *define el objetivo*
- ¿Qué tipo de conocimiento necesita ser visualizado?: *define el contenido*
- ¿A quién está siendo dirigido?: *define para quien*
- ¿Cuál es el mejor método para visualizar este conocimiento?: *define el medio*

Estas cuatro perspectivas definen el esqueleto conceptual (tabla 1), el cual permite estructurar el pensamiento según Burkhard (2005).

Tabla 1

Marco general de visualización del conocimiento

Tipo de función	Tipo de conocimiento	Tipo de receptor	Tipo de visualización
Coordinación	Qué saber: Declarativo	Individual	Boceto
Atención	Cómo sabe: Procedimental	Grupal	Diagrama
Recuerdo	Por qué saber: Experimental	Organizacional	Imagen
Motivación	Dónde saber: Orientacional	Red	Mapa
Elaboración	Quién sabe: Individual		Objeto
Nuevas ideas			Visualización interactiva Historia

Fuente: marco general de visualización del conocimiento establecido por Burkhard.

La dificultad en la utilización de este marco general es definir la combinación adecuada, bajo el objetivo planteado cuál debe ser la representación visual que permite alcanzarlo. El reporte de investigación presentado por Presmeg(2005) el cual llevaba por nombre “Classroom aspects which influence use of visual imaginery in high school mathematics”. Este estudio se llevó a cabo durante tres años y su objetivo principal era entender mas acerca de las circunstancias que afectan la forma en que opera la visual de los alumnos y como los profesores facilitan o por el contrario obstruyen su desarrollo.

Para contextualizar mejor el uso de la visualización del conocimiento se decidió definir previamente el enfoque de la temática a utilizar.

Consideraciones sobre el enfoque teórico

El tema de derivadas que se aborda en la intervención, es un tema que tiene múltiples enfoques a lo largo de la historia. Algunos de estos enfoques responden al formalismo de la matemática moderna, a la evolución histórica del concepto de deriva y otros orientados más al aprendizaje de los estudiantes. Para darle mayor riqueza a la utilización de la visualización del conocimiento se realizó una consulta puntual a varios expertos tanto nacionales como internacionales sobre:

- ¿Qué aspectos deben de considerarse en términos de las actividades de enseñanza que se deben realizar en el aula para lograr que el estudiante adquiera el concepto en una forma integral?
- ¿Cómo plantearía la evaluación de tal forma que le permita verificar si el concepto fue realmente adquirido?

En este caso ambas preguntas estaban dirigidas a dos conceptos fundamentales, el concepto de derivada y el concepto de diferencial. Aunque algunos proponen el enfoque clásico en el cual se introduce el tema de derivada a partir de la recta tangente, la mayoría propone un enfoque basado en la solución de problemas. Este enfoque propone construir el concepto de derivada a partir del concepto de razón de cambio, siguiendo su desarrollo histórico y que en principio representa una

evolución natural para el aprendizaje de los estudiantes.

Al final el enfoque se caracteriza por el desarrollo conceptual (la razón de cambio) más que algorítmico, se tratan problemas con razones de cambio promedio constante en contextos distintos, problemas con razones de cambio variable, se analiza tanto el crecimiento acelerado, como desacelerado, y el decrecimiento acelerado y desacelerado de distintas magnitudes. El análisis se continúa con problemas que involucran razones de cambio puntal. Todo este enfoque se plasmó en un material teórico práctico que fue adaptado y modificado de un documento base¹.

Metodología

Haciendo una revisión de los cursos de matemática que imparte en Instituto Tecnológico de Costa Rica se decidió realizar la intervención en el curso: Cálculo Diferencial e Integral, este es un curso típico de cálculo en una variable, se imparten cinco lecciones por semana durante 16 semanas. Dentro de la temática que se desarrolla en el curso se decidió elegir el tema de derivada. Más explícitamente la definición de derivada, reglas de derivación, derivación implícita y la parte de aplicaciones de la derivada.

La elección de esta temática se basa en la riqueza que esta presenta para usar representaciones visuales, por el uso frecuente de gráficas y por la gran cantidad de aplicaciones que se pueden considerar. El desarrollo de este tema se prolonga por cuatro semanas, lo que significa que la intervención tendrá precisamente esta duración.

Sujetos

Con el objetivo de analizar la influencia de la visualización del conocimiento se decidió para la intervención utilizar un grupo control y otro experimental. Además para darle mayor robustez se coordinó con dos profesores para que llevaran a cabo la intervención, es decir, cada uno impartiría dos cursos de cálculo, uno experimental y otro grupo control. Ambos profesores llevarán a cabo la intervención durante tres semestres consecutivos; I semestre del 2010, II semestre del 2010 y I semestre del 2011 por un periodo de cuatro semanas. En el grupo control se trabaja normalmente mientras que en el grupo experimental se incorpora la variable visualización del conocimiento.

Los actores principales en la intervención podríamos decir que son claramente tres; el profesor, los estudiantes y el contenido a enseñar o desarrollar. En el caso de los profesores, el proyecto es ejecutado por dos profesores que participan en cada una de las etapas que conforman la intervención.

Los estudiantes, que en este caso son estudiantes del Instituto Tecnológico de Costa Rica que llevan el curso Cálculo Diferencial e Integral. Este curso está en el programa de la mayoría de las ingenierías que imparte el instituto.

Por último el contenido a desarrollar, en este caso es el tema de derivada y de acuerdo con el programa del curso se desarrolla durante cuatro semanas, para un total de 20 lecciones de 50 min cada una. Este contenido es plasmado en un material de apoyo, desarrollado con un enfoque previamente definido desde la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial y

¹ Salinas, P., Alanís, J., Pulido, R., Santos, F., Escobedo, J., & Garza, L. (2001) Elementos de Cálculo: Reconstrucción para el aprendizaje y su enseñanza. Grupo Editorial Iberoamericana

basado en los principios fundamentales de los campos de la visualización de la información y la visualización del conocimiento.

Materiales y métodos

Para llevar a cabo esta intervención se requieren disponer de los siguientes componentes:

Material de apoyo. En cuanto al material de apoyo nos referimos principalmente a la teoría relacionada al tema de derivadas y los trabajos tanto intra-clase como extra-clase que sirven de apoyo a las actividades de clase. Este material fue cuidadosamente elaborado, siguiendo las características más importantes en la visualización de la información, con el objetivo de eliminar la carga cognitiva al estudiante, es decir, el material debe ser preparado para el “consumo humano”. Se busca claridad en el material, manteniendo la jerarquía en la información, gráficos precisos y bajo los mismo estándares de tal forma que haya visión global y detalle a la vez. Al final pretendemos que cada elemento en el material permita comunicar la información adecuada en forma precisa.

Elementos de la visualización del conocimiento. Los elementos utilizados fueron previamente definidos en el marco general de visualización y cuidadosamente desarrollados. El producto final fueron imágenes, animaciones, simulaciones y presentaciones animadas.

Las imágenes se desarrollaron por medio “banners” con el objetivo de reforzar aspectos claves en el desarrollo del tema de derivadas, además en una de ella se utilizó metáfora visual.

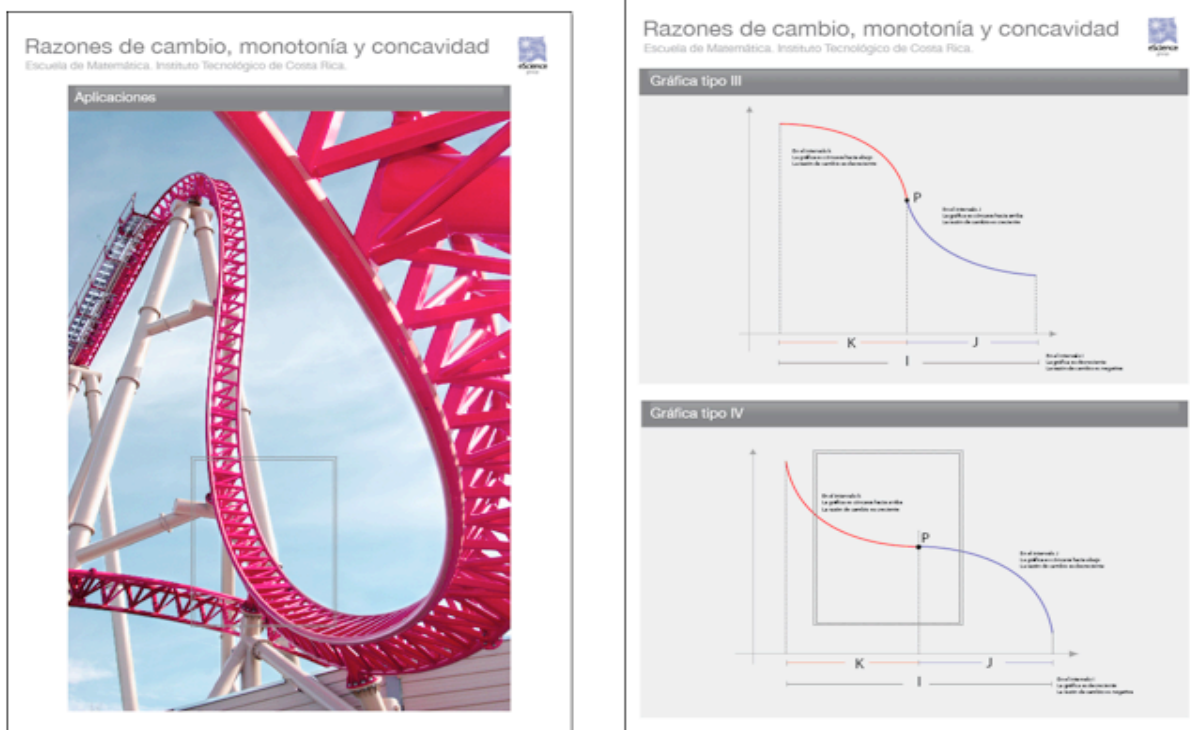


Figura 1. Uso de imágenes como metáfora visual y como resumen de resultados.

Cada uno de los recursos utilizados extiende su funcionalidad para explotar avances recientes en las tecnologías de multimedia, permiten el uso de unidades de interacción con posibilidades para rotar, acercar y manipular gráficos tanto bidimensionales como

tridimensionales de alta calidad y dar retroalimentación sonora y gráfica en forma inmediata en la medida de lo posible.

Una característica muy importante de estas representaciones visuales utilizadas, en particular, es que son una excelente alternativa, para representar, al mismo tiempo, información detallada y contextual, lo cual permite que el acceso al conocimiento y su comprensión se de en un contexto de descubrimiento, no solo del detalle sino de las múltiples relaciones entre las partes, fundamental en la búsqueda de un aprendizaje significativo. Esta visualización del todo y las partes al mismo tiempo, y su potencial educativo, representa una gran oportunidad para incorporar la visualización del conocimiento en la enseñanza de la matemática.

Tabla 2

Marco de Visualización del conocimiento: Razón de cambio promedio constante

Perspectiva	Funcional	Conocimiento	Audiencia	Visualización
Recurso_1	Coordinación	Declarativo	Grupal	Animación
	Atención			
	Motivación			
Recurso_2	Coordinación	Declarativo	Grupal	Animación
	Atención			
	Motivación			
Recurso_3	Atención	Declarativo	Grupal	Presentación animada
	Recuerdo	Procedimental		
Recurso_4	Coordinación	Procedimental	Grupal	Animación
	Atención			
	Motivación			
Recurso_5	Atención	Declarativo	Grupal	Presentación animada
	Recuerdo	Experimental		
	Motivación			
	Nuevas ideas			

Fuente: proyecto de visualización del conocimiento.

Esta pequeña tabla muestra parcialmente el marco de visualización del conocimiento que apoya el desarrollo del tema razón de cambio promedio constante. En ella se muestran cinco recursos utilizados, en cada uno se caracteriza el objetivo que se persigue, el tipo de conocimiento que se quiere transferir, la audiencia y lo más delicado, el tipo de visualización que se utiliza.

En el diseño y desarrollo de cada uno de los elementos presentes en la animación por ejemplo, se busca que cada uno de estos elementos comuniquen información de una forma ágil y cómoda con el fin de alcanzar los objetivos propuesto.

Cada una de las animaciones apunta a mejorar en alguna medida la intuición, la comprensibilidad y aprendibilidad por parte del estudiante en función de la situación planteada. La idea fundamental es sacar provecho de esta capacidad innata de procesar representaciones visuales y trasladar buena parte de la carga cognitiva necesaria para entender una situación problemática planteada a la parte intuitiva de la percepción mejorando así la intuición en la modelación.

Recordemos que la generación, administración y visualización del conocimiento por parte de educadores y estudiantes conforman la columna vertebral de los procesos de aprendizaje

colaborativo. Las siguientes imágenes muestran algunos de los recursos usados que sugiere la tabla 2:

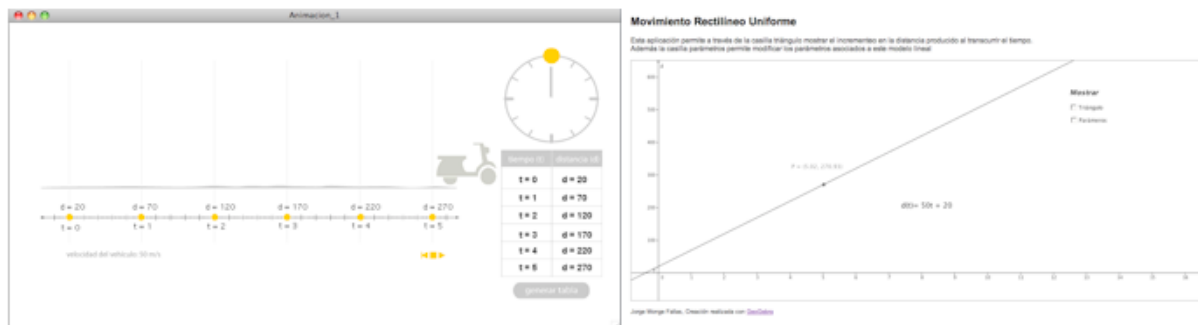


Figura 2. Animación y simulación que apoyan el tema de razón de cambio promedio

Protocolo de clase. El protocolo de clase es la guía que orienta el desarrollo de la clase en función de la visualización del conocimiento. Esta guía sistematiza en la medida de lo posible el desarrollo teórico en cada una de las clases, integrando en los momentos adecuados los elementos de la visualización del conocimiento.

Además de programar cronológicamente cada una de las actividades, se le brinda una guía sobre cada uno de los elementos de visualización utilizados con el fin de potenciar su uso y transferir el conocimiento deseado.

Instrumentos de evaluación. Se utilizaron dos instrumentos de evaluación, un instrumento general de evaluación y un diferencial semántico. Además cada una de las actividades intra-clase y extra clase tenían una pequeña valoración por parte de los estudiantes.

El instrumento de evaluación general pretende evaluar los objetivos propuesto en el programa, dicho instrumento fue validado por expertos y se enfoca principalmente a la parte conceptual mas que algorítmica.

Para este instrumento se consideraron algunos aspectos importantes que se han considerado en la comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática, específicamente en el trabajo realizado por Gloria Sánchez Matamoros, Mercedes García y Salvador Linares publicado en la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa(RELIME) en el 2008.

Una de la primeras cosas que mencionan es que el estudiantes por lo general no tiene problema en la aplicación de las reglas de derivación, pero si lo tienen cuando al resolver un problema requieren manejar el concepto de derivada.

En las investigaciones desarrolladas por Orton(1983) se resalta la importancia de tener clara la relación entre la razón de cambio y el cociente incremental entendida como una cuantificación del cambio, para la construcción del significado adecuado del concepto de derivada.

Otro de los aspectos importantes para lograr la comprensión del concepto de derivada es el uso de diversas representaciones, por ejemplo (Zandieth, 2000) considera las representaciones; gráfica, verbal, física y simbólica. En estas investigaciones no solo se resalta la relación entre la razón de cambio y el cociente incremental sino el uso de distintos contextos y diversas

representaciones para la construcción de significados. En estos caso las distintas representaciones son consideradas como instrumentos conceptuales.

Por último el diferencial semántico permite evaluar la percepción que tiene los estudiantes sobre cada una de las actividades desarrolladas durante la intervención.

Procedimiento

Aunque la intervención se desarrolló en tres fases o etapas, hasta ahora se han ejecutado dos únicamente, cada etapa previa sirve como retroalimentación para la siguiente, esto con el objetivo que en la última etapa de la intervención sea lo mas depurado posible. En estas etapas se analizan cada uno de los componentes que forman parte de la intervención como: el material de apoyo, los componentes de la visualización del conocimiento utilizados, el protocolo de clase y los instrumentos de evaluación. Nos referimos principalmente a la segunda fase de la intervención.

Es importante aclarar que en esta segunda fase se decidió usar el enfoque previamente definido en todos los grupos con el fin de verificar si los elementos visuales hacen por si solo la diferencia en la comprensión del concepto de deriva, en el rendimiento y en la percepción de las actividades realizadas en la clase.

A los profesores involucrados antes de iniciar el tema de derivadas, se le da un varias carpetas que contiene que contienen; la teoría a desarrollar bajo el enfoque establecido, los ejercicios de apoyo, los trabajos tanto intra-clase como extra-clase, el protocolo de la clase. Todo esto separado por semana de ejecución. Además se les da material digital asociado a las representaciones visuales que utilizarán en la clase y los “banner” de imágenes que estarán en forma permanente en la clase durante el periodo que dura la intervención.

Todo lo que el profesor debe hacer en esas cuatro semanas está establecido en el protocolo de clase. Al finalizar las cuatro semanas se le aplica a los cuatro grupos los dos instrumentos de evaluación.

Análisis de datos

Para el análisis de datos se utilizó el software estadístico SPSS.

A ambos instrumentos de evaluación se les aplicó la prueba W de Kendall, con el objetivo de tener un validez de la concordancia de la opinión de los jueces. Además se aplicó una prueba de confiabilidad utilizando el Alfa de Cronbach, obteniendo resultados favorables (valores superiores a 0.8) en ambos casos.

Para el análisis primero se hizo a nivel de grupos del mismo profesor y luego se realizó la comparación entre grupos de distintos profesores. Siempre con el objetivo de comprar grupo control versus grupo experimental. Para esta comparación se utilizó un contraste de medias de la variables involucradas.

Respecto al Diferencial Semántico los resultados ofrecen visualmente una leve percepción positiva de las actividades que se desarrollan en clase en los grupos donde se realizó la intervención.

En la tabla 3 se muestran las medidas aritméticas para cada una de las parejas de adjetivos bipolares, calculadas para dos de los grupos participantes, que muestran levemente una mejor actitud en el grupo experimental en cuanto a las actividades desarrolladas en el aula.

Tabla 3

Resultado de las medias de dos grupos participantes

Adjetivos bipolares	Media Grupo Control	Media Grupo Experimental
Desalentadoras-alentadoras	4.49	5.04
Difíciles-fáciles	3.77	4.46
Aburridas-divertidas	3.63	4.46
Confusas-claras	4.34	5.00
Frustrantes-motivadoras	4.09	4.77
Estresantes-relajantes	3.83	4.35
Complicadas-sencillas	4.03	4.46
Irreflexivas-reflexivas	4.94	4.31
Desagradables-gradables	4.49	5.00
Pasivas-activas	4.49	5.19
No formativas-formativas	5.31	5.35
Tradicional-es innovadoras	4.77	5.65
Desordenadas-ordenadas	5.31	5.04

Fuente: resultados obtenidos del diferencial semántico.

Para determinar si la utilización de componentes de la visualización del conocimiento mejoró la comprensión del concepto de derivada realizó un contraste para cada una de las variables definidas entre el grupo experimental y el grupo control. El contraste que se realizó fue un contraste de pruebas para dos muestras independientes y para cada una de ellas se utilizó un nivel de significancia del 5% .

El primer requisito para aplicar este procedimiento es el análisis de normalidad de las variables implicadas.

Se aplicaron pruebas de normalidad de Kolmorov-Smirnov para cada una de las variables en cada uno de los grupos obteniendo resultado favorables en todos los casos. Las variables que se definieron fueron las siguientes:

Variable dependiente

Aprendizaje del concepto de derivada (ACDF)

Sub-variables

Aprendizaje del concepto de razón de cambio(ACRC)
 Reconocimiento de la relación entre la razón de cambio promedio y la razón de cambio puntual (RR-RCP-RCP)
 Manejo de la perspectiva gráfica de la derivada(MPGD)
 Manejo de la perspectiva analítica de la derivada(MPAD)
 Manejo de la perspectiva analítica de la diferencial(MPADI)

Antes de realizar el contraste las variables se verificó el supuesto de homogeneidad de las varianzas, este se cumplió y en esos mismos casos la prueba t arrojó valores superiores al 5%, por lo que al parecer no hay suficiente evidencia estadística para creer que exista diferencias significativas en la comprensión del concepto de derivada por parte de los estudiantes en ambos grupos.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones importantes:

- No hay evidencia estadística para creer que exista diferencias significativas entre los grupos en cuanto a la comprensión de la derivada.
- La percepción de las actividades realizadas en clase son percibidas levemente positivas en el grupo en el que se realiza la intervención.
- No hay evidencia estadística para creer que exista diferencias significativas entre los grupos en cuanto a al rendimiento académico en el tema de derivada.
- El docente debe tener un dominio de los tipos de visualización y lo más importante estar convencido sobre el aporte que las representaciones visuales pueden ofrecer como apoyo a la enseñanza de la matemática.
- La visualización del conocimiento no debe de considerarse aislada del enfoque teórico que se utilice para abordar un a temática específica.
- El enfoque teórico que se utilice en el desarrollo del tema de derivada puede significar un punto de partida positivo en la búsqueda de alcanzar un aprendizaje significativo por parte de los y las estudiantes.

Recomendaciones:

- Para la fase tercera establecer como grupo control un grupo con el esquema tradicional y el enfoque habitual para el tratamiento de la derivada.
- Establecer condiciones más adecuadas para el trabajo con el grupo experimental en cuanto al manejo de equipo tecnológico y el uso de las imágenes.
- Establecer algunas actividades que sean desarrolladas por los estudiantes en un laboratorio.

Limitaciones:

- Aunque hay un protocolo de clase que le indica al profesor el uso de las representaciones visuales, el desconocimiento de su potencial va en detrimento de su aprovechamiento.
- Las condiciones de un espacio físico adecuado para el manejo de equipo y uso eficiente de las imágenes.
- La dificultad para definir instrumentos de evaluación que permitan verificar si un estudiante comprendió y aprehendió un concepto matemático particular.

Referencias

- Burkhard, R. (2002). Learning from Architects Difference between Knowledge Visualization and Information Visualization . Proceeding of the Eighth Conference on Information Visualisation: IEEE, pp. 519-524. Obtenido el 7 de septiembre del 2007 de la base de datos IEEE Xplorer.
- Burkhard, R. (2005). Knowledge Visualization. A dissertation submitted to the Swiss Federal Institute of Technology Zurich for the degree of Doctor of Sciences. Obtenido el 7 de Septiembre del 2007, de http://www.ia.arch.ethz.ch/files/publications/remo_burkhard/2005_burkhard_knowledge_visualization_dissertation_remo_burkhard.pdf
- Burkhard, R & Meier, M. (2005). Tube Map Visualization: Evaluation of a Novel Knowledge Visualization Application for the Transfer of Knowledge in Long-Term Projects. Journal of Universal Computer Science , vol. 11, no 4. Obtenido el 7 de septiembre del 2007 de, <http://www.knowledgemia.org/modules/pub/download.php?id=knowledgemia-66>
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. Proceeding of the Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Obtenido el 7 de octubre del 2007, de <http://pat-thompson.net/PDFversions/1999Duval.pdf>
- Eppler, M & Burkhard, R. (2004). Knowledge Visualization: Towards a New Discipline and its Fields of Application. Obtenido el 11 de abril del 2008, de <http://www.bul.unisi.ch/cerca/bul/publicazioni/com/pdf/wpca0402.pdf>
- Figueras, O. (2005). Atrapados en la explosión del uso de tecnologías de la información y la comunicación. Departamento de Matemática Educativa, México. Nuevo Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM. Obtenido el 6 de Junio del 2007, de <http://www.ugr.es/local/seiem>
- Lazotti, L.(1982). Comunicación Visual y Escuela. Editorial Gustavo Gill.: México. Version castellano.
- Orton, A.(1993). Student's understanding of differentiation. Educational Studies in Mathematics 14(3), 235-250.
- Presmeg, N. (2005). Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. Emergence from psychology. Obtenido el 10 de abril del 2008, de <http://merg.umassd.edu/projects/symcog/bibliography/pmeVisualizationFinalAPA.pdf>
- Salinas, P., Alanís, J., Pulido, R., Santos, F., Escobedo, J., & Garza, L.(2001). Elementos de Cálculo: Reconstrucción para el aprendizaje y su enseñanza. grupo Editorial Iberoamericana.
- Zandienth, M.(2000). A Theoretical Framework for analyzing student understanding of the concept of derivate. In E Dubisnky, A Shoenfeld & J Kaput(Eds.), Research in Collegiate Mathematic Education. IV CBMS Issues in Mathematics Education(volume 8, pp 103-127). Providence, USA: American Mathematical Society.