Aprendizaje matemático básico a nivel pre-universitario usando herramientas TICC

José Alfonso Loyola y Blanco
Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional Autónoma de México
México
joseloyola@computer.org

Resumen

Dado un porcentaje alto de reprobación en matemáticas a nivel pre-universitario, el objetivo de esta investigación es resolver este problema con un aprendizaje basado en modelos de psicología. El problema es la falta de aprendizaje con contenidos figurados previos al procesamiento con símbolos. Se selecciona el modelo de estructura del intelecto (SOI), que jerarquiza el tipo de contenidos en el aprendizaje en: figurados, simbólicos y semánticos. Basándonos en la psicología genética de Piaget se eligen como contenidos a procesar tres estructuras: topológicas, lógicas y numéricas. Se integra el uso de TICC[1], como herramientas para la construcción cognitiva, con el enfoque en el aprendizaje hacia el estudio de las formas. Se usan Visio y Excel. Se utilizan las habilidades del modelo SOI como objetivos de aprendizaje, y el modelo constructivista que se adopta evalúa la construcción de productos de conocimientos del mismo modelo. El éxito obtenido es estadísticamente significativo.

Palabras clave: SOI, Piaget, formas, constructivismo, conocimiento, TICC.

Contenido

Con el advenimiento del uso de las TIC en la educación, algunos profesores han pensado que al introducir esta forma innovadora en su práctica docente se podrá resolver el problema de aprendizaje matemático. No obstante, se puede considerar que hay grados o niveles de interacción con las herramientas tecnológicas (programas SW) y que no necesariamente es fácil encontrar un alto grado de interactividad que se traduzca en aprendizaje. En esta investigación se ha diseñado y desarrollado una práctica docente con el nivel de interacción que habilita el logro del aprendizaje esperado.

Planteamiento del problema

Tradicionalmente se ha considerado "normal" que a un estudiante se le dificulte su aprendizaje matemático y en esa *normalidad* pre-universitaria se continúa enseñando de la misma forma y las mismas materias, obteniendo los mismos índices de reprobación de alrededor del 60%. Si a un estudiante se le "facilita" su estudio, prácticamente no importa si su profesor de matemáticas es o no buen profesor. Sin embargo, en esta situación nunca se propone otra forma

[1] Tecnologías de la Información, la Comunicación y el Conocimiento

de enseñarlas, no se considera que el problema resida principalmente en la enseñanza (Diaz Barriga, 2010) y no en el aprendizaje.

¿Por qué el aprendizaje matemático *tradicional* no se logra en todos los estudiantes?

La *hipótesis* que aquí manejamos es que la enseñanza matemática tradicional comienza con contenidos simbólicos (Piaget, La formación del símbolo en el niño, 1973), sin haber procesado contenidos figurados.

Antecedentes

Cuando se comienza a analizar el problema, es evidente, en el estudiante, la dificultad de razonar (Sternberg & Spear-Swerling, 1996) el procesamiento simbólico. No diferencia entre "x" y "a", tampoco logra abstraer la forma de una ecuación de primer grado, como $y = mx + b$. Se le dificulta despejar y realizar operaciones básicas con expresiones algebraicas. No logra entender los axiomas de campo de los números Reales, etc.

Para esta problemática existen aportaciones que no son precisamente de "matemáticos" o de "profesores de matemáticas", por una parte Jean Piaget en sus investigaciones de Psicología genética (Piaget, Problemas de psicología genética, 1975) estableció que el edificio del conocimiento matemático se debe construir sobre el desarrollo de habilidades obtenidas mediante el procesamiento de tres "estructuras": una *topológica*, otra *lógica* y la última *numérica*. Por otra parte, Guilford desarrolló un modelo de estructura del intelecto (Guilford, 1959), en dónde define las habilidades intelectuales a partir de tres elementos: *contenido*, *operación* y *producto*. Estos modelos se integran al uso de herramientas TICC, en este caso, Visio y Excel, para la construcción del conocimiento matemático.

Marco teórico de partida

En esta comunicación se propone el principio del aprendizaje matemático con un enfoque constructivista utilizando herramientas TICC (Visio y Excel) con objetivos de aprendizaje definidos a partir de las habilidades del modelo de estructura del intelecto de Guilford. Dado que el enfoque es de construcción, el aprendizaje se evalúa a partir de los productos construidos.

El psicólogo Guilford realizo un estudio en dónde definió las habilidades intelectuales a partir de tres variables: *contenido*, *operación* y *producto*. En donde los valores para estas variables son:

- Cuatro tipos de *contenidos* a procesar: figurado, simbólico, semántico y de comportamiento.
- La secuencia de *operaciones* que propone un proceso (Pansza G., Pérez J., & Morán O., 2007) de aprendizaje: cognición, memorización, producción divergente, producción convergente y evaluación.
- Los *productos* obtenidos que configuran objetos de conocimiento que logran el siguiente nivel a partir del anterior: unidades, clases, relaciones, estructuras, sistemas e implicaciones.

Cada habilidad en este modelo de enseñanza, y por ende, cada objetivo de aprendizaje se define por las tres variables, por ejemplo, *cognición* de *clases figuradas*, o *producción divergente* de *unidades simbólicas* y se evalúa por el producto construido, en estos ejemplos: *clases figuradas* y *unidades simbólicas.*

Implícitamente existe una secuencia de desarrollo intelectual (Garner, 1974), en dónde se debe proceder a operar primero con contenidos *figurados*, para después poder pasar a contenidos *simbólicos*, y de ahí a *semánticos*, y por último contenidos de *comportamiento*, que en el contexto de aprendizaje matemático de esta investigación no se usa. De la misma forma, las operaciones siguen la secuencia, primero se *conoce*, para después almacenar en *memoria*, y así *producir* de forma *divergente*, para después enfocar la construcción en la *producción convergente* y por último se procede a *evaluar*. Asimismo, con los productos intelectuales, primero se generan *unidades*, las cuales se agrupan para abstraer de estas *clases*, las cuales se *relacionan* para formar *estructuras*, y a éstas se les agrega funcionalidad para construir de esta forma *sistemas*, por último mediante *implicaciones* se llega a la construcción de conocimiento.

A partir de este modelado, las tres estructuras básicas matemáticas a construir se definen a partir del último producto a construir que determina el logro del aprendizaje como:

Estructuras figuradas, para el caso de la estructura topológica.

Sistema simbólico, para el caso de la estructura lógica.

Sistema semántico (Minsky, 1982), para el caso de la estructura numérica.

Estos productos también determinan la estrategia de enseñanza, que es el desarrollo de prácticas de aprendizaje en la secuencia que establece el modelo SOI.

Metodología

Para poder procesar *símbolos*, debe ser entendible que éstos representan a *objetos concretos*[2], de otra forma existe un vacío en el aprendizaje que tradicionalmente se resuelve con ejemplos. En la metodología establecida primero se realiza un procesamiento con objetos *figurados* de los cuales se desprenden *símbolos* que los representan y que se procesan de la misma forma que los figurados.

En este enfoque, el estudiante construye a partir de *unidades figuradas*, en el primero llega a *estructuras figuradas*, en el segundo llega a *sistemas simbólicos* y en el último a *sistemas semánticos* (Minsky, 1982). La construcción se realiza con el enfoque de aprendizaje de *estudio de las formas matemáticas* (Evans, 1970). Siguiendo a Piaget, los tres contenidos son: *topológicos, lógicos y numéricos*.

Por otro lado, las estructuras se construyen y desarrollan en el orden mencionado, esto es porque la *estructura topológica figurada* desarrolla pensamiento matemático a partir de abstracción de formas geométricas. Por otro lado, el *sistema lógico figurado* se lleva hasta las *implicaciones simbólicas*, que implica construcción de conocimiento matemático, ya que se desarrollan operaciones en dos niveles de contenido figurado y contenido simbólico, siendo éste el primer momento de contacto con símbolos matemáticos. Por último, el *sistema numérico figurado* se lleva hasta la construcción del *sistema semántico figurado*, lo que implica que se desarrollo pensamiento (Sternberg & Spear-Swerling, 1996) matemático a partir de abstracción de formas (Evans, 1970), esto se extrapolo a la abstracción de formas simbólicas y por últimos formas semánticas al relacionar símbolos con gráficas.

[2] La concreción se entiende como objetos que se pueden operar, no necesariamente objetos que existan en la naturaleza. Se consideran por tanto objetos matemáticos.

Objetivos

El propósito de este proceso de aprendizaje es desarrollar pensamiento matemático y abstracción matemática a partir de un enfoque hacia el "estudio de las formas". Para ello se establecen los siguientes objetivos de enseñanza:

- Desarrollar el aprendizaje matemático básico para la educación pre-universitaria, basado en dos modelos psicológicos: las tres estructuras básicas de Piaget (Piaget, Problemas de psicología genética, 1975) y el modelo de estructura del intelecto (Guilford, 1959).
- Desarrollar este aprendizaje matemático básico con herramientas de aprendizaje tecnológicas con un enfoque de competencias (Rivera Heredia, Arango Pinto, Torres Villaseñor, Salgado Brito, Garcia Gil de Muñoz, & Caña Diaz, 2009).
- Establecer un aprendizaje matemático asistido por las TICC (Mautino, 2009), en dónde el estudiante construye conocimiento matemático a partir de la abstracción de formas matemáticas.

La herramienta

El programa ideal para el desarrollo de este aprendizaje es Visio de la suite de Microsoft Office. Un programa de dibujo que para este caso permite que se construyan todos los objetos matemáticos requeridos a partir de formas básicas matemáticas: cuadrados, círculos, triángulos, pentágonos, hexágonos, etc. Posteriormente en el procesamiento de contenidos lógicos y numéricos, se continua el aprendizaje con Excel, en dónde se pasa a contenidos simbólicos.

El desarrollo

Se han elegido tres contenidos figurados: *pentominos, bloques lógicos y números figurados,* que corresponden a las estructuras establecidas por Piaget.

Procesamiento con figuras topológicas

En este primer nivel de abstracción matemática el aprendizaje es dirigido por la construcción de formas. Los poliominos son objetos que se construyen uniendo cuadrados por sus lados, si se construyen con dos cuadrados se llaman dominos, si se construyen con tres, triominos, con cuatro, tetrominos, con cinco, pentominos, etc. Veamos cómo se construyen en Visio, para analizar las ventajas que representa el uso de una herramienta tecnológica:

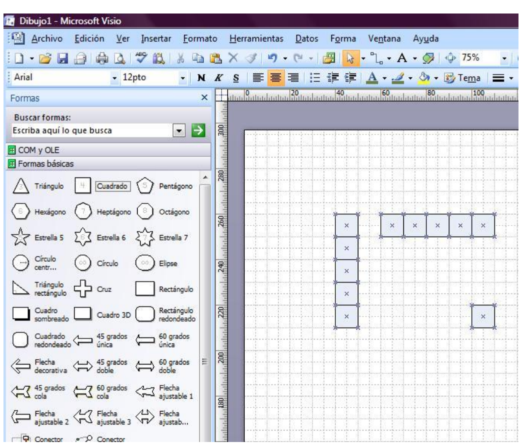


Fig. 1. Construcción de pentominos con Visio.

1. El alumno debe construir los pentominos con cuadrados del mismo tamaño, lo cual es relativamente sencillo, ya que una vez que tiene el tamaño adecuado lo copia al portapapeles y cada vez que se necesita uno lo pega.
2. En la figura anterior notamos que el alumno puede cometer el error de creer que el hecho de que estén colocados los cinco cuadrados en una posición diferente constituye un pentomino diferente. Se le hace la aclaración de que no es así.

3. Se le pide que construya todos los pentominos, sin indicarle cuántos son.
4. En grupo se discute, después de un cierto tiempo, cuántos deben ser y se van analizando los casos que los alumnos presentan, hasta que alguno llega a los 12.
5. En este caso, podemos observar cómo se pueden ir construyendo al ir tomando de uno, un cuadrado o dos y moviéndolos para producir otro pentomino.
6. Posteriormente viene la magia de Visio, ya que al proceder a unir los cinco cuadrados que constituyen un pentomino forman la figura, como tal.

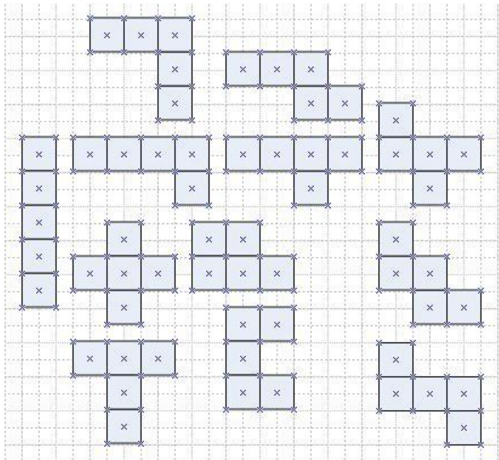
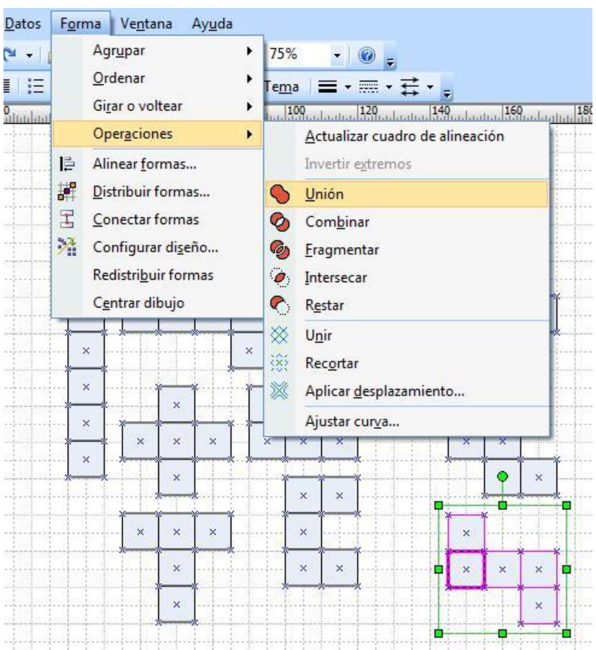


Fig. 2. Abstracción de pentominos mediante cuadrados.



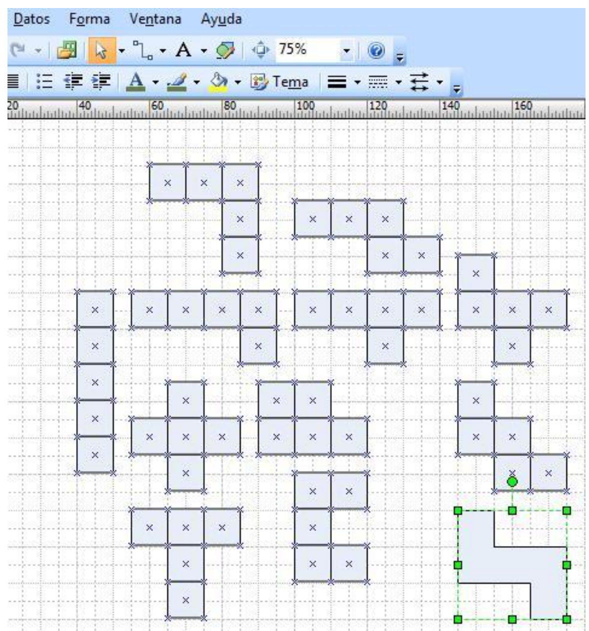


Fig. 3 y 4. Unión de los cinco cuadrados para construir pentominos.

Y ya en este caso, es posible girarla, moverla, asignarle un color, una sombra. Es importante comenzar a inducir otras formas matemáticas menos explícitas, como son las formas geométricas, por lo que se les pide ordenar a los pentominos y presentarlos como si fueran letras induciendo de esta forma contenidos simbólicos.

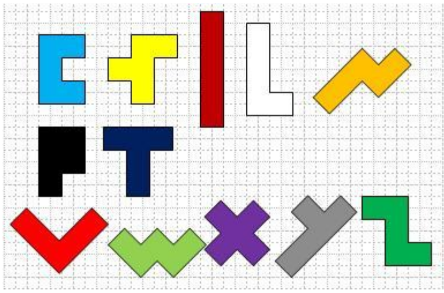


Fig. 5. Pentominos conformando símbolos.

Por último, se les pide que construyan estructuras en donde se unen de tal manera que se ensamblen en figuras que los contengan y que formen rectángulos de 3x20, 5x12, 8x8, etc. Llegando de esta forma a *estructuras figuradas topológicas*.

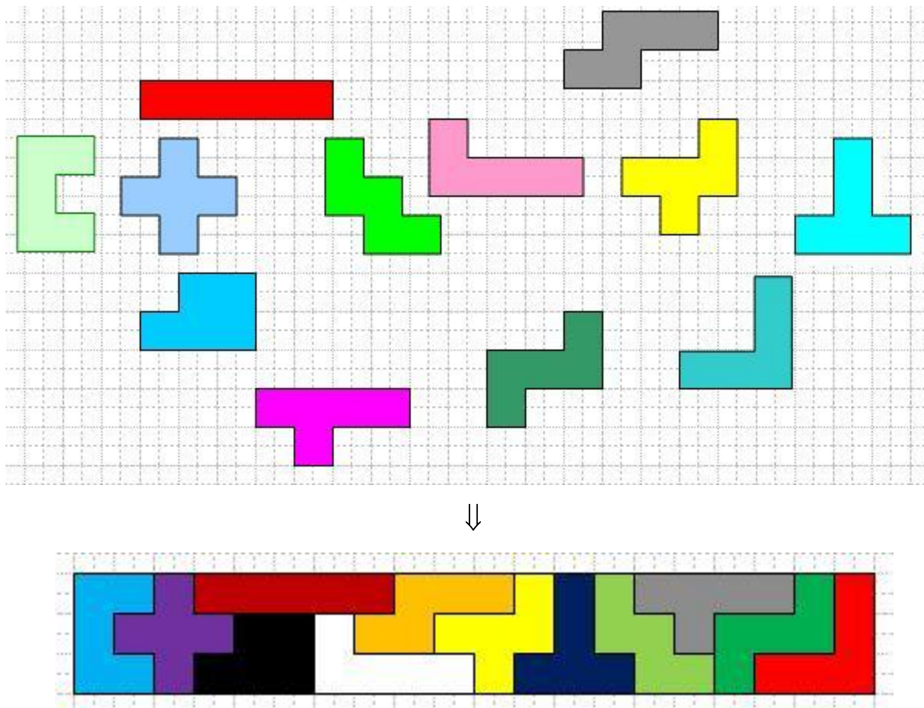


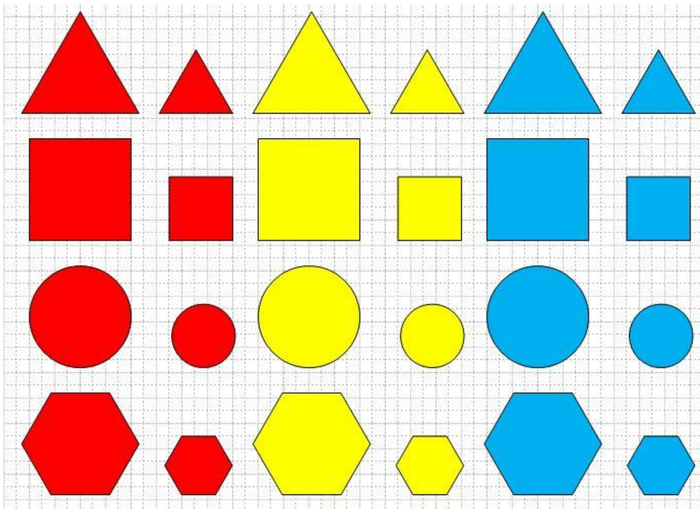
Fig. 6. Estructuras figuradas topológicas.

En este caso, presentamos un arreglo de 3x20, pero hay de 8x8, 6x10, 4 arreglos de 3x7, 3 pares congruentes, etc. Las posibilidades en esta geometría combinatoria son muy amplias.

Posterior a esto, se les pide a los alumnos que consigan juegos de figuras de madera, en dónde los cuadrados se convierten en cubos y se forman poliominos tri-dimensionales.

Procesamiento con figuras lógicas

Esta es la segunda estructura que Piaget establece como básica. El orden de realización es éste, primero estructuras topológicas y luego lógicas, ya que la meta del proceso de aprendizaje es la construcción de expresiones algebraicas, es decir, *sistemas semánticos*. Para esta estructura se han seleccionado los bloques lógicos que son figuras que se construyen a partir de tres variables de diseño: forma, color y tamaño. Físicamente se podría agregar una cuarta dimensión a los objetos, pero éste no es el caso que se persigue.



Para la construcción de un sistema simbólico, se empiezan a realizar operaciones de selección a partir de sentencias lógicas en lenguaje natural.

- Cuadrados o grandes.
- Triangulos y rojos.
- No amarillos.

Cuando se realiza el análisis del Universo del discurso, los elementos están desordenados, en una segunda fase del proceso se realizan diversos ordenamientos.

Concluyendo en el que se muestra.

Fig. 7. Universo del discurso en el que se concluye después de definirlo.

Se le pide que construya un Universo de 32 objetos lógico-matemáticos, proporcionándole las variables de diseño y sus valores. Se le dan dos formas de ordenarlos, una que induzca los diagramas de Venn y la otra la que se presenta.

Estos ordenamientos deben servir para que el estudiante seleccione objetos a partir de sentencias, tales como: cuadrados o rojos, cuadrados y rojos, no-cuadrados y no-rojos, etc. Deducirá que la mejor forma de ordenamiento debe ser la ortogonal que se presenta en la imagen anterior. En este caso, el estudiante llega a construir un *sistema de figuras lógicas*, en dónde el *sistema* se construye a partir de la *estructura* de ordenamiento y las *operaciones* de selección que se le solicitan.

Posteriormente, se le solicita que a cada bloque lógico se le asigne un símbolo que lo identifique hasta que llegue a una forma como: a1, a2, a3, …, b1, b2, …, d1, d2,… Se le proporcionan *símbolos* para las operaciones: o, y, no, para conjuntos: A, B,…, {,}. De esta manera, se le lleva a procesar con un *sistema simbólico lógico-matemático* los productos intelectuales *implicaciones lógicas*.

Procesamiento con figuras numéricas

Para esta estructura se han elegido los números figurados desarrollados por los griegos. Estos números figurados se construyen mediante círculos que representan la unidad.

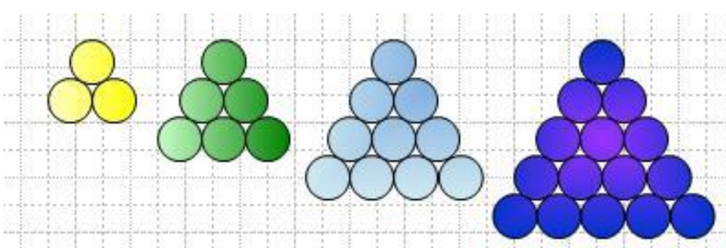


Fig. 8. Serie de números figurados triangulares.

Se agrega *semántica* a los objetos, asignándoles un color dependiendo de qué término de la serie sean. Se le presenta una única serie: la de los números naturales, en dónde se muestran los 7 primeros términos de la serie, cada uno con su color, que viene a ser la base para la construcción de las demás series, es decir, para cada serie a construir se le proporcionan los naturales.

Posteriormente, en una página diferente para cada serie, se le presentan al estudiante únicamente el segundo término de cada serie, de un total de 5 series, dejando que él deduzca los siguientes cinco e induzca el primero después de haber construido los seis siguientes. Las series a construir son: *triángulos, cuadrados, nones, pares* y *romboides*.

En cada construcción, lo más importante será la **forma** como se construyen los números, por ejemplo, para construir los nones, existen tres formas diferentes de hacerlo, para los cuadrados dos, etc. La construcción se realiza con operaciones de: *cognición, memorización, producción divergente* y *producción convergente* de *unidades* y *clases figuradas numéricas*.

Una vez que el estudiante haya construido todas las series, se le pedirá que realice algunas operaciones para deducir el establecimiento de *relaciones* entre series, por ejemplo, que arregle los números nones en el menor espacio posible lo que le inducirá que se forma un cuadrado estableciendo de esta forma *relaciones*. Cuando establezca todas las *relaciones* existentes entre las series, se le pedirá que construya sus propias series, desarrollando de esta manera un *sistema* de *números figurados*.

Posteriormente, se le proporciona una hoja de cálculo, en dónde tendrá que ir, primero escribiendo los diez primeros términos de cada serie, partiendo de los números figurados. Después se le va pidiendo que los vuelva a construir a partir de operaciones, tales como: construye a partir del anterior, suma términos de otras series, etc.

Σ	-n	
Triangulares		
1	1	1
1+2	1+2	3
1+2+3	3+3	6
1+2+3+4	6+4	10
1+2+3+4+5	10+5	15
1+2+3+4+5+6	15+6	21
1+2+3+4+5+6+7	21+7	28
1+2+3+4+5+6+7+8	28+8	36
1+2+3+4+5+6+7+8+9	36+9	45
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10	45+10	55

Rel	-n		Σ	-n	
Nones			Cuadrados		
	1	1	1	1	1
	1+2	3	1+3	1+3	4
	3+2	5	1+3+5	4+5	9
	5+2	7	1+3+5+7	9+7	16
	7+2	9	1+3+5+7+9	16+9	25
	9+2	11	1+3+5+7+9+11	25+11	36
	11+2	13	1+3+5+7+9+11+13	36+13	49
	13+2	15	1+3+5+7+9+11+13+15	49+15	64
	15+2	17	1+3+5+7+9+11+13+15+17	64+17	81
	17+2	19	1+3+5+7+9+11+13+15+17+19	81+19	100
					10000

Fig. 9. Sistema de símbolos numéricos.

Cuando se construye en la hoja de cálculo se están procesando contenidos simbólicos que tienen como referente a los números figurados construidos con Visio. Esa relación de procesamiento que no se da en la enseñanza tradicional matemática. Cuando el alumno va construyendo por columnas con la misma semántica puede regresar a las unidades figuradas numéricas, si así lo requiere, con la diferencia que aquí las series se extienden a más términos.

Aquí se introduce otra variable de diseño de aprendizaje que son las estructuras de almacenamiento que constituyen una arquitectura de conocimiento y un esquema de trabajo dado que facilitan la construcción de conocimiento. Las columnas están construidas para hacer explícitas las relaciones entre las diferentes series como se puede notar entre nones y cuadrados, relación que ya se desarrollo en el *sistema de números figurados*.

En este procesamiento de aprendizaje simbólico se continúa hasta la graficación de funciones lineales, cuadráticas y de tercer grado, y así llegar, de esta manera, a *sistemas semánticos numéricos*.

B14 fx =-F2*$A14^2+$G$2*$A14-H2

x	y= - ax² + bx - c y= - 5x² + 8x - 9	y= ax² - bx + c y= 5x² - 8x + 9	y= - ax² - bx - c y= - 5x² - 8x - 9	y= ax² + bx + c y= 5x² + 8x + 9	a 5	b 8	c 9
-7	-310	310	-198	198			
-6	-237	237	-141	141			
-5	-174	174	-94	94			
-4	-121	121	-57	57			
-3	-78	78	-30	30			
-2	-45	45	-13	13			
-1	-22	22	-6	6			
0	-9	9	-9	9			
1	-6	6	-22	22			
2	-13	13	-45	45			
3	-30	30	-78	78			
4	-57	57	-121	121			
5	-94	94	-174	174			
6	-141	141	-237	237			
7	-198	198	-310	310			

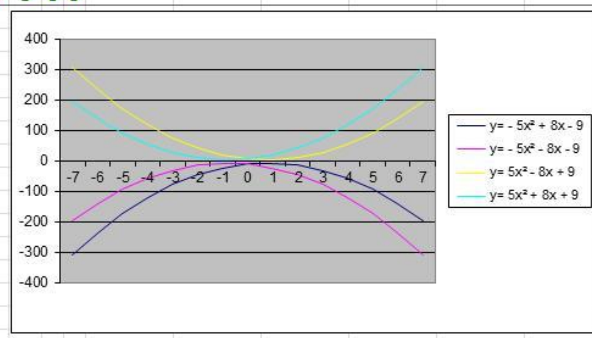


Fig. 10. Sistema semántico numérico.

Esta construcción se desarrolla en varias fases, ya que el estudiante tiene que conocer ciertas particularidades de las fórmulas de una hoja de cálculo, pero son particularidades que le ayudarán a entender la *semántica* de los *símbolos*, ya que se le presentan en dos niveles de abstracción como se puede observar la diferencia entre las dos primeras filas. Al mismo tiempo, cuando desarrolla esas fórmulas puede observar las gráficas que se trazan para cada ecuación. La que se presenta es la hoja de expresiones cuadráticas, que es la segunda, ya que la primera fue de expresiones lineales y la tercera son expresiones de tercer grado.

En este sistema semántico hay varias relaciones que se examinan, en cuánto a su significado, uno de ellos es el nivel de abstracción de los símbolos, otro es la relación con las gráficas y la tercera la forma de éstas últimas.

Resultados

El 85% de los alumnos construyen todos los productos esperados en el proceso de aprendizaje, en cada una de las etapas.

También son capaces de responder a lo largo del proceso a diferentes cuestionamientos respecto de lo que se está construyendo, cómo se está haciendo, porque y para qué, en ejercicios de meta-cognición (Sternberg & Spear-Swerling, 1996).

Discusión de los resultados

Dado que los alumnos logran construir los productos de conocimiento esperado, es factible analizar estos resultados con ellos mismos, obteniendo diferentes respuestas. *Por fin, "he entendido las matemáticas"*. Resultan más fáciles y divertidas de lo que he acostumbrado a aprender. Ya no se me dificultan y creo que ahora sé lo que estoy haciendo. Este tipo de comentarios nos indican que la meta del proceso se alcanza.

La construcción de un sistema semántico numérico implica que el alumno entiende el lenguaje matemático utilizado, lo desarrolla, puede calcular con él y sabe interpretar los resultados. Es importante hacer notar que para implementar la didáctica de esta estrategia pedagógica es fundamental la utilización de las herramientas tecnológicas, en este caso, Visio y Excel. Lo que implica que también desarrollen una habilidad instrumental para poder utilizar estas herramientas.

Aspectos muy importantes de este estudio es el enfoque pedagógico y la implementación didáctica (Diaz Barriga, 2010). En el primer caso, el enfoque que se estableció que es el estudio de las *formas* muestra que la estrategia es correcta ya que le da una continuidad al proceso, siempre se puede hablar de la abstracción de formas, el otro enfoque correcto, dada la instrumentación tecnológica es la construcción del conocimiento, que también se confirma.

La implementación didáctica a partir de las habilidades del modelo de estructura del intelecto (Meeker, 1976) demostró que orienta al proceso de aprendizaje, se debe mencionar que la secuencia de proceso se ha desarrollado a lo largo de 5 años y un total de 1700 estudiantes aproximadamente. El proceso descrito no era así en un principio, actualmente se ha podido concluir en una secuencia que se considera correcta y en lo que se está trabajando es en los detalles de las preguntas guías en las actividades, actividades adicionales para el extremos de la curva, de los alumnos que se atrasan.

El modelo de objetivos por producto ha resultado ser el correcto, ya que no solo define el fin del aprendizaje, sino también la secuencia de habilidades que se van desarrollando, es decir, la estrategia de aprendizaje.

Conclusión

De la forma breve que se ha descrito, se establece una forma de aprendizaje matemático basado en dos modelos psicológicos, que se ha probado en el salón de clases, y que permiten que el alumno **construya** *objetos matemáticos* y procese *sistemas simbólico-matemáticos y semánticos* con un entendimiento que de otra manera no se logra.

Es importante, considerar que el aprendizaje matemático asistido por las TICC desarrolla estudiantes auto-regulados y con un desarrollo personal, ya que es la interacción con la herramienta la que lo va guiando (Garner, 1974) en su proceso de construcción, al mismo tiempo que lo retroalimenta.

Como se ha demostrado, esta manera de aprender independiza al estudiante y le da las estructuras básicas (Piaget, Problemas de psicología genética, 1975) que requiere para el desarrollo de su pensamiento matemático posterior (Sternberg & Spear-Swerling, 1996).

Limitaciones del estudio

No tenemos forma de dar seguimiento, en su aprendizaje posterior de matemáticas, a los alumnos después de que concluyen el curso, por lo que se está intentando a través de aplicaciones Web 2.0 dar este seguimiento.

Investigación futura

Dado el éxito que se ha logrado, se piensa crear un grupo piloto con el cual se desarrollará el aprendizaje del resto de los programas de matemáticas del CCH, bachillerato de la UNAM, con el mismo enfoque, la misma estrategia y los mismos principios tanto pedagógicos, como didácticos. En este caso, se piensa implementar en la plataforma Moodle dada la distribución de los alumnos a lo largo de los seis semestres que dura el bachillerato.

Bibliografía

Diaz Barriga, A. (2010). *Didáctica y curriculum.* México, Mx: Paidós.

Evans, J. P. (1970). *Mathematics: creation and study of form.* Reading, Ms.: Addison-Wesley Publishing Company.

Garner, W. R. (1974). *The processing of information and structure.* Potomac, Md.: Lawrence Elrbaum Associates.

Guilford, J. P. (1959). Three faces of intellect. *American Psychologist* , 469-479.

Mautino, J. M. (2009). *Didáctica de la educación tecnológica.* Buenos Aires, Ar: Bonum.

Meeker, M. (1976). *Learning how to comprehend a structure of intellect cognition sourcebook.* El segundo, Ca.: SOI Institute.

Minsky, M. (1982). *Semantic information processing.* Cambridge, Ms.: The MIT Press.

Pansza G., M., Pérez J., E. C., & Morán O., P. (2007). *Fundamentación de la didáctica.* México, Mx: Ediciones Gernika S.A.

Piaget, J. (1973). *La formación del símbolo en el niño.* México, DF: Fondo de Cultura Económica.

Piaget, J. (1975). *Problemas de psicología genética.* Barcelona, Ca.: Editorial Ariel.

Rivera Heredia, M. E., Arango Pinto, L. G., Torres Villaseñor, C. K., Salgado Brito, R., Garcia Gil de Muñoz, F. L., & Caña Diaz, L. E. (2009). *Competencias para la investigación, desarrollo de habilidades y competencias.* México, DF: Trillas.

Sternberg, R. J., & Spear-Swerling, L. (1996). *Teaching for thinking.* Washington, DC: American Psychological Association.