



La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria

M. Guadalupe **Leal** Zamorano

Unidad de Servicios de Educación Básica en el Estado de Querétaro (USEBEQ)

México

gpeleal07@hotmail.com

Resumen

La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria es una propuesta didáctica, que surgió del análisis de la propia práctica docente al estudiar los procesos de resolución y formulación de problemas en la clase de matemáticas. Los principales sustentos teóricos que permitieron explicar los procesos que realizaron los estudiantes al resolver y formular problemas de trigonometría son, desde la resolución, el modelo del Dr. Labarrere (análisis inicial del problema, determinación de la vía de solución, ejecución de la solución y control de la solución realizada) y, desde la formulación, la propuesta de Carpistrous y Rizo (la búsqueda, el planteamiento de una situación inicial, la formulación de preguntas y la resolución del problema). Por último, las categorías que sirven como guía en la puesta en práctica de la propuesta, para desarrollar el taller, fueron derivadas del mismo estudio, haciendo sólo algunas adecuaciones para trabajar con maestros de matemáticas de educación secundaria.

Palabras clave: matemáticas, didáctica, problemas, resolución, formulación

Presentación

En el marco de la Educación Matemática y como un acercamiento al diseño de Situaciones Didácticas para el estudio de las matemáticas en el salón de clase: “La Formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria” es un paso más en el proceso de resolución, y surge como secuencia lógica de un análisis sistematizado de la práctica docente, acompañado del desarrollo de una serie de actividades tendientes al fortalecimiento de las competencias docentes: “La resolución de problemas: un reto en el estudio de las matemáticas”, “La elaboración de problemas: una necesidad básica para la enseñanza de las matemáticas” y “La solución de problemas: una estrategia didáctica en el salón de clase”.

Acciones, estas últimas, que respondieron a los requerimientos académicos del estudio de la Maestría en Desarrollo Docente y, sustentadas en las aportaciones de los principales teóricos que se han dedicado a la investigación del planteamiento y resolución de problemas como eje rector en el desarrollo del pensamiento; entre ellos, Polya dice que al resolver problemas se experimenta el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo; el Dr. Labarrere afirma que estudiar la manera en que una persona resuelve los problemas nos aproxima a conocer su pensamiento y, Alan Schoenfeld agrega que el sistema de creencias del sujeto es un componente más en su proceso de resolución. Asimismo se retoman elementos de Kilpatrick, Santos Trigo, Carpistrous y Rizo, entre otros.

La Formulación de nuevos e interesantes problemas, como bien dice el cubano Miguel Cruz en su tesis doctoral “Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática”, se plantea como propuesta metodológica a partir de cuatro categorías:

- *Análisis del texto del problema*, en el que se identifican sus componentes.
- *Descomponer y recomponer un problema*, dada una situación inicial, consiste en sólo modificar las magnitudes de los datos o bien el contexto del problema.
- *La formulación de preguntas*, a partir de figuras geométricas determinadas, se redactan diferentes exigencias para luego con ellas crear problemas.
- *Un nuevo problema*, es el diseño propio de un problema.

Tomando en consideración los elementos citados, la presente ponencia está conformada por tres apartados: 1. *Tema objeto de estudio*, en el que se describe, contextualiza y justifica el objeto de estudio, también en éste se enuncian los objetivos que sirven de guía para el desarrollo del trabajo. 2. *Referencias Teóricas*, en él se describen los elementos teóricos que se han retomado para el diseño y aplicación de la propuesta. 3. *Metodología*, en este último apartado se explicita el proceso a seguir para que los maestros asistentes vivan la experiencia de crear nuevos problemas; se realiza en tres momentos: Actividades de inicio (presentación de la propuesta), Actividades de Desarrollo (procedimiento a seguir) y Actividades de Cierre (puesta en común de los productos obtenidos y análisis general de la estrategia de trabajo realizada).

1. Tema objeto de estudio

Descripción

La Educación, siendo un proceso eminentemente decisivo en el desarrollo social de los pueblos, requiere de una constante transformación encaminada a dar respuesta a los

requerimientos actuales, entre otros, al manejo de la información, la atención a la diversidad y, especialmente al desarrollo de las capacidades, en palabras de Gardner “inteligencias”, que le permiten al sujeto resolver los problemas que enfrenta día a día. En particular en México los Planes de estudio han adquirido un nuevo propósito: Dotar a todos los ciudadanos de una formación general que les permita desarrollar las competencias básicas: aprendizaje permanente, manejo de la información, manejo de situaciones, convivencia y vida en sociedad.

Al respecto se ha tomado, de las aportaciones de la Educación matemática, el planteamiento y la resolución de problemas como una de las cuatro competencias a desarrollar en los alumnos a partir del estudio de las matemáticas en el salón de clase. Siendo complementada por las otras: argumentación, comunicación y manejo de técnicas. Una vez realizado el análisis de la propia práctica docente, en la que al ir incorporando los enfoques de los nuevos planes de estudio se ha detectado que en el proceso de resolución de problemas sí es pertinente incorporar la formulación de nuevos problemas en y para la clase de matemáticas, motivo por el cual se diseña como estrategia didácticas: “La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria”.

Justificación

La Sociedad actual y su diversidad generada por la dinámica social, económica y cultural, reclama mayores retos a los Sistemas Educativos, que en respuesta a los nuevos planteamientos proponen realizar profundas transformaciones partiendo en un primer momento de la actualización y profesionalización docente. Entre otras competencias al maestro de grupo se le exige que conozca y aplique teorías pedagógicas y didácticas para que desarrolle nuevos modelos de gestión del conocimiento escolar y de interacción con sus colegas y la Comunidad educativa.

En particular en la Educación Matemática se ha planteado como principal estrategia didáctica el Planteamiento y resolución de problemas y, bajo esta perspectiva, el Taller: “*La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria*” es un excelente motivo para el intercambio docente de experiencias pedagógico-didácticas. Cabe señalar que la resolución y formulación de problemas en el estudio de los elementos de trigonometría en secundaria es una estrategia didáctica con grandes alcances tanto para los estudiantes como para los maestros de clase; para los primeros resulta más atractivo enfrentarse a nuevos retos al crear procedimientos distintos para resolver problemas y aún más al diseñar nuevos problemas, que además de contribuir en el desarrollo de su propia actividad cognitiva son una valiosa aportación para el acervo de los problemas a resolver en su propia clase de matemáticas. Por su parte los maestros participantes contarán con una herramienta más para su discusión, análisis y reestructuración.

Objetivos

Objetivo General. Compartir con los participantes una versión sobre la estrategia de la formulación de problemas matemáticos escolares.

Objetivos Específicos. Se pretende que los docentes asistentes:

- Identifiquen los componentes de un problema de matemáticas con texto

- Reformulen problemas a partir de una situación inicial
- Formulen nuevos problemas, en este caso, con elementos de trigonometría
- Valoren la estrategia de “formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria”, como una alternativa para potenciar el desarrollo del pensamiento de los estudiantes.

2. Referencias teóricas

En la historia de la humanidad siempre han existido personas que se interesan en el estudio del proceso que sigue el ser humano para aprender y la actitud que manifiesta al resolver los problemas que la vida le presenta. Dentro de la gama de habilidades a desarrollar en el escolar, los sistemas educativos le han dado una especial atención a las relacionadas con la lógico-matemática y, a la resolución de problemas como estrategia metodológica didáctica para la clase de matemáticas, con el propósito de que los sujetos desarrollen su pensamiento de tal manera que se habiliten para resolver cualquier tipo de problema de la vida cotidiana. Así el término problema ha sido adoptado por las ciencias matemáticas.

Para conceptualizar al problema nos remitimos al campo específico de la enseñanza de las matemáticas, por lo que se toma del libro “Aprender a resolver problemas aritméticos” de Celia Rizo y Luis Campistrous (1996) la siguiente definición: Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación.

De acuerdo con el Dr. Labarrere, un problema matemático es aquel que demanda del sujeto una intensa actividad cognoscitiva porque no tiene acceso a la respuesta utilizando la simple memoria, está obligado a pensar, a razonar y a encontrar los conocimientos necesarios que conducen a la respuesta. Y como la enseñanza de las matemáticas debe aprovechar al máximo las potencialidades de los problemas, entonces la resolución es ampliada hacia la formulación de nuevos problemas, misma que se convierte en un reto para generar problemas genuinos.

Con respecto a la resolución de un problema de matemáticas con texto, en la teoría existen varios modelos, por ejemplo: el de Polya que se enuncia en cuatro pasos, comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y, visión retrospectiva. Cada uno de estos pasos juega un papel importante en el desarrollo de las operaciones de la mente; la comprensión del problema implica entre otras cosas identificar sus partes y familiarizarse con las condiciones; en la concepción de un plan se puede reconstruir el problema en la búsqueda de ideas útiles para su resolución; luego en la ejecución del plan se verifica cada paso y se comprueba lo realizado y, por último, la visión retrospectiva en la que se verifica el resultado y, a su vez, el proceso de razonamiento realizado, en este momento es conveniente utilizar un modo diferente para encontrar el resultado.

El Dr. Labarrere afirma que estudiar la manera en que una persona resuelve los problemas nos aproxima a conocer su pensamiento, el cual se manifiesta a partir de 3 principales funciones: análisis, ejecutiva y de control valorativo. El análisis facilita al sujeto el acceso a la estructura del problema y se presenta en el primer momento: análisis inicial del problema. La función ejecutiva es la puesta en práctica de las acciones que se utilizan para resolver el problema, se opera con los componentes del problema y corresponde a la vía de solución y a la ejecución de la solución. La

función de control valorativo regula y autorregula la actividad cognoscitiva del sujeto y se presenta en el cuarto momento, control de la solución realizada.

Los cuatro componentes del modelo de Schoenfeld son: los recursos, la heurística, el control y el sistema de creencias. Los recursos son todos los conocimientos matemáticos que posee el sujeto y que se activan al relacionarlos con los contenidos específicos del problema a resolver, comprenden la experiencia, la intuición, los teoremas, las definiciones, los procedimientos (algorítmicos o no), las rutinas y el conocimiento del conocimiento. La heurística se refiere a las técnicas y estrategias para solucionar un problema, como dibujar un diagrama, confeccionar una tabla, buscar problemas relacionados, ensayo-error, establecer metas intermedias y trabajar hacia atrás. El control incluye planificar, estimar y tomar decisiones, acerca del uso de las estrategias durante la solución del problema, este recurso permite al estudiante desarrollar la metacognición (control de su propio conocimiento). Por último, el sistema de creencias del sujeto con respecto a la matemática, su enseñanza y su aprendizaje afecta al proceso de solución.

Ahora bien, el potencial de la resolución puede verse favorecido con la formulación de nuevos problemas y, para referirnos al proceso de formulación, Carpistrous y Rizo proponen en su libro “aprender a resolver problemas aritméticos” cuatro acciones básicas: la búsqueda, el planteamiento de una situación inicial, la formulación de preguntas y la resolución del problema.

Otra propuesta de seguimiento para crear problemas, retomando elementos tanto del Dr. Labarrere como del cubano Miguel Cruz, consiste en elegir un contenido, hacer un análisis conceptual y plantear la exigencia. Cabe señalar que el estudio de Miguel Cruz “Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática” está dirigido a profesores en formación, y su principal propósito es la creación de nuevos e interesantes problemas para los estudiantes, además de desarrollar en el maestro una actitud positiva al potenciar su aprendizaje y apoyar a su vez a los alumnos en el desarrollo de su personalidad.

La Formulación de nuevos problemas se plantea como propuesta metodológica a partir de cuatro categorías:

- *Análisis del texto del problema*, en el que se identifican sus componentes.
- *Descomponer y recomponer un problema*, dada una situación inicial, consiste en sólo modificar las magnitudes de los datos o bien el contexto del problema.
- *La formulación de preguntas*, a partir de figuras geométricas determinadas, se redactan diferentes exigencias para luego con ellas crear problemas.
- *Un nuevo problema*, es el diseño propio de un problema

Finalmente podemos afirmar que los procesos de resolución y formulación de problemas vistos como objeto de enseñanza requieren de la creatividad del docente y de la independencia y capacidad de los alumnos.

3. Metodología

3.1 Actividades de Inicio

En este apartado se considera la presentación del Taller: “*La Formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria*” como una estrategia didáctica para potenciar el trabajo en el salón de clase, en la que los estudiantes, además de resolver problemas con diversos procedimientos, se enfrentan a un proceso cognitivo de mayor alcance que parte del análisis de los componentes de un problema con texto y, a través de la puesta en práctica de determinadas consignas, puedan ellos mismos crear nuevos e interesantes problemas.

3.2 Actividades de Desarrollo

Esta es la parte medular del Taller, en ella se pretende que los maestros asistentes asuman el rol de estudiantes y al realizar una serie de actividades experimenten el goce de crear nuevos problemas de trigonometría para posteriormente trabajar con los estudiantes a su cargo. La Secuencia se da a partir de 4 categorías descritas a continuación:

3.2.1 Análisis del texto del problema

Para iniciar el proceso de formulación se parte del *análisis del texto del problema*, en el que se identifican sus componentes. Para efectos del presente trabajo se retoma la propuesta del Dr. Labarrere sobre la estructura general de un problema con texto cuyos componentes son: el contenido, las condiciones y la exigencia.

El *contenido* es el conjunto de objetos, magnitudes, valores de las magnitudes y relaciones que conforman el enunciado. Las *condiciones* es la parte del problema que transmite al que lo resuelve la información inicial acerca del suceso o acontecimiento que se desarrolla. Casi siempre en un problema matemático con texto se formulan a manera de afirmaciones y pueden presentarse de manera explícita o derivada (intermedia), esto es, se han de deducir en un proceso de solución. La *exigencia* especifica el fin u objeto final a alcanzar, es decir, aquello a lo que tiende el sujeto. Se expresa, normalmente por una o más preguntas explícitamente formuladas; también puede estar dada mediante una indicación u orden. Asimismo todo el texto del problema puede estar planteado dentro de una interrogación, resultando de esta forma más difícil para el sujeto que lo resuelve.

3.2.2 Descomponer y recomponer un problema

Una vez que se aprende a identificar los componentes de un problema se lleva a la práctica un primer acercamiento a la creación de nuevos problemas, propuesta de Miguel Cruz (tomada del Dr. Labarrere), y que consiste en realizar los siguientes dos pasos:

- Sin cambiar los datos enunciar el problema de manera diferente, esto es cambiar sólo el contexto.
- Hacer un problema semejante modificando los datos, con la misma redacción pero cambiando el grado de dificultad de las magnitudes de los datos.

Una vez modificados los problemas dados y antes de llegar al fin último que consiste en la creación de nuevos problemas, se agrega una consigna más que sirve como enlace entre descomponer y componer problemas y crear otros nuevos.

3.2.3 Formular preguntas

Otro recurso para formular problemas de Trigonometría es a partir del planteamiento de una o varias incógnitas, apoyándose de figuras y sólidos geométricos. Ejemplo, a partir de un cono, surgen varias interrogantes: ¿Cuánto mide el ángulo generador?, ¿Cuánto mide la generatriz?, ¿Cuánto mide el radio de la base?, ¿Cuánto mide el diámetro de la base?, ¿Cuál es la medida de la altura del cono?, ¿Cuál es el área de su base (círculo)?, entre otras.

Asimismo podemos agregar una lista de figuras y cuerpos geométricos con elementos que, mediante sus relaciones, permitan resolver incógnitas utilizando las razones trigonométricas básicas. La relación se puede elaborar con las aportaciones de los participantes respondiendo a la siguiente pregunta: ¿Qué figuras y cuerpos geométricos sirven para elaborar problemas de Trigonometría?, ejemplo: Triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares y cono.

3.2.4 Un nuevo problema

Después de haberse presentado diferentes situaciones que propician la elaboración de problemas se considera que están dadas las condiciones para que los participantes diseñen un nuevo problema. Por consiguiente se les solicita que redacten su propio problema.

3.3 Actividades de Cierre

Por último se realiza una sesión plenaria en la que se comparten los productos obtenidos en el Taller y, mediante la participación voluntaria de los participantes, se hace un análisis general de la estrategia de trabajo aplicada en el desarrollo del Taller: “La Formulación de Problemas de Trigonometría en la Escuela Secundaria”, con la finalidad de enriquecerla para llevarla al salón de clase.

Conclusiones

Considerando que la Resolución de problemas es uno de los temas centrales en el marco de la Educación matemática se retoma para ser ampliado hacia la creación de nuevos problemas.

La resolución de problemas como estrategia didáctica implica la creatividad del maestro y por ende la mejora en su desempeño profesional.

El planteamiento y resolución de problemas de matemáticas favorece el desarrollo del pensamiento de los estudiantes.

La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria, es un excelente motivo para el intercambio de experiencias docentes.

Referencias y bibliografía

- Brusseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. Universidad de Burdeos I.
- Camistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1996). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y educación

- Cruz Ramírez, M. (2002). *Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática*. Cuba: Tesis doctoral
- Gardner, H. (2005). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós Surcos
- Labarrere Sarduy, A. F. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas de matemáticas en la escuela primaria*. La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y educación
- Labarrere Sarduy, A. F. (1996). *Pensamiento, análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos*. La Habana, Cuba: Ed. Pueblo y educación
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*, México: Ed. Trillas (reimp. #27, 2005)
- Ramírez Ramírez, R. (1992). *Matemáticas I. Resolución de problemas*. México: Angeles Editoriales
- Tomlinson, C. A. (2003). *El aula diversificada*. Biblioteca para la actualización del maestro. México: Ediciones octaedro
- Secretaría de Educación Pública. (2006). *Plan de estudios*. México: Educación básica. Secundaria
- Secretaría de Educación Pública. (2006). *Programa de estudios*. México: Educación básica, Secundaria. Matemáticas

Apéndice

Carta descriptiva		
Taller	Destinatarios	N° de participantes
La formulación de problemas escolares	Profesores de matemáticas de educación secundaria	25
Nombre del taller	La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria	
Propósito	Con el desarrollo del taller se pretende que los maestros que atienden la clase de matemáticas en la escuela secundaria favorezcan el desarrollo de sus competencias docentes al conocer y participar en el proceso de formulación de problemas.	
Proceso		
N°	Categorías a desarrollar	Tiempo
01	Presentación del taller	10 minutos
02	Análisis del texto del problema	10 minutos
03	Descomponer y recomponer problemas	20 minutos
04	La formulación de preguntas	20 minutos
05	Un nuevo problema	30 minutos
06	Análisis de los productos y de la estrategia de trabajo	30 minutos
---	Tiempo Total	120 minutos
Justificación		
<p>Considerando que uno de los ejes centrales de la Educación matemática es la resolución de problemas, se presenta “La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria” como una propuesta sustentada en las aportaciones que hacen los teóricos al respecto, Polya, Labarrere, Shoenfeld, entre otros, estructurada como una estrategia didáctica viable para ser analizada y rediseñada para su aplicación en la escuela.</p>		

Información general	
Título del taller: La formulación de problemas de trigonometría en la escuela secundaria	
Nombre del autor: M. Guadalupe Leal Zamorano	
Institución: USEBEQ Unidad de Servicios para la Educación Básica en el Estado de Querétaro	
País: México	
Número de horas más conveniente	2 horas
Nivel educativo	Secundaria
Número máximo de personas	25
Equipo audiovisual o informático	Proyector multimedia