



Tecnologías digitales y resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática

Gonzalo Villarreal Farah
Fun Learning Technolgies
Chile
gvillarr@gmail.com

Resumen

El siguiente documento se basa en una investigación realizada en la tesis doctoral del autor de esta, la cual tuvo por objetivos caracterizar el uso de las tecnologías digitales, por parte de profesores y estudiantes de secundaria, en la resolución de problemas abiertos. Esta investigación fue desarrollada en la marco de una implementación de un modelo de innovación curricular, denominado modelo interactivo para el aprendizaje matemático (Oteiza, Araya & Miranda, 2004). La experiencia realizada en establecimientos públicos chilenos, con alumnos de grado 10, utilizó una metodología observacional, obteniéndose resultados consistentes con la literatura, y al mismo tiempo algunos propios por la incorporación de la tecnología y los recursos tanto del tipo guías como digitales.

Palabras claves: educación matemática, resolución de problemas, TIC, manipulativas virtuales, uso e integración de las TIC.

Introducción

Diferentes estudios muestran la importancia que tiene la matemática en una sociedad como la actual y su importancia para disminuir la brecha entre los que tienen más y menos recursos (Castells 2002; Informe Cockcroft, 1985, Naciones Unidas, 1998; NCTM, 2000; SEDICI 2000; UNESCO, 2000).

Una mirada al curriculum de matemática de Chile, muestra un énfasis en el uso de la estrategia de resolución de problemas (Ministerio de Educación, 1998). Asimismo, referentes internacionales importantes destacan la relevancia de dicha estrategia (NCTM, 1980, p.1; 2000) y los beneficios de trabajarla en matemática (Polya, 1979; Schoenfeld, 1985; Wertheimer, 1991), junto con ser reconocido que no es una estrategia simple de implementar en las salas de clases (Gaulin, 2001; Lacasa & Herranz, 1995; Pifarré & Sanuy, 2002). De igual manera, se conocen los beneficios que tiene trabajar la resolución de problemas con tecnología (Jonassen, 2000;

NCTM, 2000; Onrubia Cochera & Barberà, 2001; Waits, 2003).

Las tecnologías se muestran como un motor dinamizador de los cambios que la escuela requiere. De igual forma, los avances en integración de las tecnologías al curriculum, ha sido complejo y lento a nivel mundial (Pelgrum, 2001).

De esta manera el siguiente documento presenta las principales líneas teóricas del estudio, sus resultados y conclusiones.

Las tecnologías de la información y comunicación, sus usos e integración al curriculum

La educación en el pasado, y en gran medida, hasta nuestros tiempos, es unidireccional de transferencia de información desde los profesores a los estudiantes (Monereo, 2000), siendo la clase como foco de enseñanza, el principal enfoque pedagógico, debiéndose diseñar nuevos modelos pedagógicos con el fin de preparar a los futuros ciudadanos para el aprendizaje permanente. Sin embargo, existe poco consenso respecto a lo que estos modelos deben abarcar, donde algunas nociones básicas son que los estudiantes estén capacitados para aprender en forma autónoma y para acceder y procesar la información (Pelgrum, 2001).

En la medida que se avanza en la era de la información, los alumnos necesitarán nuevos y distintos conocimientos, habilidades y técnicas para enfrentarse a tareas cognoscitivas de mayor complejidad, tales como las de trabajar en la resolución de problemas en general y la resolución de problemas en campos mal estructurados o abiertos en particular (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2001; Reigeluth, 2000).

Según Pelgrum, se requiere que los estudiantes se desplacen de una postura como consumidores pasivos de ofertas educativas, a una donde asuman un rol activo y productivo en la actividad educativa (Pelgrum, 2001).

El potencial de las TIC, está en el potencial que tiene para funcionar como una red de recursos, junto con facilitar el aprendizaje individual y colaborativos (Martín, Beltrán y Pérez, 2003).

Hogarty, Lang y Kromrey (2003) citados por Braak, Tondeur y Valcke, (2004), sobre la base de una encuesta aplicada a profesores para medir el uso de las tecnologías en salas de clases, presentan las siguientes categorías: Integración; Apoyo; Confianza; Comodidad; y Actitud. Además, la investigación señala que una mayoría de los profesores, usa las TIC para labores administrativas y un menor número lo integra a la clase como herramienta de enseñanza o dispositivo de aprendizaje.

Braak et al. (2004) señalan que diferentes estudios se han centrado en la medición de las actitudes y la experiencia informática, concluyéndose que ambas están claramente relacionadas, demostrándose que la formación en uso de computadores tiene un impacto positivo en la actitud hacia estos Shashaani (1997) citado por Braak et al. (2004).

Según Coll (2004, p. 19) “la clave para comprender y explicar los procesos formales y escolares de enseñanza y aprendizaje, así como para intervenir sobre ellos con el fin de mejorarlos, hay que buscarla en la manera como estudiantes y profesores organizan su actividad conjunta”, siendo esta un resultado de un proceso de construcción y negociación entre los participantes que se superpone al proceso de aprendizaje, por lo que la actividad no puede ser concebida como un proceso mecánica (Coll, 2004).

Para Gros la integración curricular de las TIC, es cuando esta se utiliza “en forma habitual en las aulas para tareas variadas como escribir, obtener información, experimentar, simular, comunicarse, aprender un idioma, diseñar o simplemente jugar”. La misma autora señala que este uso debe ser natural, donde el computador no sea lo visible, sino la tarea que se realiza (Gros, 2000).

En estudio del C5 de la Universidad de Chile (2008), al referirse por integración curricular de las TIC, se refiere a que “implica incorporar estos recursos de manera rutinaria y permanente, así como eficiente y efectiva en el apoyo de las metas y propósitos de la escuela (U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics, 2002). Es el uso en las actividades cotidianas de enseñar y aprender (Swan et al., 2002, p. 172), ensamblando confortablemente con los planes instruccionales del profesor y representando por tanto una extensión y no una alternativa o una adición a ellas (Grabe & Grabe, 1996)”.

Varios estudios internacionales a gran escala han documentado el éxito de la integración de las TIC en las escuelas (Mann, Shakeshaft, Becker, & Kottkamp, 1999; Sivin-Kachala, 1998; Wenglinsky, 1998 citados por Lim & Hang, 2003). Estas investigaciones demuestran que las TIC facilitan la adquisición de habilidades de pensamiento de orden superior, proporcionando el andamiaje cognitivo para los estudiantes, junto con permitir que expertos, profesores y estudiantes puedan comunicar sus ideas e intereses y ayudar a los estudiantes en la resolución de problemas en la medida que exploran las conexiones entre conceptos e ideas.

Para lograr una efectiva integración de las TIC en las escuelas, esta se debe utilizar como una herramienta de mediación en las actividades, involucrando a los alumnos en habilidades de pensamiento de orden superior, en la que el pensamiento incide en la acción (Jonassen, 1996, p.27 citado por Lim & Hang, 2003).

La integración efectiva de las TIC en un ambiente de aprendizaje, depende de la forma en que las TIC se encuentre en dicho entorno socio-cultural más amplio. Salomon (1993, p. 189) citado por Lim & Hang (2003) propone: “Ninguna herramienta es buena o mala en sí misma; sus resultados de eficacia contribuye a la configuración completa de eventos, actividades, contenidos y procesos interpersonales que tienen lugar en el contexto en el que se ha utilizado (Lim & Hang, 2003, p. 61).

Manipulativos virtuales

Con el auge de Internet surge la posibilidad de acceder a “manipulativos virtuales”, los cuales son “una representación visual de un objeto dinámico e interactivo, basado en la Web que presenta oportunidades para la construcción del aprendizaje matemático” (Moyer, Bolyard & Spikell, 2002, p. 373 citado por Matus & Miranda, 2010).

Según Coll (2004), las TIC permiten generar nuevas formas de mediación entre los alumnos y los contenidos, donde los alumnos pueden acceder a los contenidos directamente sin la interacción directa del profesor, explorarlos tanto como desee o necesite, siguiendo distintos “itinerarios” de indagación en relación a sus niveles de comprensión y sus preferencias, etc.

La característica de ser manipulativos es, que estos “objetos pueden ser dotados y movidos por los estudiantes para introducir o reforzar una idea o concepto matemático” (Hartshorn & Boren, 1990, p.1 citado en Matus & Miranda, 2010).

Matus y Miranda (2010), presentan las principales características de los manipulativos virtuales:

- Tienden a ser más que la réplica exacta de los manipulativos “concretos” o “físicos” (Geoplano, Bloques de Cuisenaire, Tangramas, Bloques lógicos).
- En general, incluyen opciones adicionales propias de un ambiente digital (copiar y colorear piezas, seleccionar y mover múltiples objetos).
- La mayoría ofrece simulaciones de conceptos y operaciones que no pueden ser fácilmente representadas por los manipulativos tradicionales (Suma de fracciones no equivalentes).
- Algunos combinan representaciones icónicas y simbólicas de conceptos y operaciones en un mismo ambiente (Ecuaciones con balanzas).
- Son flexibles, independientes y dinámicos; pueden ser controlados enteramente por el maestro/a y los estudiantes, además, ser usados en diferentes lecciones, niveles y edades.
- Algunos ofrecen registrar las acciones o resultados para proveer de feedback al estudiante.
- Están disponibles sin límite, en cualquier lugar, las 24 horas del día vía Internet. Profesores, padres y niños pueden acceder a ellos gratis.

Diversas investigaciones de McMillen (1996 citado en Takahashi, 2000), en las cuales compara manipulativos virtuales con manipulativos concretos señalan que, los primeros pueden ser una alternativa real a los segundos, si son utilizados adecuadamente.

Las tecnologías de información y comunicación y la metodología de resolución de problemas

Las TIC, no son cualquier recurso, al punto que cambian las condiciones de “borde” de cualquier proceso de enseñanza–aprendizaje, cambia las condiciones físicas del trabajo, la relación profesor-alumno y alumno-alumno, las formas del trabajo propiamente tal y cambia, entre otros aspectos, la forma en que se aprenden las competencias, habilidades y conocimientos tratados (Pifarré 2004; Santos, 2008; Villarreal 2006).

Estas herramientas permiten que los alumnos examinen el problema desde diferentes perspectivas, donde la generación inmediata de diferentes representaciones, ayuda a que los alumnos analicen cualidades matemáticas relacionadas con el problema trabajado. Se producen cambios que pueden ser tanto en el tipo de tarea y problema, como en la forma de plantear las actividades de aprendizaje (Santos, 2001).

Según Santos (2008), las herramientas computacionales en la resolución de problemas, facilita la implementación de las estrategias, además de potenciar o extender el repertorio de las heurísticas, influyendo en la conceptualización y forma de interactuar con los problemas, incidiendo en una teoría que explique las competencias de los estudiantes, haciéndose necesario una actualización de los marcos conceptuales desarrollados a partir de estudios, en los cuales los alumnos resolvían los problemas usando lápiz y papel.

El uso de tecnología en la resolución de problemas, permite a los estudiantes: búsqueda de relaciones entre los elementos de las representaciones, para identificar las soluciones de los problemas; elaborar conjeturas a partir de la observación de los datos en las distintas representaciones realizadas en cada herramienta tecnológica; generalización de los resultados; realizar análisis de casos particulares; elaboración de conexiones entre los resultados y otros contenidos matemáticos; y comprobación de los resultados obtenidos (Gamboa, 2007).

Por otra parte, cuando se habla de problemas de la vida diaria, lo que Jonassen (2000) y otros autores definen como problemas mal estructurados o Schoenfeld (1989) los define como

problemas abiertos, el uso de los recursos TIC, pasan a ser parte integral de las herramientas y medios con que “debe” contar un estudiante para su solución. El uso de las TIC, permite que los estudiantes puedan pasar de los elementos concretos a lo abstracto, pudiendo desarrollar generalizaciones de las situaciones trabajadas, aumentando sus posibilidades de adquisición de conocimientos y habilidades.

El enseñar matemática por medio de una clase expositiva, puede ser lo más fácil para los docentes, pero que los estudiantes escuchen en forma pasiva, no garantiza la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos, por lo que se requiere una participación más activa de los estudiantes en su aprendizaje. Para esto, se requiere disponer de problemas matemáticos interesantes, sofisticado material didáctico, maestros calificados pedagógica y matemáticamente y estudiantes que participen de un aprendizaje colaborativo (Takahashi, 2000).

Muchos problemas requieren usar y manipular modelos, donde las TIC, además de generar estos modelos, permiten la visualización y utilización de diagramas dinámicos, donde los estudiantes visualicen, manipulen y entiendan, junto con motivarlos a realizar conjeturas en forma intuitiva y posteriormente verificar estas conjeturas. Por ejemplo, los estudiantes pueden trabajar y experimentar realizando simulaciones de probabilidades, donde la tecnología maneja grandes cantidades de datos y funciones en segundos, permitiendo obtener conclusiones (Baugh & Raymond, 2003).

Enseñar resolución de problemas abiertos, es considerada como una de las formas de mejorar la enseñanza de la matemática, sin embargo, esta es una estrategia de instrucción que no ha sido muy aplicada en las clases de matemática ya que no es fácil para los profesores cambiar sus prácticas y por que los docentes no tienen muchas oportunidades de aprender nuevos métodos (Hiebert, 1999 citado en Takahashi, 2000).

Modelo interactivo apara el aprendizaje matemático

El modelo que sirve como una base para la realización de esta investigación fue el modelo interactivo para el aprendizaje de la matemática (Oteiza, Araya & Miranda, 2004). Este modelo se entiende como una formulación teórica (ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos. De acuerdo con Oteiza y Miranda (2004), en su aplicación práctica el modelo sirve como procedimiento para orientar las decisiones de quienes generan situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática; de los docentes en su acción de facilitación de los aprendizajes y de quienes evalúen los aprendizajes alcanzados por los estudiantes. Consecuentemente, en su formulación se encuentran orientaciones y criterios para adoptar decisiones en relación con los diferentes momentos involucrados y, cuando corresponde, las orientaciones están referidas a los diferentes actores que participan en el proceso.

La visión más sintética que se puede ofrecer de la forma de pensar y de actuar que el modelo sugiere se acerca mucho a la expresión acuñada por Davis (1967) en el Madison Project: “conjetura – trata, pon la idea a prueba – observa lo que sucede y... aprende cómo seguir”. De esta manera y fuertemente apoyado en una visión constructiva y social del aprendizaje propuesta originalmente por Vigotsky (1978 y 1986) en el año 1930 y ampliada y mejorada por numerosos autores, el modelo integra diferentes elementos como lo son: la formación docente, los libros, otros recursos de aprendizaje y la tecnología. En su expresión práctica en programas de

enseñanza, se cuenta con material para el alumno (actividades, guías, proyectos, etc.), material del profesor (sugerencias pedagógicas para trabajar los materiales, los contenidos e integrar las tecnologías), material de referencia (tratamiento mas formal de la matemática), materiales manipulativos concretos (fichas, dados, juegos, etc.), evaluaciones y recursos tecnológicos que siguen los principios de diseño teóricos sugeridos en el modelo.

Las ideas centrales que caracterizan el modelo son: estar centrado en la actividad del alumno; estar basado en fundamentos teóricos y prácticos; entregar herramientas al profesor, profesora y alumnos; trabajar aspectos multidimensionales del aprendizaje; considerar diversos momentos para el aprendizaje (exploración, generación de conjeturas, formalización y práctica); estar basado en el nuevo currículo de matemática chileno; usar tecnología de información y telecomunicaciones; incluir propuestas innovadoras de evaluación de aprendizajes que van más allá de las evaluaciones basadas en papel y lápiz, aunque éstas también son usadas por supuesto (Miranda, Villarreal, 2010).

Metodología

La investigación se centró en la realización de observaciones de 19 sesiones de trabajo, durante 28 horas y media, de tres profesores de tres establecimientos del sistema público chileno educacionales y 76 alumno de grado 10, los cuales se encontraban trabajando en el marco del proyecto *Enlaces Matemática*¹ que hace uso del *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Este se realizó a través de problemas abiertos, haciendo uso de recursos tales como guías y tecnologías, específicamente, los computadores y recursos digitales del tipo applet.

Los docentes, ya conocían el modelo denominado modelo interactivo para el aprendizaje matemático, se les proporcionó a estos y a cada estudiante una guía en papel que representa un problema abierto asociado a un recurso applet, con los que los profesores y alumnos pudiesen interactuar para el desarrollo de la clase y la resolución de los problemas.

La metodología usa aspectos cualitativos, haciendo un estudio de casos mediante el uso de instrumentos basados en la metodología observacional. En forma directa se observaron sesiones de trabajo, por parte del autor de esta tesis, utilizando una pauta de observación no cerrada. Los componentes a observar fueron: aspectos pedagógicos del docente; elementos de la sala o laboratorio de computación; aspectos generales, conocimiento específico y estrategias de resolución de problemas del alumno, y aspectos generales, uso cognitivo e instrumental por alumnos y profesores de las TIC.

El enfoque metodológico centrado en la observación del trabajo de profesores y alumnos en el marco de espacios reales de trabajo (salas de clases haciendo uso de modelos curriculares proporcionados en el marco de la investigación), privilegia el tratar de comprender dicha realidad, permitiendo obtener información de primera fuente y de su actuación directa, constituyendo la interacción humana y esta con las tecnologías y los recursos proporcionados, en la fuente principal de datos (Ruiz, 2003), centrando el interés en la situación misma y permitiendo al investigador tener la mayor proximidad a dicha situación, por sobre lo que son la

¹ *Enlaces Matemática* fue un proyecto basado en el *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*, desarrollado por el Oteiza y Miranda. Este fue implementado con el apoyo del Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile, Red Enlaces, en más de 200 establecimientos, con más de 400 profesores y 50.000 alumnos en 9 de las 15 regiones de Chile.

percepción de los participantes, expresadas en entrevistas, o por el análisis de las tecnologías utilizadas.

Así, se realizó una observación detallada e inserta en la realidad de la sala o laboratorio de computación, en el entorno natural donde ocurren las interacciones (profesor, alumno y recursos), buscándose lo específico y lo local, donde se podría o no descubrir algunos patrones (Ruiz, 2003).

En forma paralela a las observaciones, se realizaron grabaciones de las clases, por un profesional distinto al observador. De esta manera, se contó con un recurso adicional para aportar en la recopilación de información de los cursos observados.

Esta investigación, se centró en caracterizar el uso de los recursos tecnológicos por parte de los estudiantes, en particular de applet (del tipo manipulativos virtuales), en la resolución de problemas abiertos en matemática. Todo esto en el marco de un modelo curricular, que hace uso de materiales (guías) y recursos digitales proporcionados por el investigador.

Para esto, se consideró, según lo señala Ruiz (2003), que la mejor manera de organizar y tratar el enorme volumen de información, obtenida de una investigación cualitativa, es por medio de su codificación para reducirlas a categorías. Donde se espera que estos ayuden a la interpretación de los datos, donde dichas categorías pueden hacerse y rehacerse, no siendo considerados como definitivos y pudiendo ser reutilizados en otros estudios.

De esta forma el instrumento cerrado desarrollado estuvo compuesto de las siguientes secciones y sub-secciones y los aspectos considerados encada una de ellas es:

Tabla 1

Aspectos considerados en instrumento de ítems cerrados de observación

Sección	Sub-Sección	Aspectos considerados
Docente	Aspectos pedagógicos	– Elementos metodológicos – Elementos didácticos – Manejo y gestión de la clase – Interacción con alumnos – Metodología de resolución de problema – Manejo del trabajo en grupo – Evaluación – Trabajo de los contenidos
		– Disciplina de los alumnos – Formalización de los contenidos – Momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre) – Organización de la clase – Recursos didácticos – Clima de la clase, relación entre alumnos y el profesor
Alumnos	Aspectos generales	– Interés en los contenidos de la clase – Disposición de los alumnos a la tarea – Automotivación – Trabajo en grupo – Uso y respeto por los espacios
	Conocimiento del contenido específico	– Realización de cálculos – Trabajo de habilidades y competencias del tema tratado – Conocimiento, habilidades y competencias de resolución de problemas
	Estrategias de	– Búsqueda de estrategias

	resolución del problema	– Manejo de estrategias de resolución de problemas
Uso de las TIC	Aspectos generales	– Manejo de los tiempos de la clase – Distractor del trabajo del alumno – Existencia de uso de TIC – Observar avances de los alumnos y la discusión de ideas
	A nivel cognitivo ayudan	– A entender el problema – Como organizador y representación del conocimiento del alumno – En el manejo de situaciones reales – A detectar errores y situaciones anómalas – En el trabajo colaborativo – En el nivel de análisis – A generalizar – A visualizar conceptos – En el manejo de tiempos y a entender el problema – A observar el actuar de sus pares y profesores
	A nivel instrumental permiten	– Buscar y organizar información – Desarrollar cálculos – Trabajar aspectos propios de la disciplina
	Por parte del profesor	– Conoce el recurso tecnológico – Uso del recurso tecnológico

En la siguiente tabla, se presentan las categorías, sub-categorías y una descripción de estas.

Tabla 2

Descripción de las Categorías y sub-categorías incluidas en el estudio

Categorías a observar	Sub-categorías	Descripción
Aspectos pedagógicos	Trabajo con alumnos	Trabaja con todos los alumnos, con los más o menos aventajados; trabaja con los que piden o no piden ayuda.
	Estrategias metodológicas usadas por el profesor	Son aquellas estrategias metodológicas usadas por el profesor: uso de preguntas, retroalimentaciones entregadas, uso de los tiempos, entrega de instrucciones, inicio de la sesión, desarrollo y conclusión de esta, realización de preguntas y contra preguntas, uso de estrategias, orientaciones, entre otros.
	Inicio de la sesión	Motivaciones entregadas por el profesor a los distintos problemas trabajados. Motivaciones entregadas al inicio de la sesión. Forma de presentar el problema, preguntas realizadas, asociación con ideas y conocimientos previos del alumno, usos de recursos, instrucciones para trabajar y organizarse, entre otros.
	Desarrollo de la sesión	Estas se refieren a: respuesta a preguntas; sugerencias y orientaciones, tanto individuales como al grupo o al curso completo; motivaciones; entrega de información; etc.
	Cierre de la sesión	Puesta en común, formalización de los contenidos tratados, se retoman las dudas presentadas, discusión de lo realizado, cómo se hizo, qué se usó y lo aprendido.
	Evaluación	Existencia de evaluación (con algún instrumento o no), del tipo evaluativo o formativa; uso de pautas de observación, anotaciones, solicitud de guías con los desarrollos de los alumnos y del material electrónico trabajado; observación y registro del proceso y avance individual y grupal; consultas individuales y grupales, o al curso completo; avance secuenciado en la medida en que van resolviendo partes del problema.

Estrategias de RP usadas	Sugerencias del profesor para resolver problemas	Sugerencias, por parte del profesor, en la aplicación de estrategias de resolución de problemas hacia sus alumnos.
	Estrategias de RP usadas por el alumno	Estrategias de resolución de problemas observadas en el actuar de los alumnos. Estrategias básicas (leer, buscar y tabular datos, etc.), estrategias heurísticas (resolver sub-problemas más simples que se desprenden del original, etc.), estrategias metacognitivas con procesos de autorregulación, análisis y corrección (hacer resumen, dejar de lado partes del problema que no se pueden resolver y en las que se atasca la persona, y continuar con otra)
Forma de uso de las TIC	Organización del trabajo de los alumnos en el uso de TIC	Organización de los alumnos, ya sea en un trabajo individual o grupal; número de alumnos del grupo; criterios de organización; uso de las tecnologías al interior de los grupos, forma de organizar el uso para resolver el problema de distribución en el laboratorio.
	Uso instrumental de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como herramientas para actividades básicas como anotar datos, hacer tablas, realizar cálculos, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	Uso cognitivo de las tecnologías por parte de los alumnos	Uso de las tecnologías como medio/herramienta cognitiva, de apoyo a la construcción y manejo de conocimiento, tales como generación de modelos, usos de variables, entre otros. Responde ¿cómo se usa?
	Uso instrumental de las tecnologías por parte del profesor	Uso de las herramientas tecnológicas como instrumentos para actividades básicas por parte del profesor, cuando él o ella realiza explicaciones con uso de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
	Uso cognitivo de las tecnologías por parte del profesor	Uso cognitivo de las herramientas tecnológicas para actividades más complejas por parte del profesor, cuando este realiza explicaciones con la utilización de este recurso. Responde ¿cómo se usa?
Actitud	Actitud de los alumnos	Componentes afectivos, focalizada hacia la actitud de los alumnos y observada en la sala de computación, siendo expresado en el comportamiento individual o grupal: automotivación, trabajo realizado, disposición, ausencia de trabajo, comportamiento en clases, compromisos con la tarea, toma de iniciativas, interés.
	Actitud de los alumnos en el trabajo con TIC para RP	Componentes afectivos, focalizado en la actitud hacia las TIC: realización de acciones con TIC, en el contexto o fuera de este para trabajar en la resolución del problema, disposición.
	Actitud del profesor durante la sesión	Componentes afectivos, focalizado hacia la actitud del profesor para trabajar con TIC: disposición, motivación a sus alumnos, sugerencias de uso, etc.
	Clima de la sala de clases	Forma de trabajo de los alumnos, uso de los recursos y espacios, libertad en el desplazamiento en la sala, discusiones al interior de los grupos.
	Relación profesor alumnos	Relación y respeto en el trabajo profesor alumno, capacidad de los alumnos de preguntar y el profesor de responder. Disposición del profesor y alumnos en sus labores. Uso del laboratorio y de los computadores.
Sala de computadores o laboratorio de computación	Trabajo al interior del grupo	Estrategias de trabajo al interior de los grupos, tales como, definición de roles, distribución de tareas, discusiones, búsquedas de datos, definición y organización de uso recurso TIC, desarrollo de las actividades, colaboración interna, reforzamiento de ideas, explicaciones.
	Trabajo entre grupos distintos	Colaboración de, al menos, un alumno de un grupo con otros grupos, desplazamientos en la sala, apoyos básicos, discusión de resultados, alternativas de caminos y estrategias utilizados, conversaciones desvinculadas al problema que se resolvía.

	Recursos	Los alumnos usan diferentes tipos de recursos: computadores, proyector, calculadora, además de libros, uso del profesor como recurso, etc.
--	----------	--

Resultados

Los principales resultados obtenidos, a partir de las observaciones realizadas fueron:

- Los docentes fueron un **monitor externo** del proceso de aprendizaje de sus alumnos (Pifarré, 2001, al citar a Lester, 1985). Sin embargo, **no actuaron como un modelo del comportamiento metacognitivo** (Schoenfeld, 1989).
- Los alumnos aprendieron **estrategias de resolución de problemas** (RP) tanto presentadas por sus profesores, como en forma intuitiva. El modelo y estrategia permitieron involucrar a los estudiantes, los “obligó” a tomar decisiones y utilizar diferentes estrategias y heurísticas (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000; Schoenfeld, 1985; 1989; 1992).
- Se observó consistencia con otras investigaciones en diferentes etapas en que los alumnos resuelven problemas, sin embargo, hay diferencias respecto a la verificación o revisión de los resultados, principalmente por el factor recursos digitales y docentes (Pifarré, 2004; Pifarré & Sanuy, 2001; Schoenfeld, 1985).
- El uso de los recursos digitales, permitieron que los alumnos comprendieran que un problema pudiera tener más de una solución (Pifarré, 2004).

Conclusiones

Las principales conclusiones del estudio fueron:

- Los applet apoyaron a tomar decisiones a los alumnos, proporcionándoles más tiempo para pensar en el problema, sin embargo, no fue un apoyo para entenderlo
- Se hizo un mayor uso instrumental de applet durante la primera sesión de trabajo, aumentando el uso cognitivo en la segunda sesión de trabajo.
- Los recursos facilitaron el uso estrategia de ensayo y error, algunos alumnos utilizaron estrategias más heurísticas. En todos, la retroalimentación inmediata fue un factor relevante (Pifarré, 2004; Santos, 2008).
- Existió una mejor integración del recurso digital cuando: el docente lo presentó; se hicieron preguntas que involucraba el modelo matemático; se lo utilizaba para responder dudas o dar explicaciones; se presentaban las soluciones; los docentes hacían nuevas preguntas; se pedía buscar otras soluciones (Gros, 2000; Pifarré, 2004; Santos, 2008,).
- Respecto a las funciones deseables a desempeñar por el docente estos: a) facilitaron parcialmente el aprendizaje de estrategias, b) No fueron un modelo de pensamiento para sus alumnos, y c) fueron un monitor externo del proceso de aprendizaje de sus alumnos, siendo una ayuda cognitiva para estos (Pifarré, 2001, al citar a Lester, 1985).
- En forma escasa, los docentes generaron discusiones sobre procesos de control (Schoenfeld, 1992).
- El problema debe ser un reto para el estudiante, incrementando la dificultad y dosificando la ayuda (Goldenberg, 2000; Jonassen, 2000; Pelgrum, 2001; Takahashi, 2000).

- Al avanzar en el trabajo de un mismo problema, disminuyeron las intervenciones del docente y aumentó el trabajo de los alumnos (Miranda y Villarreal, 2010; Oteiza y Miranda, 2004).
- Los recursos materiales y digitales apoyaron al docente en la organización y gestión de la clase. Permitieron que cada alumno pensara y trabajara en la RP y al docente disponer de más tiempo para ver los avances.
- El material “obligaba” a los alumnos a leer y comprender el problema y al desarrollo de algunas estrategias básicas de RP.
- Permitieron “nivelar hacia arriba” el trabajo del docente y el uso de estrategias de RP (Oteiza & Miranda, 2004; Miranda & Villarreal, 2010).
- Se observó la incidencia de determinados factores o variables, en la resolución de problemas como los determinados en esta tesis (Charles & Lester, 1989 citados por González, 2000; Pifarré & Sanuy 2002; Pifarré 2004; Schoenfeld 1985; 1989; 1992; 2007).
- Una mejor actitud, interés, disposición hacia las tecnologías y la innovación por parte de profesores y alumnos, permitieron una mejor implementación del modelo (Marcinkiewicz, 1993 citado por Braak et al., 2004).

Limitaciones

- El modelo que integra RP y TIC, requiere que se mejore: la formación previa de profesores (Harskamp & Suhre, 2007); la implementación progresiva de estrategias y niveles de dificultad (Pifarré, 2004); y el apoyo a los alumnos en estrategias heurísticas y metacognitivas (Schoenfeld, 1985; 1989; 1992).
- Es necesario resolver problemas de uso de los applet utilizados que dificulta la interacción por parte de los estudiantes.
- Se sugiere analizar la posibilidad de incluir espacios en los cuales los profesores desarrollen problemas en forma “no limpia” es decir donde se puedan equivocar, cambiar de caminos y estrategias, de manera que sus estudiantes puedan observar dicho actuar y discutir con su docente la forma en que este actúa en el proceso de resolución del problema.

Bibliografía

- Braak, J., Tondeur, J. & Valcke, M. (2004). Explaining different types of computer use among primary school teachers. *European Journal of Psychology of Education*. 19 (4), 407-422.
- Baugh, I., & Raymond, A. (2003). *Making Math Success Happen: The Best of Learning & Leading with Technology on Mathematics*. EE.UU. ISTE.
- C5- Universidad de Chile (2008). *Estudio sobre Buenas Prácticas Pedagógicas con Uso de TIC's al Interior del Aula*. Informe Final (pp.153). Santiago: ENLACES Ministerio de Educación.
- Castells, M. (2002). Lección inaugural del programa de doctorado sobre la sociedad de la información y del conocimiento, *Documento presentado en Inauguración doctorado sociedad de la Información*, Barcelona: Editorial UOC. Disponible en <http://www.uoc.edu/web/esp/articles/castells/menu10.html>
- Coll, C. (2004). Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación. Una mirada constructivista. *Sinéctica*, 25, 1-24.
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*. Nº 19. En http://www.berrikuntza.net/edukia/matematika/sigmaaldizkaria/sigma_19/TENDENCI.PDF

- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2, (3), 11-44.
- Goldenberg, P. (2000). Thinking (And Talking) About Technology in Math Classrooms. En *Education Development Center, Inc.* http://www2.edc.org/mcc/iss_tech.pdf
- González, R. (2000). *Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Barcelona. Cedecs.
- Gros, B. (2000). *El ordenador invisible: hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza*. Barcelona: Gedisa.
- Harskamp, E. & Suhre, C. (2007). Schoenfeld's problem solving theory in a student controlled learning environment. *Computers & Education*. 49, 822–839.
- Informe Cockcroft. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- Jonassen, D. (2000). Computers as mindtools for schools. EE.UU.: Prentice-Hall.
- Jonassen, D. (2001). Communication Patterns in Computer Mediated vs. Face-to-Face Group Problem Solving. *Educational Technology: Research and Development*, 49 (10), 35-52.
- Lacasa, P. & Herranz P. (1995). *Aprendiendo a aprender: Resolver problemas entre iguales*. Madrid: Ministerio de Educación y ciencia CIDE.
- Lim, C. & Hang, D. (2003). An activity theory approach to research of ICT integration in Singapore schools. *Computers & Education*. 41 (1), 49-63. En [http://dx.doi.org/10.1016/S0360-1315\(03\)00015-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0360-1315(03)00015-0).
- Martín, J., Beltrán, J. y Pérez, L. (2003). *Como aprender con internet*. Madrid: Foro pedagógico de internet.
- Matus, C., y Miranda, H. (2010). Lo que la investigación sabe acerca del uso de manipulativas virtuales en el aprendizaje de la matemática. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 5 (6), 143-152. En <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/641/634>.
- Miranda, H. & Villarreal, G. (2010). Tecnologías digitales en el contexto de un modelo de innovación curricular en matemática en Chile. *Revista EM TEIA*. Universidad Federal de Pernambuco.
- Monereo, C. (2000). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Visor.
- Ministerio de Educación Chile. MINEDUC. (1998). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación Media*. MINEDUC: Santiago.
- Naciones Unidas (1998). *Informe Anual para el Desarrollo Humano, Consumo para el desarrollo*. Nueva York: Ediciones Mundi-Prensa.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Washington D.C: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action*. Reston, VA: NCTM.
- Onrubia, J., Cochera, M., y Barberà, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En Coll, C. Palacios, J. y Marchesi, A. (2001).
- Oteiza, F., Araya, R. & Miranda, H. (2004). *Aprender matemáticas creando soluciones: Material del profesor*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.
- Oteiza, F. & Miranda, H. (2004). *Modelo interactivo para el aprendizaje matemático*. Santiago, Chile: Editorial Zig-Zag.
- Pelgrum, W. (2001). Obstacles to the integration of ICT in education: results from a worldwide educational assessment. *Computers in Education*, 37, 163-178.
- Pifarré, M. (2001). Estrategias de resolución de problemas matemáticos: incidencia del uso de una hoja de cálculo en la enseñanza/aprendizaje de la proporcionalidad. En *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. CIDE (Comp.) Premios Nacionales de Investigación Educativa 2000* (193-230). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. CIDE.
- Pifarré, M. y Sanuy, J. (2002). La resolución de problemas entre iguales: incidencias de la mediación del ordenador en los procesos de interacción y el aprendizaje. *Infancia y Aprendizaje*. 25 (2), 209-225.
- Pifarré, M. (2004). *El ordenador y el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en la E.S.O.* Lleida. Universidad de Lleida.

- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trilla.
- Reigeluth, Ch. (2000). *Diseño de la instrucción. Teorías y modelos. Parte I*. España: Aula XXI Santillana.
- Santos, M. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva*. (20), 247- 258.
- Santos, M. (2008). La Resolución de problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. *Memoria del seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.
- SEDICI. (2000). *Métrica de la Sociedad de la Información*.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. California: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En Resnick, L. y Klopfer, L. (1989). *Curriculum y Cognición*. Buenos Aires: Aique.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. En *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United Status, 1970-2008: research and theory, practice and politics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39, (5-6), 537-551.
- Takahashi, A. (2000). Open-ended problem solving and computer instantiated manipulativas (CIM) Research thesis. University of Illinois at Urbana- Champaign. En <http://www.students.edu.uiuc.edu/takahash/mcme9-cim.pdf>
- UNESCO. (2000) *Informe Mundial sobre la Comunicación y la Información 1999-2000*.
- Vigotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Vigotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Edited by Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner, and Ellen Souberman. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Villarreal, G. (2006). La pizarra interactiva una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. En López Ricardo (Coord) Educación matemática y tecnologías de la información [monográfico en línea] Revista Electrónica Teoría de la Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, Número 7(1) Universidad de Salamanca. <http://www3.usal.es/~teoriaeducacion/DEFAULT.htm>
- Waits, B. (2003). Computadores de Bolsillo: ingrediente esencial en la enseñanza y aprendizaje de la matemáticas. Entrevista en *Eduteka* <http://www.eduteka.org/ediciones/articulo18-7a.htm>
- Wertheimer, M. (1991). *El pensamiento Productivo*. Barcelona: Paidós. (1ª Edición 1945).