XIII CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junio, 2011
Recife, Brasil
50 años
del Comité Interamericano de Educación Matemática

La modelización como estrategia metodológica para lograr aprendizaje significativo

Óscar Salas Huertas, Ph.D.
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
osala@una.ac.cr

Resumen

El presente trabajo se enfoca en describir a través de ejemplos el papel fundamental que juega el proceso de la modelización y la contextualización activa dentro de las estrategias metodológicas que deben ser utilizadas por el docente en sus lecciones para lograr un aprendizaje que perdure en el tiempo. Los resultados que aquí se exponen son fruto de trabajo que por varios años hemos venimos realizando un importante grupo de investigadores en educación matemática costarricenses, *Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática* (PI-IFEM), y cuyos aportes han impactado el quehacer académico del país a través de Simposios, Publicaciones y recientemente mediante un canal de diálogo permanente con el Ministerio de Educación Pública (MEP) y otras instituciones asociadas a este órgano.

Palabras clave: educación, matemática, modelización, contextualiza activa.

Planteamiento del problema o tema objeto de estudio

Uno de los problemas que se presenta frecuentemente en Educación Matemática es lograr que aquellos conceptos que se le enseñan al estudiante en secundaria perduren en el tiempo. Es muy común escuchar a los docentes quejándose porque sus alumnos se "aprenden" las cosas únicamente con el fin de superar un examen, pero que una vez concluido el mismo se olvidan de todo y la próxima vez que necesiten de ese contenido se les debe volver a explicar como si nunca lo hubieran estudiado. Esto ocurre en primaria, secundaria e incluso a nivel de la educación superior.

Son varios los factores que influyen para que los alumnos hoy en día no encuentren atractiva e interesante la matemática y estos repercuten en que el estudiante no encuentre la motivación adecuada para interiorizar los conceptos que el docente le enseña. Algunos de estos factores son responsabilidad del estudiante, otros del medio y por supuesto al docente no está exento de estas responsabilidades. Realizando un análisis exhaustivo de los programas de estudio de secundaria en Costa Rica y de algunos cursos específicos de las carrera de Enseñanza de Matemática de la Universidades del país, se observa que la mayoría de los temas están desconectados del mundo real y de las ciencias, esto es, están totalmente descontextualizados, lo que tiene como consecuencia que los estudiantes no conciben la utilidad que tienen las matemáticas en su formación y en el caso de los futuros docentes, ellos tenderán a enseñar de la misma forma en la que recibieron el conocimiento. Esto claramente es inapropiado para la formación de nuestros estudiantes, ya que vivimos en un mundo cada vez más matematizado (Aravena 2001 & Gómez 2002).

Antecedentes

Realizando un pequeño diagnostico de los cursos impartidos por los docentes de educación superior de las universidades estatales, se puede constatar, con algunas pocas excepciones, que las clases tradicional sigue siendo la forma preferida por los profesores para enseñar los contenidos matemáticos, reduciéndose la enseñanza a un trabajo basado en memorizar teoremas y propiedades para aplicarlas en ejercicios muy similares, pero sobre todo privados de contextualización. Lo anterior, no permite al estudiante comprender el verdadero rol de la matemática en la sociedad, y por lo tanto, generará desconfianza a la hora de desarrollarse como profesional.

No cabe duda que el sistema educativo costarricense se ha visto perjudicado por esta forma arraigada de enseñar, sobre todo el aprendizaje de nuestros estudiantes de secundaria, ha sufrido el impacto de tener que aprender conceptos y contenidos fríos y poco aplicables. Cuántas veces no hemos oído la pregunta de nuestros estudiantes: ¿Para qué sirve esto profesor?, ¿Por qué tenemos que aprender estas cosas? Este tipo de preguntas seguirán teniendo cabida mientras no se modifique la forma de enseñar la matemática en nuestras aulas.

En los cursos ofrecidos en las carreras de enseñanza de la matemática del país, falta integración entre la matemática y las otras áreas científicas y se suma a lo anterior que cuando se enseña un contenido matemático específico muchos alumnos no reconocen la importancia de lo que están aprendiendo, no entienden cual es el objetivos para aprender un determinado contenido, y el docente no ofrece las evidencias suficientes de cómo se integra el contenido con otras áreas de la disciplina, siendo esto uno de los principales causantes del fracaso en los cursos de matemática.

Las investigaciones en Educación Matemática ha aumenta exponencialmente en los últimos años, de hecho, podemos decir que esta es ya una disciplina madura, con sus teorías en constante evolución y con un objeto de estudio preciso. Precisamente, una de esas teorías propone el diseño de actividades basadas en la modelización de situaciones reales y de la ciencia. Esta estrategia metodológica ha llegado a convertirse en una prometedora forma, tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias, como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos (Aravena, 2002).

Son muchas las ventajas y los aportes del modelaje en la educación, entre ellos podemos mencionar:

- Su inclusión en el currículo permite desarrollar las capacidades de tipo cognitivas y metacognitivas, además ayudan a comprender el rol de la matemática en la sociedad moderna (Niss, 1993; Alsina, 1998; Blomhoj, 2000; Aravena, 2001 & Gómez, 2002).

- Su incorporación en el currículo facilita la organización e interpretación de la información, la matematización de situaciones (Niss, 1989 & Aravena, 2001).

- Su incorporación en el currículo fomenta la creatividad, el interés por el descubrimiento, la capacidad de analizar e interpretar ejemplos actuales a través de la matemática (Alsina, 1998).

- Su incorporación en el currículo ayuda a desarrollar la capacidad de comunicación, lo anterior mediante, la explicitación de ideas y la comunicación de métodos y justificación de procesos (Alsina, 1998; Aravena, 2001 & Ministerio de Educación Pública, 2011).

- Por último, queremos mencionar que la incorporación en el currículo de la modelización pone en evidencia, que actualmente en la sociedad, el estudiante se enfrentará con resolución problemas, con la realización de estimas, la toma de decisiones, y en este sentido, el modelaje favorece la comprensión de los conceptos y de los métodos matemáticos que permiten tener una visión más amplia de la matemática (Aravena, 2002 & Ministerio de Educación Pública, 2011).

La modelización y la contextualización activa

El Ministerio de Educación Pública (2011) señala que la contextualización activa refiere a un establecimiento específico de vínculos estrechos entre las matemáticas y el entorno de los estudiantes y ocupa o debe ocupar un papel privilegiado en las lecciones de matemática por varias razones, veamos algunas:

- Ofrece significados, sentido de utilidad, y situaciones diversas para poner en juego las competencias y habilidades matemáticas, y, de esta forma, generar una actitud más positiva hacia las matemáticas (que favorece su aprendizaje). La experiencia internacional revela que es posible generar competencias matemáticas suficientes para pasar pruebas incluso complejas, pero no necesariamente la formación recibida se vuelve significativa para toda la vida profesional o provoca que la actitud hacia las matemáticas sea positiva. Es la experiencia en países como Japón, Corea y Hong Kong (China). Uno de los factores centrales al que se acude en la búsqueda por generar placer, seguridad, aprecio por las matemáticas es esta relación estrecha y amplia de contactos entre matemáticas y entornos.
- Otra razón es por ser pedagógica apropiada ya que esta permite ofrecer una escaleras para la construcción de los aprendizajes en las matemáticas, llevándola desde lo concreto hacia lo abstracto.

Por otra parte, se tiene el fundamento teórico: si bien la matemática poseen como objetos los aspectos más generales de lo real y de la relación de los sujetos con el entorno, además, poseen múltiples posibilidades de relacionarse con el mundo físico y social.

El sentido de la contextualización, sin embargo, se ha distorsionado muchas veces, extrapolando su sentido (por ejemplo, afirmando que "toda contextualización es adecuada"), incluso conspirando contra el aprendizaje de la matemática (las cuales son abstractas en su naturaleza), o en contra de habilidades abstractas en el cálculo mental, la estimación o las conexiones matemáticas. En ocasiones, esa visión equivocada de la contextualización, que se puede consignar como "matemáticas para una preparación para la vida," condujo en algunos países a nutrir currículos de bajo nivel matemático, ya que debilitó competencias matemáticas más complejas.

Si bien en los programas de matemática escolares y en muchos textos de Costa Rica se le ha dado una presencia del lenguaje, incluso aparece en objetivos explícitos, la contextualización, no se había logrado articular, ni se le había dado el papel central que se merece. Lo anterior si se logra en los nuevos programas que el Ministerio de Educación costarricense está elaborando (Ministerio de Educación Pública, 2011). El rol al cual nos referimos, no reside simplemente en el revestimiento de contexto de relaciones matemáticas, pues la mayoría de las veces con eso se provocan situaciones artificiales que no logran ni motivar a los estudiantes ni provocar el desarrollo de competencias matemáticas de calidad; aquí se busca el tratamiento de situaciones que genere una participación activa del estudiante. Esta es la razón por la cual se usa el término: "contextualización activa".

La clave del éxito para que la contextualización sea activa y estimule la participación estudiantil reside en la creación de modelos y aplicaciones cercanos a la realidad; es decir, por medio de procesos de matematización y aplicación de instrumentos matemáticos. La modelización en particular apela a la realidad siempre llena de dimensiones diversas y complejas, y, por eso, se exige estrategias múltiples de aproximación y solución. Todo esto está asociado a la estrategia general de la resolución de problemas, aunque de manera precisa: construcción de situaciones de lo real matematizables, problemas especiales, que potencien las competencias matemáticas y el disfrute de las mismas.

La mayoría de sistemas educativos en los países desarrollados potencia esta construcción y manipulación de modelos sobre el entorno como un mecanismo pedagógico formidable. Se trata de una competencia central que está asociada a otras competencias y habilidades: pensar y razonar matemáticamente, estimación y aproximación, resolución de problemas, organización de los datos, etc., dentro del sentido vital que ofrece el contacto con la realidad.

La modelización supone la identificación, el uso de modelos existentes, la modificación y ajuste de los mismos, el diseño y la construcción paso a paso de modelos, la contrastación de la validez de los modelos y si fuese necesaria la recalibración del modelo. El grado de complejidad de los modelos en el currículo escolar dependerá de las situaciones a las que refiere y de los conceptos y procedimientos matemáticos implicados, y eso se debe ajustar en cada nivel educativo. Sin embargo, existe lo que se puede llamar el *espíritu de la modelización*:

identificación, manipulación, diseño y construcción de modelos o instrumentos matemáticos sobre situaciones auténticas del entorno.

En términos muy generales, esta acción se puede resumir en algunos pasos, que se consignan en la tabla siguiente:

Tabla 1

Pasos de la modelización.

Pasos	**Descripción**
Paso 1. El Problema.	Un problema que describe una situación de la realidad (contextualizada) la cual debe ser modelizada.
Paso 2. Sistematización.	Una selección de los objetos, la información y las relaciones relevantes del problema que le permitan obtener una posible representación o idealización matemática.
Paso 3. Modelo Matemático.	Una traducción de los objetos y las relaciones del paso anterior en lenguaje matemático, de tal forma que obtenga un modelo que represente lo que ocurre en la realidad.
Paso 4. Solución.	Uso de los conocimientos matemáticos previos para poder encontrar la solución o soluciones del modelo planteado en el paso anterior, de esta forma, él podrá obtener una aproximación de la solución del fenómeno que se está idealizando en el paso 1.
Paso 5. Interpretación.	Análisis de los resultados y las conclusiones considerando los conocimientos previos que él tiene del problema.
Paso 6. Evaluación.	Verificación a la luz de los resultados matemáticos de la validez del modelo y el poder predictivo que dicho modelo tiene de problema original. Para este proceso puede utilizarse la comparación con datos observados y/o el conocimiento teórico o por experiencia personal que se tenga del problema.

Fuente: Ministerio de Educación Pública, 2011

La contextualización activa se debe plantear en todos los niveles de proceso educativo con los evidentes ajustes, determinados esencialmente por el desarrollo cognitivo del estudiante y las condiciones asociadas.

Por otra parte, el uso y diseño de modelos es una de las competencias matemáticas generales que debe fomentarse en los estudiantes y esta encuentra un enlace ideal con el enfoque de contextualización activa que proponemos, consistente plenamente con los enfoque curricular modernos por competencias y que identifica la modelización como una competencia relevante, así como con un proceso matemático central.

Los papeles de la resolución de problemas y la contextualización activa poseen múltiples puntos de intersección y de convergencia.

Enseñanza usando la modelización como estrategia metodológica

A continuación se presentan dos ejemplos sencillos de cómo podemos impartir una lección de matemática utilizando como estrategia metodología la modelización. Se seguirán el esquema de pasos propuestos en la Tabla 1.

Problema 1.

Paso 1: Primero presentamos un problema que corresponda a una situación real y contextualizada.

Miguel alquiló una casa de habitación a 180 000 colones por mes. Si la tasa de inflación acumulada de los doce meses anteriores al vencimiento de cada año del contrato es menor que el 15% durante los siguientes 5 años, y si el acuerdo entre el arrendante y Miguel es que el porcentaje de aumento en tales condiciones es del 15% por año, calcule el valor de actualización del alquiler mensual al final del quinto año del contrato.

(Facilitado por el profesor E. De Faria)

Paso 2: En este paso el alumno debe tatar de entender cada una de las dimensiones que intervienen en el problema y familiarizarse con el léxico utilizado. Si existe términos que desconoce lo primero que debe hacer es buscar información al respecto. Dependiendo del tiempo a disposición por docente puede hacer consultar la siguiente información o simplemente se le proporciona.

La ley general de arrendamientos urbanos y suburbanos (inquilinato) de Costa Rica, ley 7527, establece en el artículo 67 que, a falta de convenio entre el arrendante y el arrendatario, el precio del alquiler se actualizará al final de cada año del contrato, en un porcentaje no mayor que el 15%, cuando la tasa de inflación acumulada de los doce meses anteriores al vencimiento de cada año del contrato sea menor o igual al 15%. La inflación se calcula de acuerdo al índice oficial de precios al consumidor, de la Dirección General de Estadística y Censos. Cuando la tasa de inflación acumulada de los doce meses anteriores al vencimiento de cada año del contrato es mayor que el 15%, existe otro mecanismo para calcular el aumento del alquiler.

Paso 3: Con la información obtenida con la ley de arrendamientos urbanos y suburbanos, el estudiante debe encontrar las oportunas relaciones entre los datos del problema y debe traducirlo al lenguaje matemático (esto es, obtener la fórmula que lo ayude a resolver su problema), de esta forma, lograr un modelo que represente la realidad.

Paso 4: En este paso el estudiante simplemente utiliza los conocimientos matemáticos previos, esto es, la manipulación algebraica, el trabajo con números reales, etc., para encontrar la solución de problema que se le planteo originalmente.

Paso 5 y 6: Los pasos 5 y 6 a menudo pueden ser trabajados en contemporáneo, ya que antes de analizar los resultados y extraer conclusiones, es importante estar seguros de la validez de nuestro modelo y de su poder predictivo ya que de lo contrario tendríamos que devolvernos al paso 3. Una forma atractiva para que el estudiante verifique el poder predictivo y las consecuencias de su modelo es recoger datos sobre familiares y amigos cuya condición es precisamente aquella de pagar un alquiler y realizar los cálculos respectivos, incluso introduciendo variantes como: modificar el porcentaje de aumento.

Problema 2.

Paso 1: Primero presentamos un problema que corresponda a una situación real y contextualizada.

"Un sismo de 5.1 grados en la escala de Richter se sintió este miércoles en varias provincias de Costa Rica, sin que de momento haya informes de daños, informó una fuente oficial. El temblor ocurrió a las 11:13 hora local (17:13 GMT) y el epicentro fue establecido 8 km en el sur de la ciudad de Limón, detalló Juan Segura, director del Observatorio Sismológico y Vulcanológico de Costa Rica (Ovsicori)".

Fuente: EL UNIVERSA, 29 de diciembre de 2010

"Un sismo de magnitud 6.2 en la escala de Richter sacudió la noche del pasado lunes la costa Pacífica y la zona central de Costa Rica sin reportes de víctimas ni daños materiales, informó el Observatorio Vulcanológico y Sismológico (Ovsicori). El temblor se registró a las 21:26 horas locales (03:26 GMT del martes) y su epicentro se localizó en el océano Pacífico, unos 100 kilómetros al oeste de San José, a una profundidad de 16 kilómetros, indicó el Ovsicori en su sitio en internet. Segura agregó que la profundidad del movimiento telúrico fue de 13 km. - No tenemos informes de daños, aunque en Limón se sintió muy fuerte -, puntualizó".

Fuente: Prensa Yvke Mundial/Telesur, 01 de Junio de 2010

¿Cómo realiza el OVSICORI el cálculo de la intensidad de un sismo? ¿Cuál es la diferencia entre un sismo de 5.1 y uno de 6.2?

¿Puede usarse la escala anterior para la siguiente situación?

El terremoto y tsunami de Japón de 2011, denominado oficialmente por la Agencia Meteorológica de Japón como el terremoto de la costa del Pacífico en la región de Tohoku de 2011, fue un terremoto de magnitud 9.0Mw que generó olas de maremoto de hasta 10m. El terremoto ocurrió a las 14:46:23 hora local del viernes 11 de marzo de 2011. El epicentro del terremoto se ubicó en el mar, frente a la costa de Honshu, 130 km al este de Sendai, en la prefectura de Miyagi, Japón. En un primer momento se calculó su magnitud en 7,9 grados Mw, que fue posteriormente incrementada a 8.8, después a 8.9 grados por el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS). Finalmente a 9.0 grados Mw, confirmado por la Agencia Meteorológica de Japón y el Servicio Geológico de los Estados Unidos. El terremoto duró aproximadamente 6 minutos según expertos.

Fuente: Wikipedia, 28 de abril 2011.

Paso 2: En este paso el alumno debe tratar de entender cada una de las dimensiones que intervienen en el problema (una pregunta fundamental es, ¿cuáles son las variables que intervienen?) y familiarizarse con el léxico utilizado. Nuevamente, los términos desconocidos deben de ser estudiados y analizados.

Paso 3: Recordemos que lo más importante en este paso es la capacidad de transformar el lenguaje verbal (esto es, la situación real) en lenguaje matemático (esto es, una fórmula que describa la situación). Al respecto la siguiente información es fundamental (aquí también el profesor decide la forma en la que los estudiantes deben encontrar esta información, internet, experto, u otro):

La escala de Richter es una forma de transformar lecturas de amplitudes de ondas registradas por sismógrafos en números que miden la magnitud M de un temblor. Todos los temblores son comparados con un temblor nivel cero cuyas lecturas sismográficas *miden 0.001 milímetros a una distancia de 100 kilómetros del epicentro. Un temblor cuya lectura sismográfica mide x milímetros tiene magnitud* $M(x)=\log\frac{x}{x_0}$ *en donde* $x_0=0.001$ *es la lectura del temblor nivel cero*, *con* x *y* x_0 *medidos a una misma distancia del epicentro.*

Paso 4: El estudiante utilizará los conocimiento previos, por ejemplo: medidas, manejo de expresiones algebraicas, logaritmos, etc. Con el objetivo de resolver el problema el cual requiere una respuesta cualitativa cuya fundamentación se basa en cálculos cuantitativos.

Paso 5 y 6: En este caso el alumno producto de la investigación tendrá que analizar la diferencia entre las escalas existente para medir las intensidades de un terremoto. Es muy importante que entienda el papel fundamental de la escala logarítmica y además que le que se sensibilice socialmente al entender las implicaciones de un sismo según su intensidad. Podría ocurrir "sería el ideal" que un grupo de estudiantes propongan su propio modelo a la luz del análisis realizado y esta iniciativas deben ser aprovechadas por el docentes en eventos como *ferias científicas*, *justas de la sabiduría*, u otros tipos de actividades.

Conclusiones y Recomendaciones

La construcción de modelos matemáticos se puede usar como una estructura matemática para representar una realidad, interpretar modelos en términos de lo real, usar, descifrar, reflexionar, analizar, valorar y criticar un modelo y sus resultados.

Los ejemplos desarrollados acá en la sección anterior ponen en evidencia que una lección de matemática donde se utilice como estrategia metodológica la modelización, permite desarrollar una serie de habilidades y competencias requeridas por el estudiante para enfrentar el mundo actual, coincidiendo con las investigaciones internacionales. En respecto, queremos evidenciar que el trabajo en el aula, utilizando la contextualización activa de la matemática, permitirá reducir las dificultades y muchos de los obstáculos epistemológicos que traen los alumnos y que representan obstáculos en los procesos de aprendizaje. La potencia del modelaje, acompañada de la contextualización, repercute evidentemente con el progreso real de los estudiantes, generando un cambio significativo en la concepción de nuestra disciplina y en la dinámica de nuestras aulas.

El proceso de la modelización y la contextualización activa son también en un sentido más amplio una estrategia metodológica para fomentar actitudes como: confianza en relación con la utilidad de las matemáticas, la participación activa y colaborativa por parte del estudiante en el desarrollo de su aprendizaje y el respeto, aprecio y disfrute hacia la matemática.

Referencias y bibliografía

Alsina, C. (1998). Neither a microscope nor a telescope, just a mathscope. *Proceed*. ICTMA-1997.

Aravena, M. (2001). Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un studio basado en la modelización polinómica. Tesis Doctoral. Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals. Universitat de Barcelona, España.

Aravena, M. (2002). Las principales dificultades en el trabajo algebraico. Un estudio con alumnus de ingeniería de la U.C.M. UCMaule. *Revista Académica Universidad Católica del Maule,* 28, 63-81.

Blomhoj (2000). *Developing modelling competence: The different roles of modelling and problem solving*. Roskilde University, Denmark.

Ministerio de Educación Pública. (2011). Programas de Estudio de Matemática. Documento de Apoyo Curricular. Versión preliminar. Costa Rica.

Niss, M. (2001) Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and Modelling. In Matos, J.F; Blum,W; Houston, S.K; Carrera, S.P. (eds.): Modelling and mathematics education (pp. 73-88). Chichester.Horwoord Publishing.

Gómez, J. (2002). De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas. Barcelona: Paidós.