



“PAPIRO” Método para la Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Superior

Andrés Eduardo Hernández Medina
Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Iberoamericana-León
México
andres.hernanadez@leon.uia.mx
andreseduardohdez@gmail.com

Resumen

El aprendizaje de las Matemáticas alcanza objetivos pobres, distan de la visión de grandes pensadores y personajes dedicados a la educación. Basta para dar cuenta de ello, adentrarse en los reportes y resultados de PISA a nivel internacional, ENLACE a nivel nacional, o resultados internos en la Universidad Iberoamericana-León durante el proceso de ingreso. Tomando en cuenta la generalidad, aparece la eterna pregunta ¿Por qué los alumnos logran resultados poco alentadores?, ¿qué elemento(s) faltan o sobran durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA)??. El presente trabajo tiene por objetivo dar a conocer un método que contribuye a que los alumnos desarrollen procesos lógicos de pensamiento en las áreas del lenguaje y de la matemática, relacionen objetos concretos con conceptos abstractos y su aplicación siendo capaces de crecer en la formación de criterios propios.

Palabras clave: Papiro, enseñanza, matemáticas, pensamiento complejo y lenguaje.

Marco de referencia

En la antigüedad la enseñanza de la lengua y las matemáticas era considerada indispensable para que los ciudadanos iniciaran su desarrollo intelectual, esto conjuntándose con la preparación, entrenamiento y estudio de otras áreas, formaban individuos útiles en sociedades prósperas y equilibradas. Un esquema exitoso de educación fue legado por los griegos, con una metodología basada en las 7 artes liberales, conformadas por el trivium cuyo enfoque principal atendía el arte de la comunicación, desarrollando la lógica del lenguaje, y el quadrivium que atendía el conocimiento de las matemáticas con el desarrollo de los procesos de pensamiento lógico matemático.

Este esquema es adoptado por los romanos, adaptándolo y agregando otras áreas del conocimiento según sus necesidades sociales. (Alighiero Manacorda 2007: 164) El médico

Galeno, proponía intacta la vieja contraposición, compuesta por diferentes áreas del conocimiento poniendo mayor atención en aquellas que atendían principalmente los procesos de racionalización. Durante esta época la educación fue en buena parte responsabilidad del gobierno, pero coexistían maestros, escuelas privadas y públicas para atender la formación del ciudadano. Posterior al imperio, inicia una batalla entre el clero, el gobierno y la iniciativa privada con la finalidad de imponer sus técnicas pedagógicas y aquellas áreas del conocimiento que deben ser parte del programa de educación. Bajo esta perspectiva, sobrevinieron y existieron países donde el clero se impuso y otros donde el gobierno y los particulares se hicieron cargo de la instrucción, siendo estos últimos los países que tomaron la vanguardia, desarrollando sociedades más prósperas e individuos que responden y se adaptan mejor.

En el caso de América latina como consecuencia de la colonización, el clero se hace cargo de la educación infiriéndole sus características con cualidades y defectos. Mientras que en Europa la comunicación y comparación de resultados de la educación en los diferentes países es algo permanente, trayendo mejora constante en la técnicas pedagógicas, procesos didácticos y programas de educación, tal vez la lejanía y escasa comunicación en América latina, inevitablemente conlleva a pocos cambios, provocando rezago.

No obstante que se han implementan numerosas políticas y estrategias en los países menos desarrollados para acortar las diferencia entre estos y los países con más desarrollo, los resultados obtenidos en la prueba PISA (2009) muestran que los logros de estudiantes mexicanos refiriéndose a comprensión de lectura y cultura científica, están por debajo de la media internacional, siendo más notoria en el área de matemáticas. Los resultados publicados por la prueba ENLACE (2010), evaluación que se realiza en México y es aplicada en el mismo nivel de educación que la prueba PISA(secundaria), muestra una media de 53.55% de estudiantes con nivel insuficiente, y 34.11% con apenas lo elemental. Estos resultados son similares a los obtenidos en la Universidad Iberoamericana-León en la evaluación de ingreso, donde aproximadamente el 85% de los aspirantes no alcanzan el nivel mínimo de aprobación. Cabe resaltar que el nivel de educación para esta última prueba no es el mismo, por lo que se pueden presentar algunas diferencias al hacer la comparación.

Es inquietante conocer estos resultados, para quienes nos dedicamos a la educación y sobre todo a la educación en matemáticas, pues no podemos dejar de preguntarnos, ¿qué sucede con los procesos de enseñanza?, ¿por qué los alumnos son incapaces de desarrollar las habilidades de un aprendizaje significativo?, ¿qué está ausente o sobra en el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA)?

Un buen método de enseñanza de las matemáticas despierta los procesos de pensamiento lógico, haciendo que el individuo consiga pensar por sí mismo formándose criterio propio, conciencia sobre sí y lo que le rodea, llevándolo finalmente al ejercicio de su libre albedrío, esta es una afirmación de personajes como Platón, Comenio y Locke (Château 2005), por esto es que el objetivo principal de la educación es la liberación. Para lograrlo, Paulo Freire (Freire 1985: 99) hace énfasis en un PEA centrado en la comunicación de los involucrados, más enfocado al desarrollo del pensamiento por medio de retos crecientes acordes a la madurez del aprendiz, que en la acumulación de información de manera enciclopédica, que convierte al alumno en fiel reproductor de la información recibida unilateralmente. Ayn Rand (2010) nos obsequia una idea con pasos secuenciales donde describe lo que ha de suceder para un buen aprendizaje, primero *la percepción requiere de órganos sensoriales educados o al menos despiertos, alertas de todo lo que sucede en el entorno para coleccionar información, la información ha de procesarse por medio de la acción de pensar, un raciocinio entrenado conduce al conocimiento y el ser humano*

ejercerá su libre albedrío en la misma medida en la que desarrolle su conocimiento. Con el ejercicio de este ciclo, el individuo relaciona conocimiento anterior con conocimiento nuevo formando las redes a las que hace mención Gloria Fariñas (2008) al referirse a la zona proximal de Vygotsky, Edgar Morin (1999: 128) recomienda poner mayor atención en las enseñanzas de materias como las matemáticas, que desarrollan el bucle *computar-cogitar*¹ siendo este indispensable para el desarrollo del pensamiento complejo y por último Amparo Moreno (1989) afirma que es un hecho que todas las personas razonamos y aprendemos gran cantidad de cosas sin necesidad de que nos enseñen a pensar o a aprender, pero también es cierto, que algunas formas de esas dos habilidades no se desarrollan en la mayoría de nosotros en ausencia de una instrucción específica.

Si es reconocido que las matemáticas coadyuvan en la liberación del ser humano ¿Qué características deben estar presentes en los elementos que menciona Freire (2004:30), para que el PEA logre la meta esperada? Se sabe que no podemos influir de manera directa en el aprendizaje de los alumnos, pero si podemos influir directamente en la enseñanza. Es por esto que diseñar una metodología que nos conduzca a procesos lógicos de pensamiento, es responsabilidad de quienes nos dedicamos de una u otra forma a la enseñanza y especialmente a la enseñanza de las matemáticas.

Una metodología con carácter amplio, involucra aspectos pedagógicos, didácticos, psicológicos, multilingüísticos, filosóficos, multidisciplinares y más, además de los matemáticos. Habrá necesidad de conocer opiniones de diferentes autores, observando e incluyendo la esencia misma de sus ideas, tratando de acoplarlo lo mejor posible.

Ante una perspectiva sumamente compleja para la enseñanza de las matemáticas, nace este método, como una propuesta para facilitar el proceso de enseñanza para el profesor y la consecuente comprensión y significancia del aprendizaje para los alumnos.

Es conveniente mencionar fundamentándome en la experiencia que he acumulado, que con un proceso de enseñanza disciplinado y diseño centrado en el aprendizaje del alumno, se logra que el aprendiz desarrolle la lógica matemática, pero con resultados disímiles y en momentos más bien tardíos que tempranos. Sin que deje de ser alentador observar esos resultados, me surge una pregunta, ¿la comprensión de conceptos y el desarrollo de la lógica, puede conseguirse de manera más significativa y con mayor anticipación?

Para encontrar alguna respuesta a este cuestionamiento expongo a continuación mi propuesta.

Método “Papiro”

El método “PAPIRO” trabaja tres herramientas simultáneamente, la primera relacionada con el lenguaje, la segunda con los principios y conceptos teórico-matemáticos y la tercera con la relación existente entre los conceptos matemáticos abstractos y las demás ciencias.

Primera Herramienta

Atiende el desarrollo de la lectura de comprensión, la síntesis, la relación con conocimiento anterior y la generación de ideas propias con la ayuda de conocimiento nuevo, escritas inicialmente y socializadas a posteriori. Margot Berger (2005) al presentar un estudio sobre la teoría de formación del concepto de Vygotsky, considera que la lengua es un primer instrumento que debe contribuir al desarrollo de la lógica, el segundo es las matemáticas. Para confirmar que un aprendiz ya ha comprendido un concepto, este debe ser capaz de utilizarlo en el lenguaje corriente al establecer un diálogo correcto y coherentemente con adultos. De la misma manera

¹ Morin (1999, p. 128) *computar* lo refiere a la capacidad lógica de procesar información, y *cogitar* a la capacidad de elegir en base a la reflexión, formando un proceso complejo.

sucede con los símbolos o conceptos matemáticos, el estudiante debe comprenderlos al leerlos en un texto y utilizarlos al momento de comunicarse en el lenguaje matemático. El uso gramatical y retórico de las palabras es al lenguaje, lo que los símbolos y conceptos matemáticos en su aplicación a la vida diaria y su socialización.

Para esta fase puede valerse de resúmenes, reseñas, ensayos, etc. Iniciando con algo muy sencillo como puede ser la lectura de un artículo, una noticia, una entrevista y posteriormente escribir y hablar sobre ello, el segundo trabajo debe ser más complejo que el primero, donde se lee acerca de un tema al menos a tres autores, se realiza una síntesis y al final se incluyen conclusiones y preguntas. El tercero es un trabajo parecido a lo que se puede considerar un ensayo, se presenta una parte introductoria con un objetivo preciso o una pregunta orientadora, un segundo apartado que es el cuerpo, donde el alumno sustenta y argumenta lo expuesto en la introducción y una tercera parte donde se presenta la conclusión o conclusiones. Todos los trabajos deben presentarse con las referencias correspondientes.

Segunda Herramienta

Está orientada a la lectura de comprensión de conceptos matemáticos. El alumno debe consultar al menos tres referencias, presentar un trabajo escrito en forma de síntesis, incluyendo conceptos generales del tema, su ejemplificación, su expresión en los posibles lenguajes, sus aplicaciones, conclusiones, preguntas y referencias. En este trabajo lo más importante son las preguntas, pues estas son las que abren la posibilidad al diálogo, el trabajo es revisado y evaluado por un compañero de clase, auxiliándose de un formato de calificación o rúbrica. Una vez evaluado se regresa a manos del autor y se procede a su socialización donde el profesor funge como moderador, siendo los alumnos quienes generan una buena discusión para generar conclusiones más lógicas y creación de cuestionamientos más consistentes, dando oportunidad a los alumnos de encontrar respuesta a ellos. Para que esta herramienta sea eficaz, el profesor debe conocer los temas a profundidad, ser un experto hermeneuta, utilizar la heurística y la algoritmia para atender y aclarar de la mejor manera posible aquellas dudas que así lo requieran. El profesor debe participar lo menos posible durante la discusión, pero es indispensable que al finalizar esta, intervenga con lo que quedo pendiente de resolver.

Como ejemplo se puede tomar el tema de Derivada, el alumno deberá leer y escribir la definición o concepto que presentan los autores y presentará la que le haya quedado más clara o una definición propia con lo que él logró comprender, citará los teoremas correspondientes que fundamentan la razón de cambio, revisará el método de los cuatro pasos al aplicar el concepto de límite, posteriormente escribirá las reglas de derivación para encontrar la razón de cambio de manera más rápida, algún ejemplo y su representación gráfica, mencionará algunas aplicaciones de la derivada y alguna analogía que encuentre con su licenciatura. A continuación escribirá las preguntas que le hayan surgido a lo largo de la elaboración del trabajo (para lograr la mayor puntuación debe presentar más de dos), en seguida expondrá alguna conclusión si es que la hubiere y finalizará con la cita de las referencias.

Tercera Herramienta

El profesor selecciona o diseña ejercicios, ejemplos, reactivos y casos, que muestren al alumno la aplicación, la interpretación lógica de la relación existente entre objetivo y resultado(s) y el uso de los mecanismos algorítmicos para procesar la información. Hará uso de cinco niveles para mostrar el conocimiento matemático y cinco lenguajes para representar la relación entre la variable independiente y la función; cuatro de los cinco lenguajes han de presentarse lo más posible en la pantalla o pizarrón, para cada uno de los ejemplos, ejercicios o enunciados que se utilicen para mostrar el conocimiento matemático, es decir estarán presentes el lenguaje gráfico,

numérico, algebraico y gramatical, el quinto lenguaje, el empírico, se mencionará con analogías durante el curso, pero tomará concreción cuando cada alumno presente su proyecto final, luego de experimentar con el conocimiento obtenido y relacionarlo con su bagaje personal. En este proyecto el alumno encuentra sentido a los conceptos abstractos de las matemáticas, jugando y recreando situaciones de la vida diaria.

Fundamentando lo que describo a grosso modo con anterioridad están las aportaciones de personas que me anteceden, cada uno contribuye con ideas muy importantes que se enlazan dando forma a PAPIRO.

Vicente Aboites (2008) tal vez retomando ideas de Yakov Yurguin (1973) nos habla de la necesidad de relacionar los conceptos matemáticos con otras ciencias, pues es el uso de las herramientas matemáticas al procesar racionalmente la información colectada en estas otras ciencias que las matemáticas toman sentido, provocando y despertando a la filosofía, este arte de pensar que requiere de profundos procesos de pensamiento que contribuirán al desarrollo del pensamiento complejo.

Erica Westly (2008) expone que la enseñanza de la teoría matemática debe estar relacionada con todas las demás materias, convirtiendo estas en la parte práctica o laboratorio de las matemáticas. Así como la física, química y biología, hacen uso de una formación teórica y práctica, siendo estas complementarias. Las matemáticas íntimamente ligadas a estas ciencias pueden ser develadas, si se muestra la relación que guarda con cada una de ellas.

Perelman (1979) hace uso de los acertijos, los juegos y la imaginación para retar a los estudiantes y crear nuevas oportunidades de juego y de aprendizaje. Santaló (1975), al igual que Castelnuovo (1978: 36) nos animan a que formemos en la aplicación de las matemáticas partiendo de lo concreto recorriendo el camino hasta el abstracto, y retornando posteriormente a lo concreto, dando sentido al nacimiento de las leyes y su aplicación. Polya² aporta una metodología que consta de cuatro pasos para resolver problemas de matemáticas.

Stewart (2008: 10) recomienda observar las funciones matemáticas con cuatro lenguajes, el numérico, el gráfico, el enunciativo y el algebraico. Budnick (2007) deja entrever niveles ascendentes para abordar la enseñanza del lenguaje y su secuencia lógico-matemática, presenta los algoritmos de resolución, la interpretación, ejemplos ilustrativos y aplicaciones sencillas. Reiterando, son las ideas de estos grandes pensadores que PAPIRO tiene consistencia, facilitándole al alumno visualizar la relación de las matemáticas con otras ciencias.

En concreto, cada reactivo que conforma el proceso de enseñanza, cada instrumento que es aplicado para evaluar el aprendizaje de los alumnos y cada idea que surja para el proceso de educación debe contribuir a la formación del pensamiento complejo.

Los niveles que menciono quedan descritos a continuación, señalando las características que deben existir en cada uno de ellos y una pequeña ejemplificación.

1er. nivel (mecánico).- Se exponen ejemplos donde se muestran algoritmos matemáticos que conducen al resultado buscado y se confronta con la información existente en los otros lenguajes. *Un ejemplo para la enseñanza de la derivada, es solicitar la razón de cambio de una función respecto de la variable independiente, la función es representada normalmente en su relación algebraica, pero se puede exponer en un gráfico y una tabla numérica, de igual manera se hace al obtener algebraicamente la derivada por medio de la aplicación de una regla, posteriormente complementar la misma gráfica al colocar la recta tangente en los valores de la variable independiente que sean de interés particular. Para evaluar si el aprendizaje ha sido significativo, el estudiante debe ser capaz de mostrar públicamente la aplicación de una regla de*

² 1) entender el problema, 2) Configurar un plan, 3) Ejecutar el plan y 4) Mirar hacia atrás.

derivación, los procedimientos algebraicos que simplifican la expresión, las gráficas correspondientes y la relación numérica que corresponde a la diferencia de los valores de la función entre la diferencia de la variable independiente (pendiente de secantes consecutivas).

Ejemplo: Obtén la 1ra. derivada de la siguiente función $f(x) = 3x^4$

2do. nivel (selectivo).- Al conocerse diferentes algoritmos que conducen al mismo resultado, el alumno debe elegir de entre algunos de ellos, el que considere más apropiado para encontrar el resultado, teniendo idea clara del por qué se eligió uno en particular. Se repite la comparación con los otros lenguajes.

El ejemplo anterior puede ser útil si la derivada puede ser obtenida por más de un procedimiento, ya que la finalidad de este nivel es que el alumno debe elegir de entre varios caminos el más adecuado acorde a su criterio, justificando el por qué de su elección. La forma de evaluar el aprendizaje es la misma que en el nivel anterior.

Ejemplo: Dada las funciones $I(x) = 3x^4$ y $X(p) = 2p - 5$, obtén la razón de cambio de I en función de p :

En este ejemplo en particular, se puede llegar al resultado aplicando la regla de la cadena o la regla general de la potencia.

3er. nivel (interpretativo).- Al pronunciar un enunciado se hará énfasis en el objetivo de estudio, se elabora una estrategia o plan de solución y se seleccionan el o los algoritmos que conducirán al o los resultados. Una vez concluido el procedimiento de solución se verifica la congruencia del resultado analítico algebraico con lo que se observa en lenguaje gráfico o numérico, por último se interpreta los resultados y se relacionan con el objetivo para obtener una o varias conclusiones.

Para evaluar este nivel se deben seleccionar ejemplos, problemas o casos muy sencillos extraídos del libro de texto, apuntes o problemáticas que ya han sido comprobadas por el profesor, de tal manera que se evite confusiones tanto en la redacción, como en la forma en la que se presenta la información en el enunciado. La revisión de los reactivos tendrá especial atención en la conclusión que el alumnos presente al final. Los niveles anteriores están implícitos en los procedimientos de solución. A continuación se da un ejemplo:

La polio que hace muchas décadas era un peligro mortal, comenzó a declinar debido a que Jonas Salk desarrolló la vacuna. El número de casos en Estados Unidos, desde principios de 1959 hasta el principio de 1963, se puede aproximar mediante la función:

$$N(t) = 5.3e^{0.095t^2 - 0.85t}$$

Donde $N(t)$ es el número de casos de polio en miles y t se mide en años ($t = 0$ corresponde al año de 1959).

¿Cuán rápido cambio el volumen de casos de polio al principio de 1959 y de 1962?

4to. nivel (aplicativo).- En este nivel el alumno debe relacionar los conocimientos adquiridos en los tres niveles anteriores con situaciones particulares y simples de su licenciatura. Siendo capaz de mostrar analogías.

Para evaluar este nivel, Los casos sencillos se utilizan para probar el grado de comprensión y asimilación de los tres niveles anteriores, el alumno encuentra sentido entre el conocimiento

matemático y es capaz de aplicarlo en algunas situaciones simples relacionadas con su licenciatura.

Ejemplo:

Una nutrióloga estudia la frecuencia que presenta el cuadro gripal en estudiantes de una universidad a lo largo de un curso (semestre) ¿Cuál es el impacto que se logra en la frecuencia al cambiar los hábitos alimenticios? Los datos de la población bajo condiciones normales se muestran en el segundo renglón. Y la información colectada del grupo de referencia (muestra) que colaboraron con la nutrióloga y aceptaron una dieta alimenticia balanceada, se muestran en el tercer renglón del cuadro.

t (tiempo en semanas)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
% porcentaje de alumnos que presentó cuadro gripal	5	6.8	9.2	12.4	16.4	21.4	27.4	34.4	42.2	50.5	58.5	66.2	73.1	79	84	88.9	91	93.4	95.1
% porcentaje de alumnos que presentó cuadro gripal	5	6.1	7.3	8.8	10.5	12.6	15	17.7	20.9	24.4	28.3	32.6	37.2	42	47	52	57	61.8	66.5

Donde t representa el tiempo en semanas y % el porcentaje acumulado de enfermos que se van presentando en la enfermería de la Universidad con cuadro gripal. Se sabe que la población es 2000 alumnos.

- Grafica, determina y obtén el modelo matemático que representa el comportamiento.
- ¿Cuál es la función que expresa la razón de cambio instantáneo del porciento de alumnos que presentan cuadro gripal en función del cambio de tiempo?
- ¿Cuál será el número de enfermos que se presentarán en la semana 12?

5to. Nivel (consciente-conceptual).- Los conceptos abstractos se aplican en diferentes campos del conocimiento, los alumnos se reconocen como agentes de cambio al aplicar herramientas matemáticas para proponer alternativas de solución a problemas profesionales y sociales.

Un alumno será capaz de reconocer alguna problemática social o alguna oportunidad de aplicación de los conceptos matemáticos, enunciará dejando en claro el objetivo de estudio y experimentará para comprobar que las alternativas de solución son viables valiéndose de maquetas, prototipos, programas de computo, etc. Presentará por escrito modelos matemáticos, procedimientos, resultados, conclusiones y alguna propuesta. El lenguaje matemático y las diferentes alternativas de expresar las relaciones entre variables se ha convertido en parte de su vocabulario y puede sostener un dialogo congruente y racional.

Al final del curso cada alumno debe presentar un proyecto donde haya aplicado cualquiera de las herramientas matemáticas aprendidas durante el curso.

A continuación expongo los resultados obtenidos al aplicar el método "PAPIRO" a 26 alumnos de 1er. semestre de LNCA (licenciatura en nutrición y ciencia de los alimentos) de la Universidad Iberoamericana-León.

Para tener una referencia clara del punto de partida y los resultados obtenidos, recordaré los datos estadísticos del examen de ingreso a la Universidad Iberoamericana-León, donde aproximadamente el 85% de los alumnos no logran acreditar (página 2 de este trabajo), con el afán de complementar este dato, se les planteó a los alumnos de LNCA la pregunta ¿cómo me han enseñado matemáticas?, con los siguientes resultados de acuerdo a las respuestas:

- 23 alumnos coinciden en haber aprendido de forma mecánica o memorística.
- 2 alumnos con ejemplos donde obtenían el resultado haciendo uso de diferentes algoritmos.

- 1 alumno que le enseñaron con algunas aplicaciones.

Al término del curso se le aplica una evaluación matemática, y se complementó con dos preguntas.

1. ¿Cuáles habían sido las diferencias, si es que las hubo, en la enseñanza de la matemática?
2. Si pudieran medir su aprendizaje, la diferencia de conocimiento entre el inicio del curso y el final, ¿cómo lo calificarían?

Las respuestas pueden resumirse en lo siguiente:

- 20 respuestas hacen alusión a la comprensión de los conceptos abstractos y su relación con los objetos tangibles (aplicación), por medio de la lógica.
- En seis respuestas aparece la significancia del aprendizaje.
- Una respuesta solo hace alusión a un avance y una más es diferente.

Los Resultados de la evaluación matemática:

- El 80% de los reactivos en que se aplica solo un algoritmos para conseguir la respuesta, son resueltos satisfactoriamente, (1er. nivel).
- El 80% de los reactivos en que se debe elegir algún algoritmo apropiadamente, es resuelto bien, (2do. nivel).
- El 74% de los reactivos en los que se solicita la interpretación y relación entre el resultado y el objetivo declarado, son bien resueltos, (3er. nivel).
- El 68% de los reactivos donde se debe aplicar conceptos a situaciones prácticas sencillas, son correctos, (4to. nivel).
- El 71% de los reactivos con aplicación de conceptos abstractos a situaciones complejas, son exitosos, (5to. nivel).

Conclusiones

1. La búsqueda constante de metodologías para mejorar la educación, aseguran el desarrollo de seres humanos libres en sociedades prósperas, consientes y conocedores de su entorno.
2. Desarrollar el raciocinio es más sencillo cuando se presenta un diálogo coherente y consistente entre todos los involucrados en el PEA.
3. El método “PAPIRO” trabaja con el trívium, la lengua matemática y la amplia relación que existe entre las matemáticas y otras ciencias. Esta triada al conjuntarse, facilita el aprendizaje desarrollando paralelamente los procesos lógicos de pensamiento.

Propuesta

1. Extender la aplicación del Método “PAPIRO”, abriendo canales de comunicación para continuar con su perfeccionamiento.

Referencias y bibliografía

- Aboites, V. (2008). *Introducción a la Filosofía de la Matemática*. México: Libro a cielo abierto.
- Alighiero, M. (2007). *Historia de la Educación 1 de la Antigüedad al 1500*. (10 Ed). México, D.F.: Siglo XXI editores.

- Berger, M. (2005). *Vygotsky's Theory of Concept Formation and Mathematics Education*. Recuperado Diciembre 11, 2010, de <http://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol2Berger.pdf>
- Budnick, F. S. (2007). *Matemáticas Aplicadas para la administración, economía y ciencias sociales*. (4 Ed.). México: McGrawHill.
- Castelnuovo, E. (1978). *Didáctica de la matemática moderna*. México: Editorial Trillas.
- Chateau, J. (2005). *Los grandes pedagogos*. (15 Ed.). México: FCE.
- Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares, ENLACE (Agosto 24, 2010). Recuperado (Diciembre 11, 2010) de <http://www.enlace.sep.gob.mx/gr/?p=historicos>
- Fariñas, G. (2008). Taller-Curso *La educación en valores desde la perspectiva histórico cultural*. Universidad Iberoamericana-León (Mayo de 2008).
- Freire, P. (1985). *Pedagogía del Oprimido*. (35 Ed.) México: Siglo XXI editores.
- Freire, P. (2004). *El grito manso*. México: Siglo XXI editores.
- Jurquin, Y. (1973). *Bueno, y qué*. Moscú: Editorial Mir.
- Moreno, Amparo. (1989). Metaconocimiento y aprendizaje escolar. *Cuadernos de pedagogía*, 173, 53-58.
- Morin, E. (1999). *El Método III El conocimiento del conocimiento. Libro primero Antropología del conocimiento*. (3 Ed.). Madrid: Ediciones Catedra.
- Perelmán, Y. (1979). *Matemáticas recreativas*. Moscú: Editorial Mir.
- Polya, G. (sin fecha), estrategias para solución de problemas. Recuperado (Diciembre 16, 2010). de <http://www.winmates.net/includes/polya.php>
- Programme for International Student Assessment (PISA) (2009). *Pisa 2009 Results: Executive Summary*. Recuperado (Diciembre 11, 2010) de <http://www.oecd.org/dataoecd/34/60/46619703.pdf> .
- Stewart, J. (2008). *Calculo de una variable, trascendentes tempranas*. (6 Ed.). México, D.F.: Cengage Learning Editores.
- Westly, E. (2008). *Word Problems. Scientific American Mind*, 19(4), 9. Recuperado de EBSCOhost.
- Wikipedia la enciclopedia libre (2010, Diciembre 08). *Objetivismo*. Recuperado (Diciembre 15, 2010), de <http://es.wikipedia.org/wiki/Objetivismo>