

Inicialmente Cálculo ou diretamente Análise? O caso do curso de Matemática da USP

Gabriel Loureiro de **Lima**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP

Brasil

gllima@hotmail.com

Benedito Antonio da **Silva**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP

Brasil

benedito@pucsp.br

Resumo

Neste trabalho, tratamos da implantação da disciplina Análise Matemática no curso de Matemática da USP e analisamos de que maneira esta foi sendo modificada até se tornar efetivamente Cálculo. O referencial teórico adotado foi a História das Disciplinas e a coleta dos dados foi feita por meio de entrevistas, realizadas de acordo com a metodologia da História Oral Temática. Percebemos que o processo de transição de uma disciplina inicialmente de Análise para outra de Cálculo foi lento, gradual e com diversas idas e vindas, mesmo a partir de 1964, quando ela passou a se chamar Cálculo; foi somente a partir do começo dos anos 1990 que se tornou, de fato, mais semelhante à atual. Pudemos notar ainda que, na graduação em Matemática da USP, o curso inicial de Cálculo já nasceu sem identidade própria, como uma pré-Análise, indo na contramão da história do estabelecimento destes dois campos de conhecimento.

Palavras chave: Cálculo Diferencial e Integral, Análise Matemática, História das Disciplinas, Universidade de São Paulo, Educação Matemática.

Tema de estudo

Esta comunicação apresenta parte dos resultados já obtidos na tese de doutorado que estamos desenvolvendo no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, na qual nos propomos a investigar a trajetória da disciplina inicial de Cálculo ministrada aos alunos da Matemática da Universidade de São Paulo, desde que tal curso de graduação entrou em funcionamento, em 1935, até 1994, quando o curso inicial de Cálculo julgado necessário para a formação do futuro professor (licenciado) se tornou diferente daquele considerado adequado para a formação do futuro matemático (bacharel). No estudo aqui apresentado, trataremos da implantação, em 1935, da disciplina de Análise Matemática no curso e instituição referidos e analisaremos de que maneira esta foi sendo modificada até se tornar, pouco a pouco, outra efetivamente de Cálculo, mais semelhante àquela que encontramos atualmente.

Fundamentação teórica: a História das Disciplinas

Como voltamos nossa atenção àquela disciplina que apresenta os conteúdos fundamentais do Cálculo aos alunos do curso de Matemática da USP, achamos conveniente buscarmos elementos teóricos referentes à História das Disciplinas, campo historiográfico que se propõe a penetrar em algo de certo modo ignorado pelos historiadores: os conteúdos ensinados, os métodos de ensino e os percursos de estudos, buscando nos processos internos

da escola pistas para analisar as complexas relações entre escola e sociedade (GOODSON, 1995).

De acordo com Chervel (1990), até o início dos estudos em História das Disciplinas, estas eram vistas como simples adaptações ou transposições do saber de referência para o saber escolar. A negação dessa idéia é uma das principais contribuições da obra de Chervel, mas, no entanto, o autor destaca que nos ensinos primário e secundário é necessário que haja algum tipo de adequação dos conteúdos a serem ensinados, isto é, preocupações do ponto de vista didático, levando em consideração suas dificuldades e a idade dos alunos. No ensino superior, no entanto, afirma que o saber é transmitido diretamente, sem maiores adaptações, já que, ao alcançar a universidade o estudante não necessita mais de nenhuma preocupação didática particular à sua idade; basta que ele estude o conteúdo apresentado pelo professor para assimilá-lo e dominá-lo. Uma das causas desta diferença seria a própria natureza dos alunos, que são “forçados” a frequentarem a escola no ensino primário e secundário e “livres” para seguirem suas preferências no ensino superior (p. 185).

Seguindo este raciocínio, Chervel não considera adequado se referir aos diferentes conteúdos ensinados na universidade como *disciplinas escolares*, já que a trajetória de ensino dos estudantes evolui, ao longo da vida escolar, gradualmente, em direção a ensinamentos cada vez menos *disciplinares* e cada vez mais *científicos*. No entanto, de acordo com Niss (1999), mesmo no ensino superior começa a haver uma preocupação em perceber como auxiliar os estudantes das universidades a realmente aprenderem Matemática e, conseqüentemente, os ensinamentos transmitidos nestes locais vão se tornando também, pouco a pouco, disciplinares. É de se esperar, portanto, que alguns autores passem a utilizar a palavra *disciplina* em diferentes níveis de ensino, e não somente na educação básica com faz Chervel. Neste trabalho, nos referimos às disciplinas do ensino superior como *disciplinas acadêmicas universitárias*, definidas, de acordo com Resende (2007), como “um conjunto de conteúdos e práticas, frutos de uma transposição didática, incluindo finalidades, elementos pedagógicos e outros do meio profissional de referência e da sociedade em geral, organizado de modo a manter uma unidade científica e didática” (p. 77). Inclui diversos elementos ligados às questões do processo de ensino e aprendizagem, tais como as finalidades do curso no qual está inserida, o perfil do profissional que se deseja formar, etc.

Chervel é autor de um dos textos mais utilizados pelos que optam por realizar pesquisas no campo da História das Disciplinas, mas, em tal material, seu objetivo é fundamentar investigações referentes à história de disciplinas escolares e não de disciplinas acadêmicas. No entanto, entendemos que muitos dos aspectos levados em consideração por ele em seus estudos também podem ser levados em conta se desejarmos estudar a história das disciplinas acadêmicas. O autor destaca, por exemplo, que dos diversos componentes de uma disciplina, talvez o de maior importância seja a exposição do conteúdo pelo professor e/ou pelo livro didático; é este componente que distingue a disciplina de todas as formas não escolares de aprendizagem. Ainda segundo ele, a história dos conteúdos é o componente central do campo de pesquisa em questão, mas seu papel é mais amplo: relaciona o que é ensinado com as finalidades desse ensino e os resultados concretos que ele produz. O historiador das disciplinas tem como tarefa essencial o estudo dos ensinos efetivamente dispensados; deve descrever detalhadamente cada uma de suas etapas, a evolução da didática, pesquisar quais as razões das mudanças observadas, perceber a coerência interna que rege o apelo a diferentes procedimentos e relacionar o ensino dispensado com as suas finalidades. Investiga também mudanças nos métodos de abordagem dos assuntos, na organização e na estrutura do conteúdo apresentado, além de analisar a predominância de certos padrões, de certos modelos de condução de uma disciplina durante um determinado período. Destaca ainda que é preciso ter consciência de que “aquilo que o aluno aprende não tem grande coisa a ver com o que o professor ensina” (p. 208) e que a História das Disciplinas deve estudar a

natureza exata dos conhecimentos adquiridos, reunindo e tratando testemunhos diretos e indiretos dando conta da eficácia ou não do ensino e das transformações efetivas dos alunos. Neste sentido, despontam pesquisas como a que realizamos, que além de analisarem livros didáticos e documentos referentes aos cursos analisados, dão voz, por meio de entrevistas, às pessoas diretamente envolvidas no processo de ensino e aprendizagem: professores e/ou alunos que vivenciaram tais cursos. Essas entrevistas foram realizadas de acordo com a metodologia da História Oral Temática, que será detalhada a seguir.

Método

Na pesquisa em questão, utilizamos dois grupos de fontes escritas; um deles constituído por documentos oficiais da Universidade de São Paulo, programas de cursos de Cálculo, teses e dissertações tratando do tema de nosso interesse, livros didáticos, apostilas, notas de aula, etc; e outro constituído pelas textualizações das entrevistas que realizamos com pessoas envolvidas no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo. Para a constituição das fontes do segundo grupo, nos baseamos na História Oral Temática, entendida, de acordo com Garnica (2004), como:

A perspectiva de, face à impossibilidade de construir “a” história, (re)construir algumas de suas várias versões, aos olhos dos atores sociais que vivenciaram certos contextos e situações, considerando como elementos essenciais nesse processo as memórias desses atores – via de regra negligenciados pela abordagem sejam oficiais ou mais clássicas – sem desprestigiar, no entanto, os dados “oficiais”, sem negar a importância das fontes primárias, dos arquivos, (...) os quais consideramos uma outra versão, outra face dos fatos. (GARNICA, 2004, p. 155).

O primeiro passo para iniciarmos um estudo utilizando a História Oral é termos uma questão geradora, que, no caso desta pesquisa, disse respeito a como a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral foi implantada no curso de Matemática da USP e de que forma se transformou, pouco a pouco, de uma disciplina inicialmente de Análise Matemática para outra efetivamente de Cálculo; fixada a questão, passamos a buscar os depoentes, em um processo que ocorreu na forma de rede. Depois de realizadas, as entrevistas foram textualizadas, transcritas, retornaram aos depoentes para conferência e cessão dos direitos de uso e, finalmente foram analisadas segundo o que Bolívar (2002) chama de *análise paradigmática de dados* narrativos: elaboramos categorias para obter determinadas generalizações a respeito do tema estudado, buscamos temas comuns ou agrupamentos conceituais no conjunto das narrativas obtidas durante a pesquisa. Esse tipo de análise é bastante semelhante à Análise de Conteúdo convencional e, por esta razão, a adotamos não somente para as entrevistas. Os principais documentos analisados, a saber, as textualizações das entrevistas e os livros-didáticos de Cálculo, utilizados pelos nossos depoentes quando alunos ou quando professores foram interrogados da mesma forma, por meio de categorias que nos permitissem compreender como foi a transição de uma disciplina inicialmente de Análise Matemática para outra efetivamente de Cálculo.

Resultados

Na época da fundação da Universidade de São Paulo, em 1934, diversos professores estrangeiros foram contratados, dentre eles o matemático italiano Luigi Fantappiè que, implantou a disciplina de Análise no curso de Matemática que começaria a ser oferecido pela FFCL da USP, trazendo aos cursos de Cálculo, ministrados em São Paulo, o que estava em voga na escola matemática italiana, considerada na época avançada e bem conceituada. Ao

contrário do que acontecia nos cursos oferecidos antes da fundação da USP, em que se estudava apenas derivação e integração com ênfase nas regras destes processos e visando uma aplicabilidade do conteúdo, o objetivo da disciplina de Análise era a conceitualização e a fundamentação teórica e formal do assunto trabalhado. Foi neste curso de Fantappiè, por exemplo, que o conceito de função foi apresentado pela primeira vez no ensino superior brasileiro de acordo com a concepção de Dirichlet, aquela considerada na época a mais completa, e que a noção de limite foi tratada segundo as idéias e notações de Weierstrass.

Em 1939, Fantappiè retornou à Itália e seu assistente, o professor Omar Catunda, assumiu interinamente a cadeira de Análise Matemática, permanecendo no cargo até 1962, ano em que se aposentou da FFCL. O curso ministrado ainda era bastante parecido com o de Fantappiè e o próprio Catunda faz referência a esse fato no prefácio de suas apostilas. Percebe-se, no entanto, uma preocupação em não somente reproduzir aquilo que era feito anteriormente, sem nenhuma crítica; havia a intenção de aperfeiçoar o curso, revendo o que dificultava o entendimento dos alunos. Ainda no prefácio de seu material, comenta, por exemplo, que: “preocupou-se, particularmente, em simplificar as demonstrações, sem sacrifício do rigor matemático, e ao mesmo tempo em manter a constante aproximação da Análise com a intuição geométrica” (CATUNDA, 1952, 1º volume), afastando-se, pouco a pouco, do caráter excessivamente abstrato que Fantappiè havia imposto ao curso.

A análise dos materiais escritos por Catunda nos permitiu conjecturar que este matemático foi, pouco a pouco, reformulando a disciplina ministrada no primeiro ano, dando a ela um caráter mais prático, que proporcionasse aos alunos, primeiramente, manipular os conceitos fundamentais do Cálculo, para somente depois se preocuparem com a conceitualização teórico-formal daquilo que havia sido trabalhado. Convém frisarmos, no entanto, que tais reformulações são bastante sutis e, provavelmente, estavam mais presente em suas apostilas e no seu livro do que, efetivamente, em suas aulas. Esta idéia deve ter sido algo que Catunda, a partir do momento em que assumiu a cátedra de Análise, tenha incorporado, pouco a pouco, a seu curso, já que, de acordo com a professora Elza Furtado Gomide, que foi sua aluna em 1942, na época em que ela era estudante, a disciplina conduzida por ele ainda não tinha nada de prática; era um curso de Análise formal, sem nenhuma preocupação com algoritmos de cálculo e abordando teoremas nada elementares. Segundo seu depoimento,

O curso começava com a construção dos números reais. Isso é uma belíssima construção, mas extremamente elaborada. Eu me lembro muito bem que eu achei uma maravilha a idéia de corte, mas fazer, em um primeiro contato dos alunos com o Cálculo, a definição das operações e de suas propriedades baseada na noção de corte, é uma tragédia! (...) O curso só começava a interessar quando entrava nas noções de derivada e integral. (GOMIDE, entrevista, 2008).

No início da década de 1950, as aulas de Análise para os alunos do primeiro ano já não eram mais ministradas pelo próprio Catunda; estas já haviam sido assumidas pela sua então assistente, a professora Gomide, para a qual

A disciplina de Análise Matemática deveria ser dada depois da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral; primeiramente dar um curso de Cálculo sem crítica e depois fazer a Análise, que é, na verdade, a justificativa, a crítica do Cálculo, com todos os teoremas, a construção dos números reais, etc. Afinal, como os alunos poderiam compreender diretamente a crítica de algo que ainda nem conheciam? (GOMIDE, entrevista, 2008).

Convém observar que, nos materiais escritos por Catunda, já há alguns indícios desta idéia defendida por Gomide que, segundo ela mesma destacou na entrevista que nos concedeu,

desde que começou a dar aulas teóricas para os alunos da FFCL, procurou dar um direcionamento diferente à disciplina, passando, inclusive, a adotar um livro - *A Course of Pure Mathematics* de G. H. Hardy - que, em sua opinião, entrava mais diretamente no Cálculo.

Ubiratan D'Ambrosio, aluno de Gomide no ano de 1951, afirmou que, na época em que Catunda ainda era professor do primeiro ano, a disciplina era dada de acordo com o “modelo do Fantappiè e já começava com todo o rigor. (...). Era complicado. Então eles tomaram essa decisão de quebrar o curso em uma parte que seria a introdução cobrindo tudo e outra parte que seria a Análise vista sob um ponto de vista mais rigoroso”¹. Destacou, no entanto, que, embora Gomide tenha tentado aproximar seu curso do Cálculo, ele ainda continuava mais próximo da Análise.

A partir da década de 1960, a idéia de que deveria haver uma disciplina de Cálculo precedendo a de Análise começou a ganhar força nas FFCL do país e uma das possíveis causas para este fato foi a introdução, no ensino superior brasileiro, dos livros americanos de Cálculo e de Cálculo Avançado que, de acordo com Lima (2006, p. 129-130) propunham uma abordagem diferente daquela presente nos tradicionais cursos europeus de Análise Matemática. No ano de 1964, a cadeira de Análise Matemática da FFCL da USP passou a se chamar Cálculo Infinitesimal, mas, segundo Pires (2006, p. 344), apesar da mudança de nome, em termos de conteúdo, continuou contemplando aquilo que já contemplava. A partir deste momento, os conteúdos trabalhados na disciplina de Cálculo I eram revistos, com um nível maior de rigor e com uma abordagem mais crítica, mais analítica na disciplina de Cálculo II. É, portanto, a partir de 1964 que podemos, de fato, falar da existência de uma disciplina chamada Cálculo no currículo do curso de Matemática da Universidade de São Paulo. No entanto, mesmo já com esse nome, ainda demorou até que sua estrutura se tornasse próxima daquela que conhecemos atualmente.

Ao longo da década de 1960, após a aposentadoria de Catunda e a mudança de nome da cátedra de Análise para Cálculo, o que observamos são cursos que, com maior ou menor intensidade, dependendo do professor que o está ministrando, ainda tem orientação mais voltada à Análise do que ao Cálculo, com ênfase na apresentação formal do conteúdo, nos teoremas e nas suas demonstrações:

Fazíamos supremo, ínfimo, os epsilons e deltas, demonstrávamos teoremas de continuidade, enfim, coisas que hoje não se fazem nos cursos de Cálculo. (...) Era um curso de Cálculo, voltado às técnicas de Cálculo, mas que englobava também esta parte que hoje se deixa para a Análise. (HELLMEISTER, entrevista, 2009).²

Destacamos, que, nesta época, os alunos tinham, em cada disciplina, um professor responsável pelas aulas teóricas e outro encarregado de ministrar aulas de exercícios e que, apenas nas aulas teóricas, é que a ênfase estava nos aspectos formais do conteúdo. Nas aulas de exercício, já predominavam questões envolvendo cálculos de limites, derivadas e integrais. As avaliações contemplavam tanto a parte teórica, na qual os alunos precisavam discutir os conceitos vistos e reproduzir demonstrações apresentadas em sala de aula, quanto exercícios mais técnicos, mais de cálculo efetivamente.

Uma observação feita por um de nossos entrevistados nos dá pistas de que, naquela época, já estava começando a acontecer um fato bastante comum atualmente: os alunos concluírem a disciplina sabendo manipular muito bem as técnicas, mas sem terem aprendido,

¹ D'AMBROSIO (2009).

² Neste depoimento, a professora Ana Catarina Pontome Hellmeister descreve como era o curso de Cálculo I que fez como aluna da USP em 1967.

ainda que de maneira intuitiva ou superficial, o significado de cada um daqueles conceitos vistos:

A professora (...) falou: façam exercícios porque é o único jeito de aprender as técnicas. E eu fiz e realmente aprendi as técnicas (...) por repetição. (...) No entanto, quando eu me formei e fui dar aulas, não sabia, por exemplo, o que era uma derivada; eu sabia calcular. (DE SOUZA, entrevista, 2009).

Outro ponto que merece destaque é que foi na década de 1960, mais precisamente, em 1964, no curso conduzido pelo professor Carlos Benjamin de Lyra, que, pela primeira vez, um manual efetivamente de Cálculo - *Calculus with Analytic Geometry – A First Course*, de Protter & Morrey - foi indicado como referência para esta disciplina. A partir de então, os livros adotados, mesmo a disciplina ainda estando mais próxima da Análise, já eram, em sua maioria, de Cálculo.

Entre o final da década de 1960 e início de 70, diversos recém-formados no curso de Matemática da USP foram contratados como professores da instituição e aquelas disciplinas destinadas aos ingressantes acabavam ficando, na maioria das vezes, sob a responsabilidade destes jovens docentes, que, pouco a pouco, começaram a se incomodar com o rendimento insatisfatório apresentado pela maioria dos alunos no curso inicial de Cálculo e passaram a buscar, ao longo da década de 1970, formas diferenciadas de trabalhar com os conceitos como, por exemplo, a adoção do livro *Cálculo: um curso universitário* de Edwin Moise, que propõe uma abordagem em espiral do conteúdo, e a realização de experiências de ensino baseadas em atividades de discussões em grupo e roteiros de estudos dirigidos. No final da década, no entanto, a disciplina volta a ser trabalhada de forma tradicional, por meio, exclusivamente, de aulas expositivas e adotando como referências manuais com abordagens clássicas.

Já no decorrer da década de 1980, ao mesmo tempo em que observamos, em determinado momento, um curso inicial de Cálculo com ênfase na manipulação de técnicas e adotando como referência principal um manual com esta mesma orientação, no momento seguinte a mesma disciplina volta a ser ministrada com ênfase na apresentação rigorosa e formal do conteúdo abordado, sem qualquer preocupação com as técnicas e com a manipulação dos conceitos vistos, com ex-alunos chegando a afirmar que, ao final do curso, haviam efetivamente aprendido o conceito, mas que não sabiam manipulá-lo e vice-versa; sabiam, por exemplo, conceituar de maneira rigorosa e formal a idéia de integral, mas não eram capazes de calcular uma integral mais complicada. Os livros mais populares entre alunos e professores nesta década eram os de Hamilton Guidorizzi, Louis Leithold e Roberto Romano.

Apesar desta convivência quase que simultânea de disciplinas conduzidas com orientações tão diferentes, para alguns professores, durante a década de 1980, o curso de Cálculo da Matemática começou a perder muito do rigor que o havia caracterizado até então e este fato não os agradava. A professora Cristina Cerri, por exemplo, destacou que ela estava naquele grupo de professores que achavam que a disciplina estava sendo ministrada com um nível de rigor abaixo do esperado, e que, este grupo, tentando reverter tal situação, optou por ministrá-la utilizando como referência bibliográfica o livro *Calculus* de Michael Spivak. Segundo Vitor de Oliveira Ferreira, atual professor do IME e um de nossos entrevistados, que foi aluno de um destes cursos baseados no Spivak, no primeiro semestre de 1989. Segundo ele, sua turma de graduação foi uma das últimas – talvez, até mesmo, a última – a passar por um curso tão rigoroso de Cálculo: “pelo que me dizem os colegas aqui do IME, pouco tempo depois [de eu ter cursado a disciplina], o ensino do Cálculo se transformou nesse (...) que é mais voltado para contas, para manipulações de integrais, etc, do que para a formalização da

teoria”³. Ferreira comentou também que, naquela época, dado o nível de aprofundamento com que os conceitos eram tratados no Cálculo, a disciplina de Análise não abordava novamente aqueles assuntos já estudados; o seu conteúdo programático era completamente diferente; afinal, não faria sentido estudar novamente algo que já havia sido visto no Cálculo com tantos detalhes.

Esta experiência de ministrar Cálculo adotando como referência o livro de Spivak, que não pudemos constatar exatamente quando começou, durou, segundo Cerri apenas dois anos; chegou ao fim no início da década de 1990. A partir de então, a disciplina passou a ser ministrada dando, cada vez mais, ênfase à manipulação das técnicas de cálculo de limites, derivadas e integrais do que à formalização de tais conceitos, que são sim apresentados de forma rigorosa, mas com um nível de rigor e formalismo mais baixo do que aquele com os quais serão vistos novamente nas disciplinas de Análise Real, que o aluno do bacharelado cursa no 3º semestre de sua graduação, e de Introdução à Análise que o aluno da licenciatura cursa no 5º semestre de sua graduação (de acordo com o currículo em vigor na instituição atualmente).

Discussão dos resultados

A partir da fundação da Universidade de São Paulo, da criação, na FFCL dessa instituição, do primeiro curso superior de Matemática do país e da chegada de Fantappiè ao Brasil, observamos uma mudança de objetivos no ensino do Cálculo, situação comumente observada quando se estuda a trajetória de uma disciplina de ensino. Os currículos adotados nas escolas militares e escolas politécnicas existentes no país antes da criação da Universidade de São Paulo – locais onde o Cálculo era ensinado até então - foram elaborados com a função de proporcionar uma formação adequada à militares e engenheiros; deveriam ser transmitidos saberes que pudessem auxiliar esses profissionais no exercício de suas funções. Já no caso de um curso como o da FFCL, que visava à formação de matemáticos, os objetivos deveriam ser outros; o currículo deveria ser pensado de forma a proporcionar uma sólida conceitualização das teorias matemáticas, já que somente o domínio de técnicas, da Matemática como ferramenta, não seria suficiente para o exercício profissional dos egressos daquele curso. Eles necessitariam de um conhecimento profundo sobre esta ciência em todos seus aspectos. E tudo isso se refletiu na forma como foi elaborado o programa da disciplina introdutória de Cálculo a ser ministrada a estes alunos; Fantappiè entendeu que o mais adequado era iniciar com uma disciplina de Análise Matemática.

Ao introduzir a Análise Matemática no Brasil, nos moldes do que se fazia na escola italiana da época, Fantappiè estabeleceu um novo modelo de ensino, influenciando, inclusive, aquelas universidades que diziam ensinar Cálculo e não Análise, conforme atesta Lima (2006, p. 81), ao afirmar que “em algumas escolas de nível superior, mesmo sob o nome de Cálculo [e não Análise Matemática], o ensino dessa disciplina passou a seguir os padrões impostos pela comunidade italiana aqui instalada a partir de 1934”. Perceber o estabelecimento e a permanência destes modelos é, de acordo com Chervel (1990), um dos objetivos das pesquisas que se fundamentam na História das Disciplinas.

Conforme já foi destacado, a professora Gomide, ao assumir as aulas teóricas de Análise Matemática do primeiro ano, no início da década de 1950, tentou, ao menos em tese, dar a disciplina uma abordagem mais próxima do Cálculo Diferencial e Integral; na prática, no entanto, continuava ensinando Análise. De qualquer forma, podemos afirmar que o fato de tal docente ter assumido essas aulas foi decisivo na história da disciplina introdutória de Cálculo ministrada aos alunos do curso de Matemática. Ele marca o primeiro movimento

³ FERREIRA (2010).

explícito em direção a um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral e não de Análise Matemática, como ocorria até então. O período que se inicia com o curso de Gomide pode ser caracterizado como um daqueles momentos que Chervel (1990) classifica como de perturbação (ou transição), nos quais se observam turbulências no que é ensinado e o modelo antigo permanece (ensinar primeiramente Análise) ao mesmo tempo em que o novo começa se instaurar (ensinar primeiramente Cálculo).

A aposentadoria de Catunda da FFCL, em 1962, também foi um fato marcante, já que, a partir daquele momento, não houve mais a figura de um catedrático à frente da cadeira de Análise Matemática, ou seja, passou a não haver mais um professor que, independente de em determinado ano estar ou não lecionando aquela disciplina, era o responsável por ela, por determinar o que deveria ser ensinado e qual o direcionamento que deveria ser dado ao curso, como faziam Fantappiè na década de 30 e Catunda nas décadas de 40, 50 e início de 60. A partir de 1962, o professor que fosse ministrá-la era quem determinava – com base, é claro, na ementa e no programa oficial – de que forma o trabalho seria conduzido, qual a bibliografia que seria adotada, etc. A partir da saída de Catunda, muitas mudanças radicais que encontramos na condução e na apresentação dos cursos de Cálculo são, na verdade, consequências específicas e momentâneas da atuação das pessoas que estavam ministrando a disciplina naquele determinado período, e não necessariamente, projetos da instituição (USP) ou do Departamento de Matemática.

A partir de meados da década de 1960, o modelo americano de ensino de Cálculo começa a exercer grande influência no ensino superior brasileiro por meio da introdução de livros-didáticos com esta orientação. Na USP, especificamente, foi em 1964, por meio do professor Lyra que um manual deste tipo foi indicado, pela primeira vez, como referência bibliográfica. Tal docente, entre 1960 e 1961, esteve nos Estados Unidos em estudos acadêmicos e é provável que lá tenha tomado contato com maneiras diferenciadas de abordar os conteúdos do Cálculo e, ao se tornar professor de tal disciplina, tenha optado por conduzir o curso de acordo com este novo direcionamento, escolhendo como referência bibliográfica o livro *Calculus with Analytic Geometry – A First Course* de Protter & Morrey.

Outro aspecto importante de ser destacado na trajetória do ensino do Cálculo na USP é que, em diversos cursos da disciplina ministrados a partir da década de 1960, embora durante as aulas a preocupação principal do professor fosse a fundamentação rigorosa da teoria, o estilo dos exercícios selecionados por ele para que os alunos resolvessem nos momentos de estudo privilegiava, em demasia, o treino, por meio da repetição, das técnicas de cálculo de derivadas, integrais, etc., e não um aprendizado significativo daqueles conceitos vistos detalhadamente nas aulas teóricas. Rezende (2003) destaca que disto decorre um conflito pedagógico entre o que se faz e o que se pede: nas aulas prevalecem as demonstrações e as formalizações, enquanto nos exercícios e nas avaliações o que se cobra, em geral, são técnicas de cálculos de limites, derivadas e integrais. Neste aspecto, talvez, estes cursos ministrados a partir da década de 1960 já estivessem mais próximos do que é feito, atualmente, apesar de, hoje em dia, haver o agravante de o trabalho ser feito quase que exclusivamente com ênfase nas técnicas mesmo nas aulas teóricas, o que não acontecia naquela época; ao menos durante a exposição da teoria, o aluno tomava contato com detalhes importantes que atualmente ficam em segundo plano em muitas das disciplinas de Cálculo oferecidas no país.

Com relação às mudanças observadas na forma de conduzir os cursos de Cálculo na década de 1970 – a adoção do manual de Moise como referência bibliográfica e aulas baseadas em roteiros e discussões em grupo – é importante destacar que elas não tiveram como objetivo “facilitar” a disciplina, deixá-la mais próxima do Cálculo do que da Análise, mais intuitiva, mais voltada à manipulação de técnicas. O objetivo dos que as propuseram era tentar proporcionar aos alunos um aprendizado significativo daquele conteúdo que

continuava – e, de acordo com o que se defendia na época, deveria continuar - a ser trabalhado de forma bastante rigorosa e formal. De acordo com a professora Iole de Freitas Druck, “nossa pretensão, aquilo com que nos preocupávamos, era que os alunos aprendessem, de fato, a fazer as demonstrações com epsilons e deltas. Aliás, nesses cursos não havia muito contexto não; era mais a teoria (...) era mastigar conceitos”⁴. Nossos entrevistados chamam a atenção, por exemplo, para a dificuldade dos exercícios propostos na época, que eram, na maioria das vezes, teóricos; questões do tipo “calcule tal coisa” apareciam com menor frequência, já que a ênfase estava mais na teoria do que nas técnicas. Convém observar que essas reformulações não foram incorporadas à prática dos professores do Instituto de Matemática; foram experiências isoladas de um grupo de docentes que estava ministrando a disciplina naquelas ocasiões.

Mais uma vez, destacamos a ocorrência de idas e vindas no processo de transição de uma disciplina inicialmente de Análise para outra efetivamente de Cálculo. Comparando, por exemplo, os diversos cursos ministrados ao longo da década de 1970, entre eles mesmos e com aqueles ministrados na década de 1960, percebemos que há, em curtos períodos de tempo, movimentos tanto de aproximar a disciplina do Cálculo e afastá-la da Análise quanto de aproximá-la da Análise e afastá-la do Cálculo. Durante a década de 1980 tais idas e vindas se tornam mais explícitas, com a ocorrência desde cursos totalmente voltados às técnicas até outros propondo um retorno a uma disciplina inicial que fosse de Análise, sem qualquer ênfase aos cálculos, adotando, para isso, o livro *Calculus* de Spivak como referência principal.

Foi a partir do começo dos anos 1990 que o curso inicial de Cálculo se tornou, de fato, semelhante ao atual, sem tantas diferenças de enfoque, de um ano para outro, como acontecia até então. A partir deste momento, o tratamento dado a tal conteúdo se torna mais uniforme, embora, é claro, ainda possa haver algumas pequenas alterações no nível de rigor e formalismo, dependendo do professor que está ministrando a disciplina, mas, ainda assim, não são diferenças tão grandes como as observadas anteriormente. Parece que o que se espera, a partir de então, de um aluno da Matemática que tenha concluído o curso inicial de Cálculo, não é que ele seja capaz de definir de maneira formal e com o nível de rigor esperado de um matemático os conceitos vistos, mas sim que tenha habilidade em operar com funções reais de uma variável real, sendo capaz de calcular limites, derivadas e integrais de funções deste tipo, além de resolver problemas englobando tais conceitos. O curso inicial de Cálculo passa a ter como uma de suas funções principais apresentar aos alunos as ferramentas da Matemática de nível superior com as quais ele precisará trabalhar ao longo de sua graduação. O tratamento mais rigoroso e formal das idéias presentes em tais ferramentas passa a ser objetivo da disciplina de Análise.

Conclusões

Rezende (2003), em sua tese de doutorado intitulada *O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*, conclui que o curso inicial de Cálculo da Matemática passa, atualmente, por uma crise de identidade caracterizada pela “subordinação do ensino desta disciplina a uma espécie de preparação para Análise e pela excessiva caracterização algébrica de suas idéias fundamentais” (p. 440). Essa subordinação à Análise leva a um excesso de rigor e formalismo que acabam dificultando a compreensão, por parte dos alunos, dos significados dos resultados básicos do Cálculo. No entanto, a ênfase excessiva ao treino de técnicas, também desvirtua a apresentação das idéias fundamentais do Cálculo e de seus significados. De acordo com o autor, esta organização analítica e algébrica

⁴ DRUCK (2009).

predominante, atualmente, na disciplina é uma das principais fontes da crise de identidade enfrentada por ela. Concordamos com Rezende que tal crise, de fato, existe e é favorecida pela forma como o curso inicial de Cálculo se encontra organizado. No entanto, a nosso ver, ela não é algo recente; suas origens, ao menos no ensino superior brasileiro, se confundem com a própria implantação e com o desenvolvimento da disciplina de Cálculo no currículo do curso de graduação em Matemática.

Fantappiè trouxe da Europa, mais especificamente da Itália, o modelo de curso de Matemática a ser implantado no Brasil. Em tal modelo, não havia no currículo uma disciplina inicial de Cálculo; os alunos estudavam diretamente Análise. Foi exatamente esse o padrão trazido para a USP e, portanto, os responsáveis por organizarem os conteúdos a serem ministrados no primeiro curso superior de Matemática do país, não refletiram a respeito de como deveria ser a disciplina inicial de Cálculo a ser inserida em tal curso; pensaram diretamente em Análise. Ao longo dos anos é que alguns professores começaram a perceber que, primeiramente, os alunos deveriam ter um contato inicial com os conceitos, em uma disciplina de Cálculo, de maneira menos formal, com um menor nível de rigor e com maior ênfase na manipulação dos conteúdos para, posteriormente, reverem aqueles conceitos, na disciplina de Análise, de forma mais crítica, mais analítica.

Percebemos, portanto, que, no Brasil, a disciplina de Cálculo já nasceu subordinada à de Análise; não existia inicialmente e surgiu como uma necessidade de preparar o aluno da Matemática à Análise, de dar condições a ele de melhor compreender aquilo que seria apresentado nesta disciplina e que não ficaria totalmente claro se ele não tivesse tido um primeiro contato, sob outra orientação, com aqueles conteúdos nela trabalhados. Concluímos então que, o curso inicial de Cálculo da Matemática já nasceu sem identidade própria, como uma pré-Análise, um curso no qual seria feita abordagem mais intuitiva e menos formal daqueles conteúdos que, posteriormente, seriam revistos e formalizados com alto nível de rigor na disciplina de Análise. É neste sentido que dizemos que a crise de identidade citada por Rezende (2003) não é algo recente.

Além disso, percebemos também que a transição ocorrida, ao longo do tempo, de um curso inicial de Análise para outro de Cálculo, não foi bem compreendida por todos os professores envolvidos no processo de ensino destas disciplinas e, por esta razão, começaram a ganhar força, no ensino superior brasileiro, diversas idéias equivocadas como, por exemplo, a de que no curso inicial de Cálculo o aluno deve aprender as técnicas, ser capaz de fazer contas, enquanto que, na Análise deverá entender verdadeiramente o conceito e justificar aqueles cálculos feitos ou ainda a idéia que associa ao Cálculo uma abordagem intuitiva e à Análise uma abordagem rigorosa.

De acordo com Rezende (2003, p. 307), não há ainda um consenso no meio acadêmico a respeito de como deveria ser um curso inicial de Cálculo e, conseqüentemente, o que observamos é que a orientação dada à disciplina depende muito das concepções do docente que a está ministrando naquele momento e, conforme deve ter ficado claro por meio dos resultados aqui apresentados, este fato pode ser observado em praticamente toda a trajetória do curso de Matemática da USP, estudado exatamente por ter sido, durante muito tempo, modelo para cursos similares oferecidos por outras instituições.

É preciso destacar ainda que o que se passou no ensino superior brasileiro vai na contramão da história do Cálculo e da Análise como campos de conhecimentos: historicamente, o que ocorreu foi que, na tentativa de justificar de maneira rigorosa os elementos envolvidos nas idéias fundamentais daquilo que hoje chamamos de Cálculo, estabeleceu-se a Análise Matemática. Por outro lado, nos cursos superiores brasileiros, ao invés de, inicialmente, tentar se apresentar, sem tanto formalismo e com um nível menos elevado de rigor, os significados e idéias básicas do Cálculo, tentou-se abordar tais idéias diretamente de maneira crítica, analítica, rigorosa e formal.

Podemos concluir que, embora a partir de 1964 os alunos ingressantes cursassem Cálculo e não mais Análise, o processo de transição de uma disciplina inicialmente de Análise para outra efetivamente de Cálculo não terminou em tal data; foi um processo lento, gradual e com diversas idas e vindas. O que podemos dizer é que, pouco a pouco, a partir desta mudança de nomenclatura, a disciplina se tornou cada vez mais próxima, de fato, do Cálculo. Seguindo as idéias de Chervel, podemos afirmar que as alterações surgidas ao longo daquele momento de transição (ou de instabilidade) que havia começado com a mudança de direcionamento proposta Gomide e por Catunda a partir do início da década de 50, são incorporadas pelos professores e um novo padrão passa a imperar: a partir desta época, a tendência é que os alunos primeiramente aprendam, de fato, a manipular os conteúdos básicos do Cálculo ainda sem muita crítica, embora de forma muito mais rigorosa e teórica do que a presente na maioria dos cursos atuais, para, posteriormente, na disciplina de Análise, retomarem, sob ponto de vista mais crítico, mais formal e com um nível maior de rigor, aqueles conceitos já vistos no Cálculo. Foi nesta época também que manuais, efetivamente de Cálculo, como, por exemplo, as obras de Protter & Morrey, Piskunov e Demidovitch, se tornaram populares entre alunos e professores.

Encerramos nossas conclusões manifestando nossa concordância com Rezende (2003, p. 431-432), que afirma que, para superar a referida crise de identidade enfrentada pelo Cálculo no curso de Matemática será necessário rediscutir o papel de tal disciplina no ensino superior. Será preciso redimensionar o paradigma vigente: nem a preparação para um curso posterior de Análise e nem o treinamento exagerado de técnicas devem ser metas de uma disciplina inicial de Cálculo. É preciso voltar o ensino do Cálculo para ele mesmo, seus significados, seus problemas construtores e suas potencialidades. Pouco adianta o aluno saber as regras de derivação e as técnicas de integração se não conhecer também seus significados, suas múltiplas interpretações, sua utilidade em outros campos da matemática e em outras áreas de conhecimento. Da mesma forma, pouco adianta ele ser capaz de apresentar uma justificação lógica dos resultados do Cálculo se não souber manipular tais conceitos, fazer cálculos com eles. É preciso um equilíbrio entre intuição, manipulação, justificação lógica e significação; recalibrar o ensino da disciplina no que diz respeito aos pares técnica/significado e sistematização/construção.

Destacamos ainda que a escolha da metodologia foi adequada, uma vez que a História Oral Temática permite recriar, com maior amplitude do que a maioria das fontes, a multiplicidade original dos pontos de vista face à realidade complexa e multifacetada. A narrativa, constituída por meio de entrevistas, permite que as experiências se manifestem de maneira mais nítida; se torna um instrumento importante para conhecer histórias de professores e alunos que vivenciaram mudanças e propostas inovadoras de determinada época.

Limitações da pesquisa e sugestões para estudos futuros

A maior limitação enfrentada em uma pesquisa como esta aqui apresentada é a carência de fontes oficiais para a busca de dados. Há pouquíssimos materiais disponíveis a respeito dos cursos iniciais de Cálculo ministrados na Universidade de São Paulo ao longo de toda a sua história. Tal limitação, ao menos em parte, foi contornada pela opção em utilizar a metodologia da História Oral Temática que, pelo menos em alguns aspectos, permitiu recuperar partes da história por meio de depoimentos daqueles que a vivenciaram. De qualquer forma, provavelmente teríamos informações mais completas se houvesse, além das entrevistas realizadas, um maior número de documentos disponíveis para a busca de dados complementares. Essa falta de documentação foi, inclusive, citada por nossos depoentes.

Com relação às possíveis sugestões para pesquisas futuras, destacamos que, como, atualmente, é consenso em todas as universidades de que deve haver um curso de Cálculo precedendo o de Análise, é importante estudar como tem sido para o aluno a passagem da disciplina de Cálculo para a de Análise; se o aluno, ao concluir a primeira e iniciar a segunda, estabelece ou não relações entre ambas e como tais relações são estabelecidas.

Bibliografia e referências

- BOLÍVAR, A. (2002). “De nobis ipsis silemus?”: Epistemologia de al investigación biográfico-narrativa em educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1). Obtido em <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html> - último acesso em 07 de dezembro de 2010.
- CATUNDA, O. (1952). *Curso de Análise Matemática – I parte*. São Paulo: Editora Bandeirantes.
- CHERVEL, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177-229.
- D’AMBROSIO, U. (2009). *Entrevista concedida a Gabriel Loureiro de Lima* no dia 18 de fevereiro.
- DE SOUZA, V. H. G. (2009). *Entrevista concedida a Gabriel Loureiro de Lima* no dia 6 de novembro.
- DRUCK, I. F. (2009). *Entrevista concedida a Gabriel Loureiro de Lima* no dia 12 de agosto.
- FERREIRA, V. O. (2010). *Entrevista concedida a Gabriel Loureiro de Lima* no dia 1 de março.
- GARNICA, A. V. M. (2004). (Re)Traçando Trajetórias. (Re)Coletando Influências e Perspectivas: Uma Proposta em História Oral e Educação Matemática. In: M. A. BICUDO & M. C. BORBA (Orgs.), *Educação Matemática: pesquisa em movimento* (pp. 151-163). São Paulo: Cortez Editora.
- GOMIDE, E. F. (2008). *Entrevista concedida a Gabriel Loureiro de Lima* no dia 4 de novembro.
- GOODSON, I. F. (1995). *Currículo: teoria e história* (tradução de A. BRUNETTA). Rio de Janeiro: Vozes.
- HELLMEISTER, A. C. P. (2009). *Entrevista concedida a Gabriel Loureiro de Lima* no dia 10 de fevereiro.
- LIMA, E. B. (2006). *Dos Infinitésimos aos Limtes: a contribuição de Omar Catunda para a modernização da Análise Matemática no Brasil*. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana.
- NISS, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 1-24.
- PIRES, R. C. (2006). *A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo*. 557f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- RESENDE, M. R. (2007). *Re-significando a disciplina Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura*. 281f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- REZENDE, W. M. (2003). *O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 450f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo.