



Modelagem matemática no ensino e aprendizagem: o desenvolvimento de dietas

João Pereira **Viana** filho
Universidade Federal do ABC, UFABC / PUCSP – SP
Brasil
jooo-pvf@hotmail.com

Bruno Dinael Almeida **Pereira**
Universidade Federal do ABC, UFABC - SP
Brasil
brunodinael@gmail.com

Maria Aparecida de Cássia Reis **Tobias**
Universidade Federal do ABC, UFABC - SP
Brasil
cassiatobias@terra.com.br

Rosiane Vieira **Bento**
Universidade Federal do ABC, UFABC - SP
Brasil
rosiane_bento@ig.com.br

Resumo

O presente trabalho é parte da monografia apresentada na conclusão do curso de especialização em ensino-aprendizagem com modelagem matemática, coordenado pelo professor Dr. Rodney Carlos Bassanezi, e tendo como título: O Desenvolvimento de Dietas. O objetivo foi a partir de um tema do cotidiano e utilizando como metodologia a modelagem matemática e o tratamento de dados, desenvolver por meio das ferramentas computacionais e gráficas do programa Excel, modelos matemáticos envolvendo conteúdos de ensino da matemática, neste caso, funções polinomiais, exponenciais, equações diferenciais, etc. Neste artigo apresentamos um modelo matemático com o desenvolvimento de dietas alimentares para a perda de peso considerando a dieta por alimentação balanceada. Fundamentado na modelagem matemática, o trabalho baseia-se na investigação de caso particular. Buscando o desenvolvimento de metodologias de ensino usando a modelagem matemática de forma a ampliar as estratégias de ensino e aprendizagem em sala de aula, não apresentamos a preocupação de comprovar modelos ideais de dietas.

Palavras-chave: desenvolvimento de dietas, modelagem matemática, ensino e aprendizagem.

Alimentação saudável e as dietas alimentares

Definição da palavra e o conceito do termo dieta

Segundo o dicionário Aurélio da Língua Portuguesa. “Dieta. 1. Ingestão habitual de alimento sólido ou líquido. 2. Prescrição médica de controle alimentar; regime”. (Ferreira, 2000, p. 235).

Segundo o Dicionário Ilustrado de Saúde. “Dieta regime alimentar com ingestão de alimentos que se faz visando preencher as necessidades nutricionais do indivíduo sadio ou enfermo”. (Silva, 2007, p. 236).

Não encontramos uma definição específica no Ministério da Saúde ou na Organização Mundial da Saúde para o termo dieta e nem uma dieta específica. Mas, existem algumas recomendações para se ter uma alimentação saudável e, assim, manter-se dentro do considerado padrão de normalidade, não ganhando e nem perdendo peso, e com todos os nutrientes necessários para a saúde física de uma pessoa, seja ela criança, adolescente, adulta ou idosa. Essa série temática se encontra no portal do Ministério da Saúde, como *Os 10 Passos para a Alimentação Saudável*. Para verificar sua situação nutricional uma pessoa pode usar a tabela do IMC (Índice de Massa Corporal), conforme indica o Ministério da Saúde.

Para verificar se o seu peso está saudável, calcule o seu IMC (Índice de Massa Corporal) e confira, no quadro abaixo, qual o seu estado nutricional. Para calcular, divida o seu peso, em quilogramas, pela sua altura, em metros, elevada ao quadrado. O cálculo é válido para pessoas com idade entre 20 e 60 anos. (Guia estimula hábitos alimentares saudáveis, Secretaria de Atenção à Saúde – MS).

$$\text{IMC} = \frac{\text{P(peso)}}{\text{A}^2(\text{altura} \times \text{altura})}$$

Tabela de índice de massa corpórea.

IMC (kg/m ²)	Estado Nutricional
Menor que 18,5	Você está com baixo peso
De 18,5 a 24,99	O seu peso está adequado
De 25 a 29,99	Alerta: sobrepeso
Maior que 30	Alerta: obesidade

Fonte: Ministério da Saúde (2009)

Pelo que podemos perceber a partir da tabela acima recomendada pela Secretaria de Atenção à Saúde, da qual faz parte a Coordenadoria Geral da Política de Alimentação e Nutrição, há quatro estados nutricionais em que uma pessoa pode se encontrar. O primeiro que engloba a faixa de índice de zero a 18,5, considerado alerta de baixo peso ou, baixo estado nutricional. O segundo que engloba a faixa entre 18,5 e 24,99, ao qual corresponde o peso ideal ou estado nutricional adequado. O terceiro que abrange a faixa entre 25 e 29,99, que corresponde ao estado de alerta de sobrepeso, ou estado nutricional em elevação preocupante. E o quarto estado nutricional que corresponde à faixa superior a 30, que indica estado de alerta de obesidade ou estado de excesso nutricional.

Analogia do ponto de vista matemático com relação à tabela do IMC

A realidade matemática utilizada para determinar os limites inferiores e superiores de cada faixa de estado nutricional da tabela de índice de massa corporal (IMC) de um indivíduo, como consta acima, nos levanta alguns questionamentos como: quem estar mais gordo o indivíduo com

IMC de 29,99 ou o indivíduo com IMC de 30? E, se um indivíduo com IMC de 24,99 está na faixa do peso ideal, o que podemos dizer do indivíduo com IMC de 25? Se observarmos o mundo a partir desta perspectiva alguma confusão certamente será gerada. Então o que fazer para sair deste dilema?

Se considerarmos que os fenômenos naturais como a função de ganho de peso de uma pessoa se apresenta dinâmica e contínua, e ainda que medidas como as de peso e comprimento são medidas de natureza contínua, talvez seja necessário outro olhar para descrever fenômenos deste tipo. Veja por que:

Admitamos as faixas de estado nutricional:

- De 18,5 a 24,99, o seu peso está ideal;
- De 25 a 29,99, alerta de sobrepeso;

Tomemos por escolha o limite de transição entre as duas faixas 24,99, ao considerar um indivíduo cujo IMC está exatamente neste limite, esta escolha o deixa numa situação bem interessante: ele está do ponto de vista matemático, com o peso ideal, pois, se concentra nesta faixa. No entanto, outro indivíduo cujo cálculo do IMC resultou em 25, encontra-se, do ponto de vista matemático com sobrepeso, apesar da diferença entre os dois valores ser quase insignificante. Assim, se considerarmos os valores utilizados nesta escala, em que a diferença se encontra na ordem dos centésimos, ($25 - 24,99 = 0,01$), neste ponto de vista da realidade matemática, um centésimo é suficiente para elevar um indivíduo da faixa de peso adequado (segundo a tabela de índice de massa corpórea – IMC), para a faixa de alerta de sobrepeso. Portanto, este pode ser visto como um critério que não se ajusta tão perfeitamente à realidade do fenômeno de variação de peso, quando considerado contínuo, já que de um ponto de vista natural, tanto um indivíduo com IMC igual a 24,99, quanto o indivíduo com IMC igual a 25, poderia ser considerado matematicamente no mesmo estado nutricional, ou seja, na mesma faixa de peso.

Tomemos como exemplo prático dois indivíduos com as seguintes características: **A**, tem 1,70m de altura e $IMC = 30$ e **B**, também com 1,70m de altura, porém, com $IMC = 29,99$. Calculando suas massas, temos:

- Indivíduo **A**: massa = $30 \times (1,70)^2 = 86,700\text{kg}$.
- Indivíduo **B**: massa = $29,99 \times (1,70)^2 = 86,671\text{kg}$.
- Diferença entre eles: $A - B = 86,700 - 86,671 = 0,029\text{kg} = 29\text{g}$.

Conclusão final, 29 gramas de diferença entre os pesos de dois indivíduos é o suficiente para caracterizar um “gordo” e outro não.

Sendo assim, outros conjuntos matemáticos, que tragam inerente uma realidade que permita uma interpretação mais aproximada dos fenômenos naturais, e que modifique este ponto de vista, talvez sejam necessários para descrever esta tabela, de forma que a mesma se ajuste melhor a dinâmica de continuidade dos fenômenos naturais, como é o caso do peso. Uma sugestão, não trabalhada por nós, e que nos limitaremos apenas em comentá-la, seria a *Lógica Matemática Fuzzy*.

“Lógica Fuzzy, área de estudo que envolve conjuntos fuzzy e suas operações”. (Barros, 2006. p. 3).

“Um subconjunto fuzzy F é composto de elementos x de um conjunto clássico U , providos de um valor de pertinência a F , dado por $\phi F(x)$ ”. (Barros, 2006, p. 14).

Portanto, na perspectiva desta Lógica Fuzzy, a tabela de IMC, apresentaria um significado real mais adequado do ponto de vista da relação entre Matemática e natureza, pois neste sentido matemático um elemento apresenta um grau de pertinência a certo conjunto, sendo assim, no exemplo relatado acima, o valor limite não descreveria uma mudança brusca na fronteira entre dois estados nutricionais, já que nesta lógica, um elemento apresenta a cada momento um certo grau de pertinência a cada faixa. Assim, admitindo que os elementos localizados próximos ao limite superior e inferior a cada faixa possuem certo grau de pertinência a este conjunto, uma nova conjectura da tabela de IMC, usando este tipo de matemática, evitaria alguns paradoxos entre a realidade e a matemática na descrição destes tipos de fenômenos naturais. Porém, por não representar o nosso objetivo, neste relato nos limitaremos a este comentário.

Desenvolvimento natural do corpo humano: fases ou momentos do desenvolvimento

Antes de iniciarmos o tratamento de dados vale a pena mencionarmos alguns fases do desenvolvimento do corpo humano.

Segundo o Dicionário Ilustrado de Saúde: “Corpo (1) a substância física ou a estrutura de cada homem ou cada animal. (2) maior porção de um órgão. (3) designação comum a certos órgãos de estrutura ou constituição especial”. (Silva, 2007, p. 180)

Todo ser humano no seu desenvolvimento corpóreo passa por fases, ou seja, processo de modificação, sendo mais nítidos os momentos de desenvolvimento e crescimento físico, a infância e a adolescência. A seguir temos algumas das fases comuns do desenvolvimento natural do corpo humano, mesmo sabendo que o processo de desenvolvimento é contínuo.

- Pré-Natal.
- Infância, de zero a 12 anos incompletos.
- Adolescência, de 12 a 18 anos incompletos.
- Adulto, de 18 a 60 anos incompletos.
- Idoso a partir dos 60 anos.

Estas fases podem sofrer alterações conforme os grupos sociais em que os indivíduos estão inseridos e conforme a época ou lugar, portanto foram tomadas aqui por nós apenas como referencial para embasar as escolhas dos modelos matemáticos que realizamos e para classificar o indivíduo em uma faixa etária de desenvolvimento, pois desta forma, parece-nos dar maior clareza às escolhas.

Materiais e procedimentos

Por ser esta uma pesquisa qualitativa que tem como objetivo o desenvolvimento de estratégias de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula por meio da modelagem matemática, neste caso, usada como metodologia alternativa de ensino, buscamos trabalhar este tema “*desenvolvimento de dietas*” por se apresentar amplo e objetivo, além disso, por ser um problema real, atual e discutido tanto por leigos, quanto por especialistas no assunto, e ainda por compor um problema muito próximo a qualquer um de nós e que pode ser abordado em qualquer que seja a esfera social. A escolha do tema teve sua motivação a partir da popularidade e polêmica que ele apresenta nos dias de hoje, pois, esta é uma questão freqüente nas discussões

informais da atualidade e a qualquer momento nos deparamos com alguém que está, ou esteve de alguma forma, submetido a algum tipo de dieta para perder peso.

Tratando-se de um trabalho realizado sob a orientação do professor Bassanezi, a escolha e determinação do tema seguiram suas orientações, este acredita que em um trabalho com modelagem matemática que se dedica ao ensino e aprendizagem de matemática, o aluno quem deve escolher o tema. Pois, assim se refere “é muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão co-responsáveis pelo processo de aprendizagem, tornando sua participação mais efetiva.” (Bassanezi, 2002, p. 46).

O processo de escolha do tema

Tendo o curso o objetivo de levar os alunos, todos professores do Ensino Básico, a desenvolverem estratégias de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula por meio da modelagem matemática, teve seu início com o levantamento de um tema para modelar, e encerrou com a apresentação dos modelos e de uma monografia escrita em grupo.

Os temas os quais deram origem aos trabalhos desenvolvidos por nossa turma foram determinados da seguinte forma: no primeiro momento (primeiro dia de aula), o professor pediu que cada aluno pensasse em um tema que gostaria de modelar, no dia seguinte propôs que apresentassem suas propostas. Após as apresentações, cada aluno teve mais uma chance para se expor, desta vez de forma a convencer outros colegas a abandonarem suas propostas e reunirem-se a ele para então em grupo desenvolverem a pesquisa. Após este segundo momento, o professor estabeleceu que cada grupo deveria possuir um total de cinco integrantes, logo, aqueles que não alcançaram o número de integrantes foram convidados a realizar sorteios entre si para decidir qual tema permaneceria, sendo os integrantes do grupo vencido, incluídos no grupo vencedor, ao término do processo resultaram em seis grupos, um deles sendo o nosso “*desenvolvimento de dietas*”.

Após a escolha dos temas que perdurou por um período de mais ou menos uma semana, alternado entre aulas e discussões sobre o processo de escolha, iniciou-se o processo de familiarização com o tema, levantamento e tabulação dos dados, seguido pelo processo de tratamento dos dados feito por meio de ferramentas matemáticas e computacionais, e finalizando com o processo de modelação, determinação dos modelos, realização de conjecturas, tomadas de decisões, validação e a reflexão sobre os modelos resultantes. Em todas as etapas da pesquisa além dos esforços empenhados pelos membros do grupo que ao final, chegaram apenas quatro participantes, dois desistindo do curso no meio do processo, fomos acompanhados e assistidos constantemente pelos professores orientadores, que além do professor Bassanesi, tivemos também os professores Geraldo P. Junior e Paulo R. Guimarães como orientadores.

A coleta de dados

Os dados coletados, para o desenvolvimento dos modelos, tiveram sua fonte em cartões de acompanhamento do peso de pacientes que freqüentavam clínicas de tratamento especializadas em perda de peso. Esses dados nos foram fornecidos pelos próprios pacientes, em que um deles fazia parte de nossa turma de pós-graduação, o qual nos ajudou adquirindo os cartões de acompanhamento, a partir dos quais foram coletados os dados utilizados na elaboração dos modelos. De posse dos cartões, os dados foram organizados em tabelas, em que, com a ajuda do programa computacional Excel 2007 foram desenvolvidos modelos conforme veremos neste artigo. Todos os dados usados na elaboração de modelos foram coletados por meio dos cartões

de pacientes submetidos a tratamentos e, em seguida, tabulados e organizados conforme os objetivos trabalhados ao longo da pesquisa.

Limitações da pesquisa

Não desejamos aqui provar qual é a fórmula da dieta ideal para ser usada, mas, sim, elaborar modelos matemáticos a partir de dados obtidos de pessoas que se submeteram a alguns procedimentos de dietas, e então procurar modelos matemáticos que possam ser expressos graficamente e algebricamente, de tal forma, que descrevam o comportamento de dados brutos. Aqui, buscamos a partir dos modelos, gráficos e funções que possam explicar o comportamento do peso de um indivíduo no decorrer do tempo. Realizamos também, usando a álgebra, conjecturas a partir destes modelos para observarmos como ocorre o decréscimo do peso dentro de possíveis variáveis envolvidas no tratamento. Nossa intenção foi modelar caso particular de situações reais, utilizando a modelagem matemática como metodologia. Salientamos que em todos os casos não foram consideradas quaisquer outras variáveis de influência que não estejam mencionadas na pesquisa.

Com esta pesquisa pretendemos contribuir com o nosso próprio desenvolvimento e aprendizado ao trabalhar com a modelagem matemática, mostrando que o estudo e o trabalho com a matemática não possui fronteiras. Desta forma, esperamos contribuir com o avanço de novas problemáticas envolvendo modelagem matemática e o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica, ou superior, já que é este o ambiente de nosso trabalho, como autores desta pesquisa e como educadores da rede pública de ensino básico brasileiro. Desejamos também, com este trabalho redirecionar nossa ação educativa, como membros do processo de ensino e aprendizagem, dispostos a gerir mudanças em nossa prática. “A ação educativa inicia-se, assim, pelo ‘desejo que sustenta a ilusão’, ou seja, pela possibilidade de sonhar e de acreditar em nós, em nossos alunos, em novas estruturas, numa escola, num outro modelo social”. (Monteiro & Pompeu Junior, 2001, p. 11).

Modelagem matemática com dietas para perda de peso

A modelagem matemática como estratégia ou metodologia de ensino e aprendizagem é um ramo do campo da educação matemática em crescente discussão tanto em programas de formação de professores, quanto nas diversas áreas da pesquisa. E com sua capacidade de moldar a matemática às situações do cotidiano, torna-se assim, uma excelente aliada da prática em sala de aula em qualquer que seja o nível ou seguimento de ensino.

Veja por exemplo nas citações a seguir, o que dizem dois dos principais representantes da modelagem matemática no Brasil.

“Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo”. (Biembengut, 2005, p. 12).

E ainda segundo a mesma autora. “Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se modelo matemático”. (Biembengut, 2005, p. 12).

“A *modelagem matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (Bassanezi, 2002, p. 16).

Ainda para Biembengut (2005), “A modelagem matemática, originalmente, como metodologia de ensino-aprendizagem parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema”. (p. 28).

Portanto, a partir das citações acima deixamos evidente que nosso objetivo aqui é realizar a modelagem matemática de um caso particular de dieta de perda de peso. Sendo, os dados por nós obtidos e utilizados provenientes da tabela de acompanhamento do peso do indivíduo, elaborada pelo médico responsável pelo tratamento, e fornecida para nós pelo próprio paciente.

Modelagem matemática de dieta de perda de peso por “alimentação balanceada”

Trata-se aqui da modelagem matemática dos dados obtidos a partir do acompanhamento de um paciente que se submeteu à dieta por “alimentação balanceada”. Quem se submete a este tipo de dieta tem por objetivo emagrecer até atingir um peso ideal conforme deseja usando uma dieta de controle de ingestão de alimentos. Naturalmente, em uma dieta, cujo objetivo é perder peso, ao longo do tempo o peso é decrescente, e espera-se que tenda a certa estabilização ao final de um determinado período, pois se supõe que em algum momento o indivíduo irá atingir o peso adequado, segundo suas intenções, momento em que o paciente certamente irá interromper o tratamento, e mesmo que não interrompa, é natural que em algum momento o organismo busque a estabilização, uma vez que, ninguém pode perder peso ininterruptamente. A seguir temos as características do indivíduo por nós considerado.

Características do indivíduo.

- Sexo: Feminino.
- Idade no início do tratamento: 16 anos.
- Altura no início do tratamento: 1,60 metros.
- Peso (massa) no início do tratamento: 70,0 kg.
- Peso no final do tratamento: 60,5kg.
- Faixa etária no momento do tratamento: adolescência.

Tabela 1

Dados colhidos referentes a um indivíduo do sexo feminino submetido à dieta por alimentação balanceada.

Dados referentes ao paciente submetido à dieta por alimentação balanceada					
Data	Tempo (meses)	Peso (kg)	Data	Tempo (meses)	Peso (kg)
10/02/07	0	70,0	10/11/07	9	64,0
10/03/07	1	72,0	10/12/07	10	64,5
10/04/07	2	68,0	10/01/08	11	64,0
10/05/07	3	68,0	10/02/08	12	62,0
10/06/07	4	68,5	10/03/08	13	62,5
10/07/07	5	66,0	10/04/08	14	60,0
10/08/07	6	68,0	10/05/08	15	60,0
10/09/07	7	66,0	10/06/08	16	60,0
10/10/07	8	66,0	10/07/08	17	60,5

Fonte: Cartão de acompanhamento do paciente.

A tabela anterior apresenta os dados referentes ao paciente descrito acima, e que foi submetido à dieta por alimentação balanceada com o objetivo de perder peso. Os dados são referentes a um período de dezessete meses no qual o indivíduo fez o acompanhamento médico

mensal. Na elaboração do modelo não será considerada nenhuma variável além das mencionadas na tabela, e neste caso não há interesse se o indivíduo seguiu o tratamento segundo as recomendações médicas ou não, pois nosso interesse aqui é puramente matemático, apenas desejamos utilizar os dados a fim de estudo e elaboração de modelos matemáticos que justifiquem o trabalho em sala de aula.

A seguir, dando início ao processo de modelagem dos dados, na Figura 1, temos a curva de tendência do peso em função do tempo, obtida no programa Excel a partir dos dados da Tabela 1, o gráfico do ajuste linear, obtido da igualdade $y_{i+1} = y_i$ utilizada para o cálculo do valor de estabilidade do peso a partir da aplicação do método Ford-Walford¹, que consiste em um método para determinar o limite de uma seqüência do tipo $y_i = f(x_i)$, quando se sabe de antemão que $\{y_i\}$ é convergente quando x_i cresce. Por exemplo, o crescimento de uma pessoa, sabe-se *a priori* que um ser humano não cresce até o infinito, ele irá crescer até um ponto limite, e a partir daí o seu tamanho permanecerá constante, este ponto limite do crescimento pode ser chamado de ponto de estabilidade do crescimento e, portanto, podendo ser determinado por este método. Por último temos o gráfico da curva exponencial auxiliar do peso em função do tempo, obtido a partir da diferença $y^* - y_i$, em que y^* corresponde ao ponto de estabilidade, e y_i corresponde aos i elementos da seqüência de dados obtidos inicialmente.

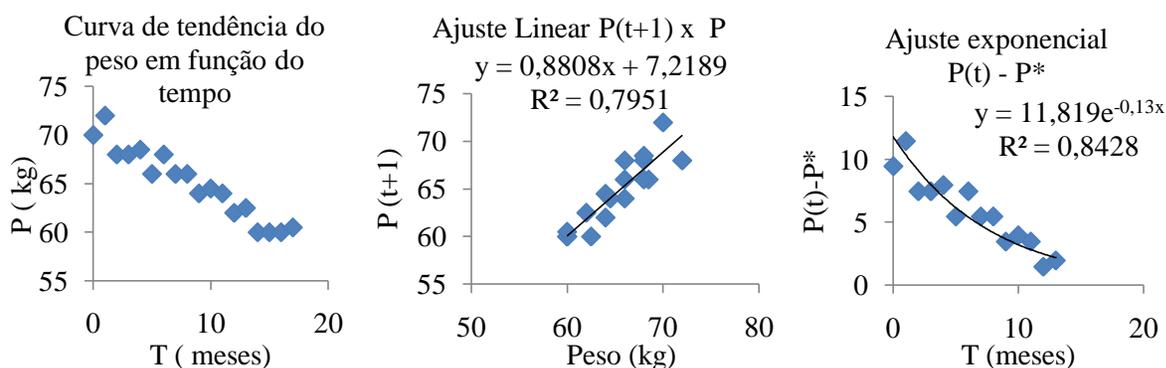


Figura 1: Gráficos da curva de tendência dos dados, do ajuste linear e do ajuste exponencial da curva auxiliar de tendência dos dados.

Estes gráficos nos permitem a elaboração do modelo exponencial assintótico², que se trata de um modelo que pode ser usado quando a tendência de comportamento dos dados de um problema a resolver (modelar) apresenta uma possível ou evidente estabilidade, como no exemplo do crescimento do ser humano. Nesse caso, o ponto limite do crescimento ou ponto de estabilidade passa a ser uma assíntota limitando o crescimento, portanto neste caso o crescimento poderá ser descrito por uma função exponencial do tipo $y = y^* - ae^{-bx}$ ($y^* > 0$ e $b > 0$), nesta função y^* funciona como uma assíntota horizontal, por isso, o nome modelo exponencial assintótico. Para a análise do peso, que é nosso foco, também temos um caso em que, em algum momento haverá uma estabilidade, uma vez que, ninguém pode engordar nem emagrecer ininterruptamente.

¹ Os detalhes deste método e a demonstração podem ser encontrados no livro ensino-aprendizagem com modelagem matemática (Bassanezi, 2002, p. 72), presente em nossas referências.

² Os detalhes deste modelo também podem ser encontrados no livro ensino-aprendizagem com modelagem matemática (Bassanezi, 2002, p. 71).

Devemos nos ater ao fato de que para a escolha e aplicação deste método como ferramenta na elaboração de modelos matemáticos, é necessário o conhecimento *a priori* de que os dados obtidos apresentam uma tendência exponencial e que apontam para um ponto limite de estabilidade, caso esses pré requisitos não sejam atendidos, outros modelos deverão ser buscados de forma que se ajustem melhor aos dados.

Para aqueles que desejam conhecer um pouco mais e ter acesso a uma boa quantidade de modelos e os métodos para utilizá-los podem consultar o livro de Bassanezzi (2002) citado em nossas referências. Ou ainda, a obra de Biembengut (2005), também presente em nossas referências.

A partir da equação obtida do ajuste linear dado pela curva apresentada no segundo gráfico da Figura 1, e aplicando o método de Ford-Walford, o qual considera $y_{i+1} = y_i$ como sendo o ponto de estabilidade de um conjunto de dados, temos o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i = y^* \\ y_{i+1} = g(y_i) \end{cases}$$

(se e somente se, $g(y_i) = y_i$ e, se e somente se, y_i é um ponto fixo de g).

De onde, substituindo y , por P (peso), temos a seguinte equação linear:

$$P_{t+1} = 0,8808P_t + 7,2189$$

Desta equação, ao considerarmos P^* (ponto de estabilidade) como sendo $P^* = P_{(t+1)} = P_t$. Temos:

$$P_{t+1} = 0,8808P_t + 7,2189$$

$$P^* = \frac{7,2189}{1 - 0,8808};$$

Resultando em:

$$P^* \approx 60,56124 \text{ kg.}$$

Valor que representa o ponto de estabilidade do peso do indivíduo segundo os dados da Tabela 1 com a aplicação do método Ford-Walford.

Então a partir deste ponto de estabilidade e da curva auxiliar exponencial do peso em função do tempo, podemos obter o modelo exponencial assintótico.

$$P_t - P^* = ae^{-bt}$$

$$P_t - P^* = 11,819e^{-0,13t}$$

$$P_t = P^* + 11,819e^{-0,13t}$$

Em que a função seguinte, cujo gráfico se encontra na figura 2, representa o modelo exponencial assintótico e descreve a perda de peso do indivíduo em função do tempo.

$$P_t = 60,5612 + 11,819e^{-0,13t}$$

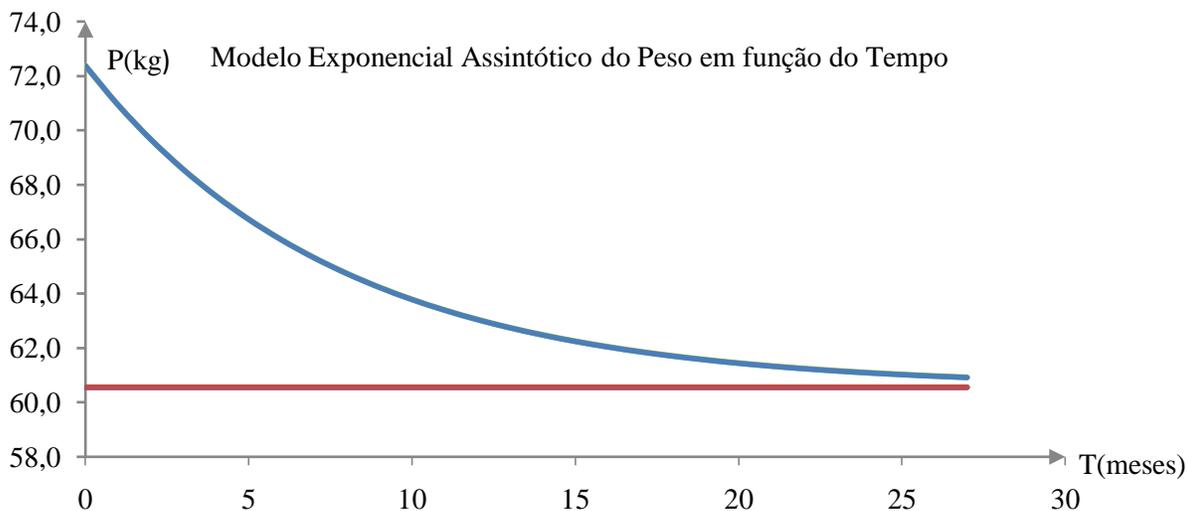


Figura 2: Gráfico do modelo exponencial assintótico do peso em função do tempo

Conjectura do modelo de perda de peso de um indivíduo submetido à dieta alimentar controlada e análise da taxa de variação do peso em função do tempo

Devemos levar em consideração neste caso que o indivíduo irá seguir à risca a dieta recomendada. Sendo assim, e admitindo que o peso decresce exponencialmente, conforme desenvolvido no modelo acima, e considerando que o peso de uma pessoa varia com o tempo, e ainda que este tenda a se estabilizar ao final de um dado período de tempo, caso contrário o indivíduo perderia peso infinitamente até desaparecer por completo, algo fora da realidade. Desta forma, podemos dizer que:

$$P_t = P^* + ae^{-bt}$$

Em que: $P_t = P$ é o peso em cada instante, P^* é o peso máximo (ponto de estabilidade), a é o coeficiente de variação do peso e b é a taxa de variação do peso.

Então podemos escrever: $P - P^* = ae^{-bt}$

Portanto: $\frac{dp}{dt} = -bae^{-bt}$

E fazendo: $ae^{-bt} = P - P^*$, temos que: $\frac{dp}{dt} = -b(P - P^*)$

Como temos uma dieta de perda de peso, o peso é decrescente, logo: $\frac{dp}{dt} < 0$.

Sendo assim, e separando as variáveis obtemos a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dp}{P - P^*} = -bdt, \text{ que Integrando: } \int \frac{dp}{P - P^*} = \int -bdt.$$

$$\ln(P - P^*) = -bt + k \Rightarrow P - P^* = e^k \cdot e^{-bt} \Rightarrow P = P^* + e^k \cdot e^{-bt}$$

Tomando $t = 0$, então: $e^k = a = P_0 - P^*$. Teremos o seguinte modelo generalizado para a perda de peso de um indivíduo submetido a este tipo de dieta:

$$P_t = P^* + (P_0 - P^*)e^{-bt}$$

Que para o caso particular, estudado aqui, em que $P^* = 60,5612$, $P_0 = 70$ e $b = 0,13$, a equação passa a ser a seguinte:

$$P_t = 60,5612 + (70 - 60,5612)e^{-0,13t}$$

Já a taxa de variação da perda de peso em função do tempo pode ser dada por:

$$P(t) = P^* + (P_0 - P^*)e^{-bt}$$

Isolando o valor de b na equação temos:

$$P(t) - P^* = (P_0 - P^*)e^{-bt}$$

$$\frac{P(t) - P^*}{P_0 - P^*} = e^{-bt}$$

Aplicando logaritmo na equação anterior temos;

$$\ln \frac{P(t) - P^*}{P_0 - P^*} = \ln e^{-bt}$$

$$\ln |P(t) - P^*| - \ln |P_0 - P^*| = -bt$$

$$bt = \ln |P_0 - P^*| - \ln |P(t) - P^*|$$

Portanto, isolando b em função do tempo t , para $t \neq 0$, temos que:

$$b = \frac{\ln |P_0 - P^*| - \ln |P(t) - P^*|}{t}$$

À medida que a variável independente t cresce o valor absoluto da variável dependente b diminui, portanto, o indivíduo emagrece mais lentamente, e à medida que t diminui, o valor absoluto de b aumenta; sendo assim, aumenta a velocidade de perda de peso. Portanto, sabemos que em intervalos de tempo muito curto isso não tem significado real. Em todo caso temos como conclusão final que a perda de peso depende da taxa de variação, ou seja, está confirmada a hipótese natural de que quanto maior for a taxa de perda de peso por unidade de tempo mais rápido o indivíduo emagrece, e quanto menor for esta taxa, mais tempo levará o indivíduo para perder peso³.

Considerações finais

A partir do tema desenvolvimento de dietas desenvolvemos este projeto de pesquisa, usando a Matemática para descrever situações comuns do cotidiano, por meio da manipulação de dados e modelos matemáticos, com o objetivo de desenvolver metodologias de ensino e aprendizagem de matemática por meio da modelagem matemática.

Modelamos um caso de paciente em tratamento clínico com o objetivo de perder peso por meio de uma educação alimentar balanceada. Propusemos uma generalização do modelo a partir

³ O termo peso é usado aqui para se referir ao costume popular de usar a palavra quando se refere à massa de um corpo, porém vale lembrar que peso é uma grandeza da Física, e que se trata de um tipo de força.

de conjecturas usando a álgebra, e então, isolando a taxa de variação do peso, verificamos seu comportamento através da perda de peso em função do tempo. Com esta conjectura, fixando um peso inicial P_0 , e supondo um ponto de estabilidade P^* dado pelo IMC, pode-se verificar matematicamente que à medida que o intervalo de tempo diminui, a perda de peso se torna mais acelerada.

Todo nosso esforço para realização e concretização desta pesquisa nos levou a acreditar que de um tema popular qualquer, e ao alcance de todos, é possível fazer emergir uma matemática que interprete de alguma forma o comportamento dos dados. Sendo assim, que projetos semelhantes a este possam ser trabalhados em sala de aula, levando a matemática a interpretar a realidade, e assim, que por meio de temas do cotidiano se desenvolva um aprendizado matemático junto à pesquisa e a investigação em sala de aula e ao uso das tecnologias acessíveis e disponíveis em qualquer rede de ensino.

Provavelmente, nossa prática de ensino da matemática na sala de aula, nunca mais será a mesma após este trabalho e o nosso conceito com relação ao bom uso da matemática, sem dúvida se estendeu ainda mais, após percebermos que há amplas estratégias de ensino possibilitando a abertura de formas de ser trabalhada a matemática, pois o enriquecimento de nossos conhecimentos não nos limitará mais ao simplesmente óbvio e tradicional, mas sim nos motivará a aventurarmos dentro do universo ilimitado do ensino da matemática. Percebemos aqui que, a partir de um tema como o desenvolvimento de dietas pode emergir situações que envolveram conteúdos matemáticos diversos como: função afim, sistemas de equações lineares, função exponencial, logaritmos, derivadas, integrais e equações diferenciais, além do trabalho com gráficos, etc. Mostrando assim a riqueza e abrangência do trabalho com a investigação a partir da modelagem matemática.

Isso tudo nos permite dizer que basta um tema, um pouco de criatividade e as ferramentas da modelagem matemática para trazer a matemática à realidade.

Bibliografia e referências

- Barros, L. C. de, & Bassanezi, R. C. (2006). *Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática*. Campinas, Brasil: UNICAMP/IMECC.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo, Brasil: Contexto.
- Biembengut, M. S. & Hein, N. (2005). *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo, Brasil: Contexto.
- Brasil. Ministério da Saúde. Coordenadoria Geral da Política de Alimentação e Nutrição. *Guia estimula hábitos alimentares saudáveis: alimentação saudável para todos*. www.saude.gov.br/nutricao. Acesso em: 20 de janeiro de 2010.
- Ferreira, A. B. de H. (2000). *Miniaurélio século XXI escolar: o minidicionário da língua portuguesa*. Rio de Janeiro, Brasil: Nova Fronteira.
- Monteiro, A. & Pompeu Junior, G. (2001). *A matemática e os temas transversais*. São Paulo, Brasil: Moderna.
- Silva, C. A. L. da. (2007). *Compacto Dicionário Ilustrado de Saúde*. São Caetano do Sul, Brasil: Vendis Editora.