O uso da modelação matemática na construção do conceito de função

Rogério Fernando **Pires**
PUC-S
Brasil
rfpires25@hotmail.com
Sandra **Magina**
PUC-SP
Brasil
sandra@pucsp.br

Resumo

O presente trabalho investigou as reais possibilidades de se introduzir o conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas, tendo como quadro teórico a modelagem matemática (Bassanezi, 2006; Biembengut & Hein, 2007). O estudo foi realizado com 53 estudantes de uma escola pública localizada no interior do Estado de São Paulo, distribuídos em dois grupos: Grupo Experimental – GE – (29 alunos que passaram por uma intervenção de ensino construída no paradigma da modelagem) e o Grupo Controle – GC – (24 alunos que não receberam instruções sobre o conteúdo). Os resultados indicaram que o desempenho do GE foi estatisticamente superior ao do GC, indicando ser perfeitamente possível a introdução da função afim nesse ano escolar, a partir da modelagem matemática.
Palavras-chave: função afim, modelagem matemática, modelação matemática, resolução de problemas, intervenção de ensino.

Introdução

A motivação para a realização deste estudo surgiu das nossas observações em sala de aula sobre as dificuldades que os alunos demonstravam quando lhes eram apresentado o conceito de função, muitos não conseguiam identificar as variáveis dependente e independente, nem representar situações que apresentavam duas grandezas, sendo que uma depende da outra por meio de uma notação envolvendo duas variáveis, como também não conseguiam determinar o domínio e a imagem de uma função, etc. Ao refletir sobre a abordagem deste conteúdo percebemos que o mesmo costumava ser apresentado por meio de situações que não vinculavam o conteúdo em estudo com a realidade.

Assim, surgiu a vontade de introduzirmos o conceito de função por meio de situações que pudessem levar os alunos a um processo de construção do conhecimento, a partir de suas interações com o meio onde vivem e de situações que lhes são apresentadas que permitam relacionar a Matemática com o cotidiano, valorizando os conhecimentos que trazem consigo, que são frutos de suas experiências de vida.

Documentos oficiais, como os PCN (1998), fazem menções à modelagem matemática que consiste em uma estratégia de ensino com o objetivo de interpretar matematicamente situações da realidade. Defendemos a hipótese de que esta abordagem pode trazer muitos benefícios ao processo de ensino e aprendizagem, pois parece oferecer aos aprendizes maior facilidade na compreensão dos conceitos. Assim, podemos dizer que o ensino de função por meio da resolução de problemas, que é uma das etapas do processo de modelagem, oferece a possibilidade do aluno conhecer o conceito relacionado a um assunto por meio de atividades oriundas da realidade vivenciada por ele.

Fundamentação teórica

Atualmente, a modelagem matemática vem sendo considerada como uma das abordagens pedagógicas para o ensino de Matemática. Documentos oficiais, como os PCN (1998), fazem menção à atividades desse porte. Neste sentido, entendemos que o trabalho com modelagem pode ser um caminho que permita despertar no estudante o interesse pela matemática, uma vez que ela permite investigar situações oriundas de outras áreas da realidade ou do dia-a-dia.

Segundo Bassanezi (2006), a modelagem matemática é um processo dinâmico de obtenção e validação de modelos, permitindo a abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. Sendo assim, entendemos que a modelagem possibilita explicar, por meio da matemática, diversos fenômenos com os quais convivemos em nosso dia-a-dia. Dessa forma, entendemos que seu uso voltado para o ensino pode auxiliar o processo de ensino-aprendizagem.

Nesta direção, Blum (1989, *apud* Bassanezi, 2006) apresenta seis argumentos favoráveis a utilização da modelagem no ensino da matemática:

1) Argumento formativo – enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem matemática e resolução de problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
2) Argumento de competência critica - focaliza a preparação dos estudantes para vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.
3) Argumento de utilidade - enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
4) “Argumento intrínseco - considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e aplicações fornecem ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas”.

5) Argumento de aprendizagem - garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria Matemática.
6) Argumento de alternativa epistemológica - A modelagem também se encaixa no Programa Etnomatemática que propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica. (p. 36-37).

Apesar de todos esses argumentos favoráveis, Bassanezi (2006) enfatiza que ao utilizar a modelagem no ensino, principalmente em cursos regulares, corre-se o risco de se deparar com alguns obstáculos, tais como:

1) Obstáculos instrucionais – Nos cursos regulares que apresentam um programa que deve ser cumprido completamente, a modelagem pode ser um processo muito demorado, não dando tempo de cumprir o programa todo.
2) Obstáculos aos estudantes – O uso da modelagem foge da rotina em que os estudantes estão acostumados, isso pode fazer com que eles se percam no processo e se tornem apáticos nas aulas.
3) Obstáculos para os professores – Muitos professores não se sentem preparados em desenvolver um trabalho com modelagem em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaraçosas ao aplicar a matemática em outras áreas que desconhecem.

Diante desses argumentos é recomendado que sejam feitas algumas adaptações que tornem possível a utilização da modelagem como metodologia de ensino, sem perder a linha mestra que é a pesquisa e a posterior criação de modelos pelos alunos. Além disso, o professor não pode perder de vista que há um currículo estabelecido pelo sistema educacional a ser cumprido. Esse método que, por um lado, utiliza a modelagem matemática e, por outro, preocupa-se em atender o programa a ser cumprido em cursos regulares, é denominado modelação matemática (modelagem em Educação).

A respeito da modelação Biembengut e Hein (2007), comentam:

Na modelação, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo a sua recriação em sala de aula, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto. (p. 29).

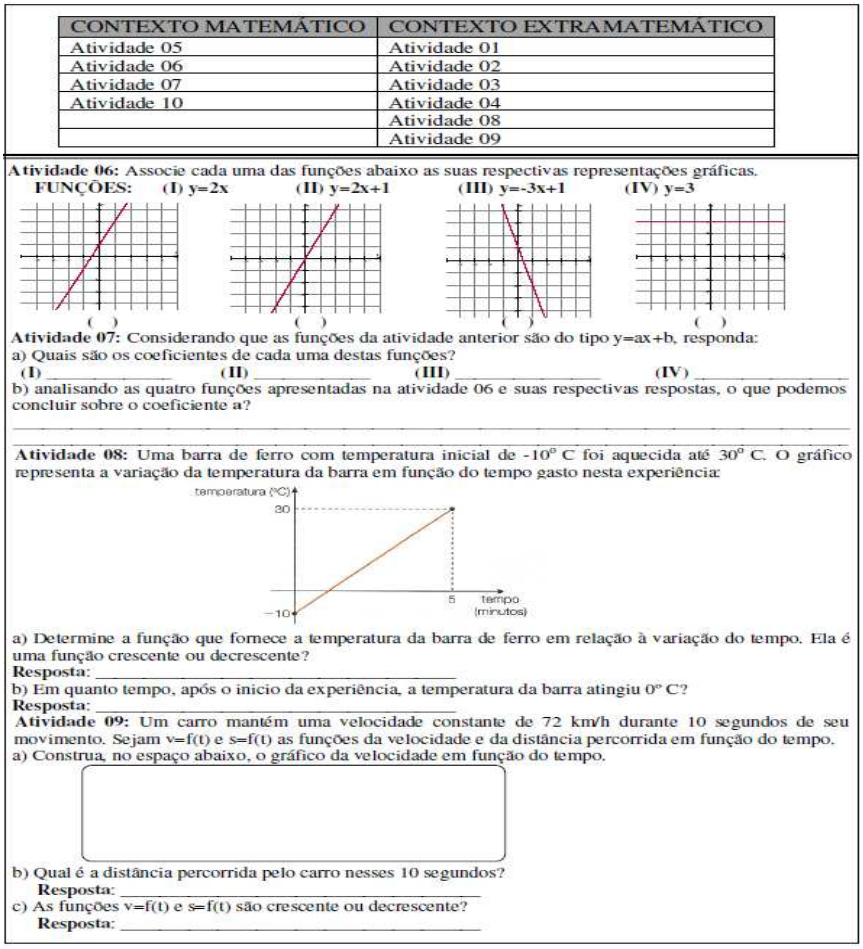
Na modelação, diferentemente da modelagem, o professor pode escolher determinados modelos com os quais deseja trabalhar, sendo que estes modelos serão recriados pelos alunos com auxilio do professor.

Com os argumentos apresentados acima, entendemos que na educação básica, cujo currículo contém uma longa lista de conteúdos a serem ensinados em um determinado período de tempo, a modelação pode ser uma importante ferramenta para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem de maneira significativa. Nesse momento, esclarecemos que a vantagem dela sobre a modelagem reside no fato de que nesta última, não se sabe previamente quais os modelos matemáticos serão criados, podendo estes não contemplar o currículo da turma com a qual se trabalha.

Desenvolvimeto da pesquisa

A pesquisa de caráter quase-experimental (Fiorentini & Lorenzato, 2006; Rudio, 1986), foi realizada com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública municipal da cidade de Salto de Pirapora, no interior Estado de São Paulo. A primeira turma constituiu-se no que passamos a chamar de Grupo Controle (GC), composto por 24 sujeitos e a segunda, em que desenvolvemos a intervenção de ensino, chamamos de Grupo Experimental (GE), composto por 29 sujeitos.

A participação do GC na pesquisa resumiu-se a responder um teste inicial (pré-teste) e um teste final (pós-teste), ambos aplicados no mesmo dia em que o GE respondeu a esses mesmos testes. O pré-teste teve por objetivo diagnosticar os conhecimentos prévios desses alunos sobre o assunto em questão e o pós-teste de avaliar o que foi aprendido após a intervenção e de servir de parâmetro de comparação entre os grupos. Os dois testes foram constituídos por 10 atividades, as quais apresentavam equivalências no conteúdo, no grau de dificuldade e nas contextualizações. No entanto houve mudança na ordem de apresentações de um teste para outro. No que tange ao tipo de atividades, estas foram elaboradas atendendo a dois critérios: dentro do contexto oriundo da própria Matemática – chamamos de contexto matemático – dentro de um contexto proveniente de situações externas a Matemática – contexto extramatemático. A aplicação desses testes demandou a utilização de dois encontros, com 100 minutos cada. A figura a seguir apresenta a distribuição das atividades, segundo o contexto, juntamente com a ilustração de algumas atividades dos testes.



CONTEXTO MATEMÁTICO	CONTEXTO EXTRAMATEMÁTICO
Atividade 05	Atividade 01
Atividade 06	Atividade 02
Atividade 07	Atividade 03
Atividade 10	Atividade 04
	Atividade 08
	Atividade 09

Atividade 06: Associe cada uma das funções abaixo as suas respectivas representações gráficas.
FUNÇÕES: **(I) y=2x** **(II) y=2x+1** **(III) y=-3x+1** **(IV) y=3**

( ) ( ) ( ) ( )

Atividade 07: Considerando que as funções da atividade anterior são do tipo y=ax+b, responda:
a) Quais são os coeficientes de cada uma destas funções?
(I) _____ **(II)** _____ **(III)** _____ **(IV)** _____
b) analisando as quatro funções apresentadas na atividade 06 e suas respectivas respostas, o que podemos concluir sobre o coeficiente a?

Atividade 08: Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10° C foi aquecida até 30° C. O gráfico representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nesta experiência:

temperatura (°C) 30 −10 5 tempo (minutos)

a) Determine a função que fornece a temperatura da barra de ferro em relação à variação do tempo. Ela é uma função crescente ou decrescente?
Resposta: _____
b) Em quanto tempo, após o inicio da experiência, a temperatura da barra atingiu 0° C?
Resposta: _____

Atividade 09: Um carro mantém uma velocidade constante de 72 km/h durante 10 segundos de seu movimento. Sejam v=f(t) e s=f(t) as funções da velocidade e da distância percorrida em função do tempo.
a) Construa, no espaço abaixo, o gráfico da velocidade em função do tempo.

b) Qual é a distância percorrida pelo carro nesses 10 segundos?
Resposta: _____
c) As funções v=f(t) e s=f(t) são crescente ou decrescente?
Resposta: _____

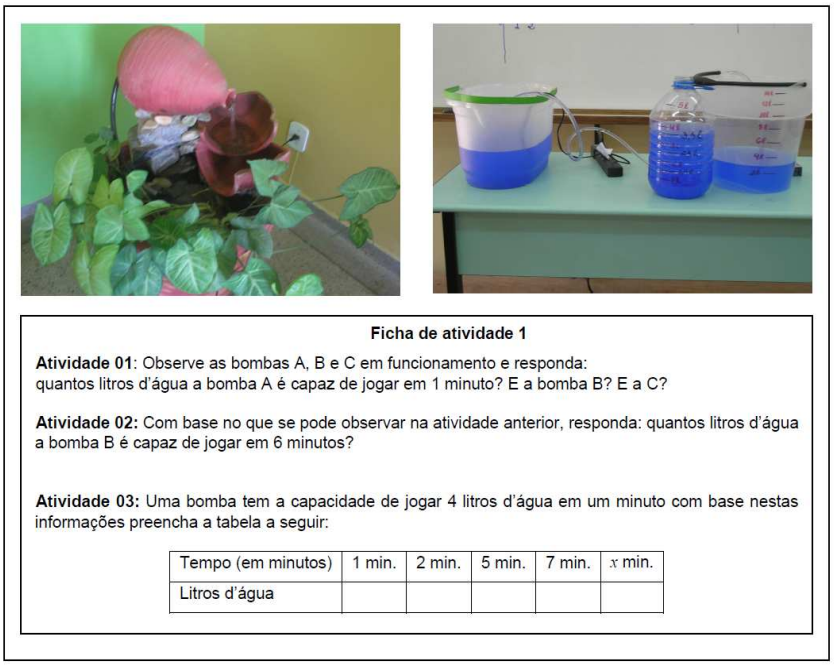
Figura 1. Distribuição das atividades dos testes, segundo o contexto, acompanhado de algumas atividades.

Para que o leitor tenha um panorama de como foram constituídos os testes, apresentamos na figura 1, a título de ilustração, as atividades 6, 7, 8 e 9 em formato reduzido, sendo que duas delas contemplam o contexto matemático e as outras duas o contexto extramatemático.

No que se refere à intervenção de ensino, realizada apenas com o GE, foi desenvolvida ao longo de cinco encontros, todos com duração de uma aula dupla (100 minutos cada). Houve um intervalo de 15 dias entre a aplicação dos testes e a realização da intervenção. O ponto de partida dos encontros dessa intervenção foi sempre uma situação-problema. Dessa forma, partimos de uma realidade conhecida pelos estudantes, trabalhando com material manipulativo, e seguimos para o caminho da abstração.

Na busca de um tema que pudesse gerar tais situações-problema, que seriam solucionados dentro do ambiente de sala de aula e que servisse como ponto de partida para o nosso trabalho, perguntamos aos alunos que atividades desenvolvidas dentro e fora do espaço escolar, eles julgavam mais interessantes. Dentre as várias respostas, chamou-nos atenção aquelas que apontavam para as aulas da disciplina de Arte, quando eles construíram algumas fontes que jorravam água, a partir de bombas d'água utilizadas em aquários. A figura a seguir mostra a

fonte que motivou nosso experimento como também o material que deu início a intervenção de ensino.



Ficha de atividade 1

Atividade 01: Observe as bombas A, B e C em funcionamento e responda:
quantos litros d'água a bomba A é capaz de jogar em 1 minuto? E a bomba B? E a C?

Atividade 02: Com base no que se pode observar na atividade anterior, responda: quantos litros d'água a bomba B é capaz de jogar em 6 minutos?

Atividade 03: Uma bomba tem a capacidade de jogar 4 litros d'água em um minuto com base nestas informações preencha a tabela a seguir:

Tempo (em minutos)	1 min.	2 min.	5 min.	7 min.	x min.
Litros d'água					

Figura 2. Fonte construída pelos alunos na aula de Arte, material utilizado na intervenção juntamente com a ficha de atividades resolvida pelos alunos no 1º encontro da intervenção de ensino.

Como tema motivador da intervenção de ensino, decidimos trabalhar com três bombas de aquário idênticas aquelas já conhecidas pelos estudantes e um cronômetro. Entendemos que a partir da manipulação desse material poderiam surgir atividades que gerariam problemas, cujas soluções poderiam ser encontradas por meio de uma função afim e, de fato, surgiram!

Análise e discussão dos resultados

A análise dos dados aqui discutidos, dizem respeito apenas aos desempenhos dos dois grupos – GE e GC – no que tange aos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste). Estes foram constituídos por 10 atividades, as quais apresentavam equivalências quanto ao conteúdo, grau de dificuldade e contextualização. Também achamos necessário classificar as atividades em dois grupos, sendo um formado por atividades que apresentavam um contexto oriundo da própria Matemática que chamamos de (contexto matemático) e outro formado por aquelas que apresentavam um contexto proveniente de situações externas a Matemática que chamamos de (contexto extramatemático).

Para efeito deste artigo, apresentaremos apenas uma análise quantitativa. Esta está dividida em três partes: a primeira discute o desempenho geral dos dois grupos no pré e pós-teste; a segunda trata do desempenho do GE nas atividades conforme o tipo de contexto apresentado; a terceira analisa o desempenho do GE, comparando os dois tipos de contexto no mesmo teste diagnóstico.

Iniciando pela análise geral do desempenho dos grupos, assumimos as seguintes hipóteses

estatísticas:

H_0: $\mu_c = \mu_e$ (a média de acertos do grupo controle é igual à média de acertos do grupo experimental). Logo, não há diferença estatisticamente significativa entre os grupos.

H_1: $\mu_c \neq \mu_e$ (a média de acertos do grupo controle é diferente da média de acertos do grupo experimental). Logo, há diferença estatisticamente significativa entre os grupos.

A figura a seguir apresenta o resultado do teste t de Student para a comparação dos desempenhos dos grupos, no pré e pós-teste, por meio de uma tabela e de um boxplot.

teste / grupo		N	Média	DP	t(51)	p-valor
Pré-teste	GC	24	3,58	2,12	-0,554	0,582
	GE	29	3,86	1,53		
Pós-teste	GC	24	6,58	2,87	-5,450	0,000
	GE	29	12,76	5,22		

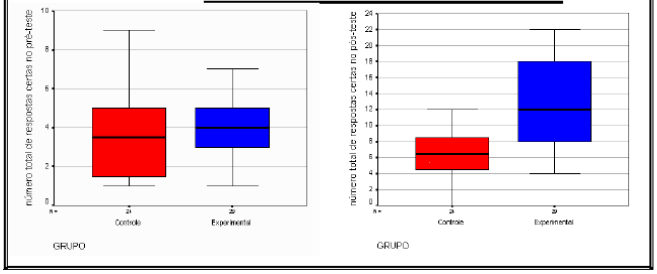


Figura 3. Desempenho geral do GC e do GE nos testes diagnósticos.

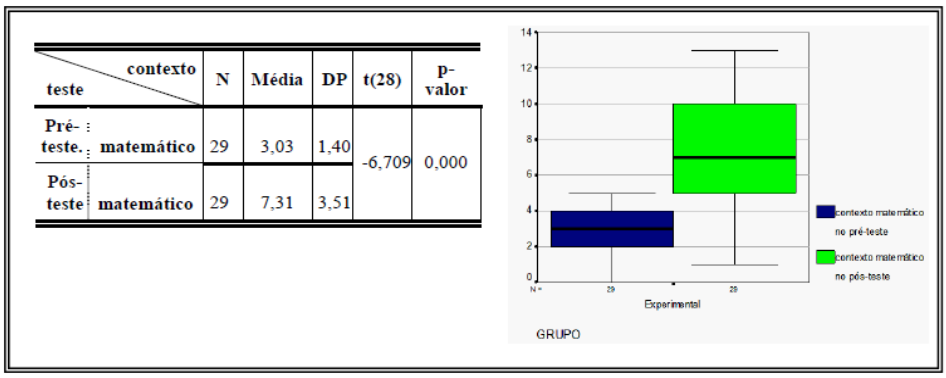
A figura 3 aponta que os grupos partiram de patamares muito próximos no pré-teste, sem diferença significativa entre eles, conforme comprova o teste t de Student (t (51) = -0,554; p = 0,582), o que nos leva a aceitar H_0. Já no pós-teste os grupos apresentaram diferenças significativas nos seus desempenhos, (teste t de Student (t (51) = -5,450; p = 0,000)), o que nos permite afirmar que o crescimento do GE foi significativamente maior do que o do GC, rejeitando assim H_0 e aceitando H_1.

Considerando que o GE passou por uma intervenção de ensino, enquanto o GC não teve qualquer tipo de intervenção a cerca do conteúdo, então é razoável supor que o crescimento apresentado pelos alunos do GE está relacionado à intervenção de ensino pela qual o grupo passou. Este resultado já era esperado, visto que apenas o GE estudou função afim.

A análise acima permitiu que tivéssemos uma visão geral do desempenho dos grupos, mas ela não permitiu analisar com mais profundidade, por exemplo, se a intervenção de ensino foi eficiente no sentido de melhorar o desempenho do GE nas atividades independente do contexto (matemático ou extramatemático).

Sendo assim, a nossa próxima etapa da análise foi comparar o desempenho do GE nas atividades de contexto matemático do pré-teste com aquelas de mesmo contexto presentes no pós-teste.

A figura a seguir mostra os resultados que obtivemos ao compararmos o desempenho do GE nas atividades de contexto matemático no pré e no pós-teste.

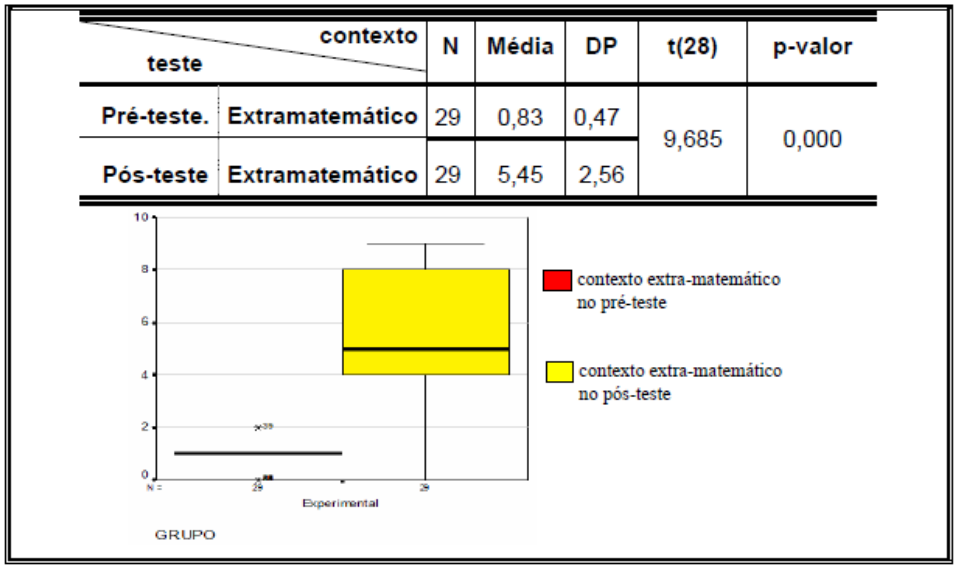


teste \ contexto		N	Média	DP	t(28)	p-valor
Pré-teste.	matemático	29	3,03	1,40	-6,709	0,000
Pós-teste	matemático	29	7,31	3,51		

Figura 4. Desempenho do GE nas atividades de contexto matemático.

Observando a figura 4, notamos um crescimento no desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, quando comparado o pré com o pós-teste. O teste t de Student confirma que tal diferença não ocorreu ao acaso, (t(28) = -6,709; p = 0,000). Defendemos que tal melhora de desempenho deva-se à intervenção de ensino pela qual o grupo foi submetido no intervalo de tempo entre o pré e o pós-teste. Vale a pena ressaltar que a intervenção de ensino tinha como objetivo partir de situações reais (concreto) caminhando no sentido da formalização (abstrato).

Continuando a segunda etapa da análise, comparamos também o desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático nos dois testes. A figura a seguir mostra o resultado que obtivemos após aplicarmos o teste t de Student para analisar o desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático.



teste \ contexto		N	Média	DP	t(28)	p-valor
Pré-teste.	Extramatemático	29	0,83	0,47	9,685	0,000
Pós-teste	Extramatemático	29	5,45	2,56		

Figura 5. Desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático.

A figura 5, aponta um extraordinário crescimento no desempenho do GE nas atividades de

contexto extramatemático no pós-teste, havendo uma diferença significativa entre os desempenhos, como comprovado pelo teste t de Student para amostras emparelhadas (t(28) = 9,685; p = 0,000).

Mais uma vez, a análise dos resultados apresentados pelos estudantes do GE indica que a intervenção de ensino foi eficiente no sentido de melhorar o desempenho desses estudantes também nas atividades de contexto extramatemático. Convém ressaltar que essa intervenção de ensino contou com situações ligadas à realidade, uma vez que seguiu os princípios da modelação matemática.

A terceira e última etapa da análise diz respeito a uma comparação no desempenho do GE, no que tange às atividades de contextos diferentes, dentro do mesmo teste diagnóstico.

A figura 6 possibilita analisar o desempenho do GE no pré-teste, comparando as atividades de contexto matemático com aquelas de contexto extramatemático.

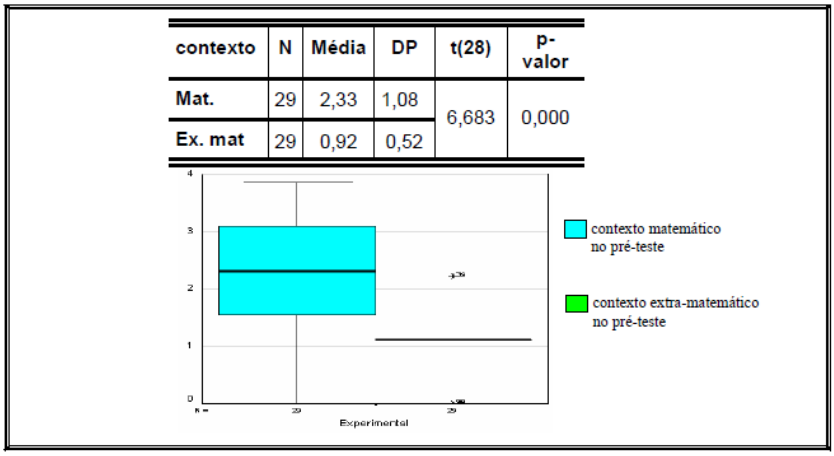


Figura 6. Desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, comparando com aquelas de contexto extramatemático no pré-teste.

Como é possível observar na figura 6, os alunos do GE apresentaram um desempenho melhor nas atividades de contexto matemático do que naquelas de contexto extramatemático, no pré-teste. Tal diferença foi estatisticamente significativa, a favor das atividades de contexto matemático (teste t de Student (t(28) = 6,683; p = 0,000)).

Com o intuito de observar se a diferença entre os contextos apresentada no pré-teste deixou de existir no pós-teste, realizamos a análise dos contextos no pós-teste, tal como fizemos no pré-teste.

A figura a seguir mostra os resultados que obtivemos comparando o desempenho do GE nas atividades de contexto matemático com as de contexto extramatemático no pós-teste.

contexto	N	Média	DP	t(28)	p-valor
Mat.	29	5,62	2,70	-0,812	0,424
Ex. mat	29	6,05	2,84		

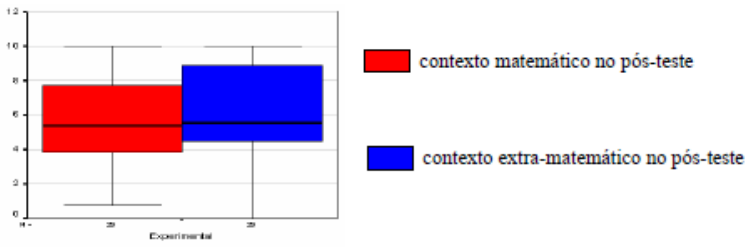


Figura 7. Desempenho do GE nas atividades de contexto matemático, comparando com aquelas de contexto extramatemático no pós-teste.

A figura acima mostra que não houve diferença significativa no desempenho do GE nas atividades de contextos diferentes no pós-teste, como comprova o teste t de Student (t(28) = -0,812; p = 0,424), embora os estudantes tenham se saído ligeiramente melhor no contexto extramatemático . Portanto, tem-se aqui uma forte indicação de que a intervenção de ensino foi eficiente no sentido de eliminar essa diferença, favorecendo o bom desempenho dos estudantes nos dois contextos indiscriminadamente.

Um fator que acreditamos que justifique essa equiparação no desempenho do GE nas atividades de contexto extramatemático com as de contexto matemático, pode ser o fato de que a intervenção de ensino pela qual o grupo passou foi fundamentada nos princípios da modelagem matemática, com algumas adaptações, caracterizando, assim, a modelação matemática.

Conclusão

A partir da análise dos resultados apresentados pelos estudantes nos testes, sentimo-nos confortáveis para inferir que a intervenção de ensino contribuiu para a aprendizagem desses alunos. Dessa forma, concordamos com Bassanezi (2006), quando este afirma que tanto o trabalho com modelagem, como a resolução de problemas ajudam o estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria Matemática. Consideramos ainda, sempre limitando-nos a nossa amostra, que a introdução do conceito de função afim no 7º ano do Ensino Fundamental, por meio da resolução de problemas e tendo em mente que a modelação matemática é uma estratégia viável e de grande valia para o processo de ensino-aprendizagem. De fato, a opção por tal estratégia de ensino nos permitiu trabalhar com sucesso vários aspectos primordiais na introdução do conceito de função.

Ao refletir sobre o fechamento deste estudo, temos a convicção de que se faz necessário um trabalho mais consistente em relação a alguns aspectos da função afim, como por exemplo, ideia da proporcionalidade que está presente nesse tipo de função, e constitui um dos elementos primordiais para compreender a relação entre as variáveis, visto que nossa intervenção explorou

pouco essa ideia.

Por fim, acreditamos que o fato dos estudantes, durante toda a intervenção, terem sempre a frente uma situação familiar e instigante (como foi o caso das bombas d'água), cuja solução envolvia o domínio das noções básicas da função afim, fez com que eles tivessem interesse na aprendizagem dessas noções. Além disso, o resultado de tal aprendizado permitiu que esses estudantes pudessem manipular e obter diferentes comportamentos das bombas, bem como entender os comportamentos de outros fenômenos por meio de sua modelação, caracterizando assim, o processo de construção do conhecimento.

Sugestões para pesquisas futuras

Acreditamos que este estudo poderá trazer contribuições significativas para a discussão científica a respeito da introdução das noções de função. Assim, a partir de nossa conclusão, podemos fazer algumas sugestões para a realização de futuros estudos que objetivem investigar novas abordagens para o ensino da função. Desta forma, destacamos duas sugestões de pesquisa com intervenção de ensino.

A primeira sugestão proposta é a realização de uma investigação com maior número de encontros, abordando com maior ênfase a questão da proporcionalidade. Em nossa intervenção, apesar de explorada, não dedicamos encontros cujas atividades enfatizassem essa idéia. Questionamo-nos se fosse realizado um estudo em que se dedicasse um ou dois encontros para trabalhar essa noção, dentro do princípio de modelar situações familiares e que efetivamente fossem geradoras de interesse para os alunos, tal seria suficiente para a compreensão desse princípio.

Outra sugestão seria a realização desse mesmo estudo, com o mesmo número de encontros, só que realizado em dois ambientes distintos: um em que os alunos usariam papel e lápis (tal qual fizemos) e outro em que lhes seria permitido o uso da ferramenta computacional para a produção, leitura e análise dos gráficos. Pensamos no ambiente computacional porque este é dinâmico e permitiria uma produção maior, mais rápida e acurada de gráficos. Nesse caso, os alunos vivenciariam a situação da bomba d'água, mas as atividades referentes a ela seriam realizadas com diferentes ferramentas didáticas. Qual seria o efeito de um e de outro recurso didático? Qual traria maior contribuição para a aprendizagem desses alunos? Ou será que seria indiferente, pois o importante seria a modelação da situação e não a ferramenta usada? Para esse estudo, propomos a formação de dois grupos experimentais, ao invés de um experimental e um de controle.

Em ambos os estudos sugeridos, propomos ainda que seja feito, para além de um pós-teste, um "*delay post-test*", digamos uns 6 meses mais tarde. Isto permitiria diagnosticar se, como e quanto eficaz foi a (ou as) intervenção(ões).

Bibliografia e referências

Bassanezi, R. C. (2006). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática, 3ª ed. São Paulo. Contexto.

Biembengut, M. S. & Hein, N. (2007). Modelagem matemática no ensino. São Paulo. Contexto.

Brasil. (1998). Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática. Brasília MEC/SEF.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos. São Paulo. Editores Associados.

Rudio. F. V. (1986). Introdução ao projeto de pesquisa. Rio de Janeiro. Vozes.