

Grandezas numéricas em questões de raciocínio combinatório do 6º ao 9º ano

Tâmara Marques da Silva **Gomes**

Mestranda em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE

Recife, PE - Brasil

tamara_msg@hotmail.com

Verônica **Gitirana**

Edumatec – Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE

Recife, PE – Brasil

veronica.gitirana@gmail.com

Resumo

Este artigo tem como propósito sintetizar um pouco da análise realizada em questões que envolvem o raciocínio combinatório propostas por alguns livros didáticos de matemática aprovados pelo PNDL, para os anos finais (6º ao 9º ano) do Ensino Fundamental. Buscou-se, a partir da análise das questões identificadas, perceber como as ordens de grandeza estão sendo apresentadas tanto nos conjuntos quanto nos resultados, observando aspectos que possam comprometer o aprendizado, levando os estudantes a desenvolverem estratégias e conceitos errôneos a respeito desses temas. Observou-se que as ordens de grandezas dos conjuntos estão mais concentradas de 1-20, enquanto que as ordens de grandezas dos resultados apresentam uma melhor distribuição, porém as questões analisadas parecem não contribuir para a sistematização do raciocínio combinatório, por dar margem à simples obtenção do resultado sem a construção de um sentido para o aprendiz.

Palavras-chave: Combinatória, livro didático, ordem de grandeza, grandezas numéricas, análise de livros.

Introdução

A compreensão do campo da Combinatória pode consistir em uma importante ferramenta que o cidadão inserido no mundo das informações, das novas tecnologias, das transações financeiras necessita para resolver problemas reais, isso pode ser constatado em pesquisas como as de Pinheiro e Sá (2007), Sturm et al (1999) dentre outros que pontuam a eficácia de tal ferramenta na resolução de problemas exigidos pela sociedade.

Desta forma os PCN's sugerem o estudo da Combinatória desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, porém como afirma Schliemann(2001) ao realizar observações não sistemáticas de aulas sobre análise combinatória, verificou-se que o ensino escolar limita-se quase sempre ao treinamento no uso de fórmulas e algoritmos para encontrar o número de arranjo, combinações

ou permutações sem proporcionar que os alunos derivem as referidas fórmulas pelo uso da manipulação dos elementos.

Cabe destacar que mesmo diante da importância conferida ao papel do professor na sistematização do raciocínio combinatório de seus alunos, este não é o foco do presente artigo, e sim o livro didático, visto que o mesmo tem sido uma forte referência para a prática docente, como ressalta Mansutti (1993), o que o faz merecer uma atenção especial. Desta forma, procurou-se como objetivo geral analisar qual a ordem de grandeza das atividades que envolvem o raciocínio combinatório propostas em cinco das coleções de matemática de sexto ao nono ano aprovadas pelo PNLD (Plano Nacional do Livro Didático) e como objetivo específico o que se pretende é verificar como as grandezas, enquanto quantidade de elementos dos conjuntos e enquanto resultados estão sendo apresentadas.

Em estudos como o de Pessoa e Borba (2009) que tinham como objetivo analisar o desempenho e as estratégias utilizadas por alunos do 6º ao 9º ano de duas escolas de Pernambuco na resolução de problemas de raciocínio combinatório, envolvendo produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação, os estudantes resolveram 8 (oito) problemas com ordem de grandezas diferentes, com agrupamentos simples e sem repetição. Como resultado elas perceberam que ao mudarem as grandezas dos conjuntos os sujeitos apresentaram certa dificuldade na resolução.

Aqui estamos preocupados em saber se há diversidade da ordem de grandezas que estão presentes nas questões analisadas, pois como afirma Vergnaud (1986) a construção de um conceito só ganha sentido para o aluno a partir de sua experiência com a variedade de situações.

Revisão bibliográfica

Segundo Pinheiro e Sá (2007), de uma forma geral, a prática pedagógica predominante entre os professores de ensino médio investigados é o uso do livro didático como principal ferramenta para a elaboração das aulas de combinatória, pois por mais que alguns sujeitos tenham apontado a utilização da resolução de problemas ou modelagem para o desenvolvimento de suas aulas, ainda está muito forte a tendência formalista.

Em relação a esta ferramenta didática – Livro Didático - Lopes (2000), em sua tese afirma:

Ele sempre representou – e continua representando – para o professor, o complemento de sua formação acadêmica e o apoio na prática escolar, principalmente pelas condições de trabalho, não tão favoráveis, que o professor enfrenta. (LOPES, 2000, p. 224).

Nesta direção é pertinente analisar como estão estruturados e desenvolvidos os conceitos referentes ao campo da combinatória nos livros didáticos adotados para o Ensino Básico.

Segundo Morgado, Pitombeira de Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991), pode-se dizer que a análise combinatória é a parte da matemática que analisa estruturas e relações discretas. Eles ainda destacam dois tipos de problemas frequentes em análise combinatória: determinar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas

condições e contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito dado também satisfazendo a certas condições.

Merayo (2001) pontua que a análise combinatória possui técnicas que possibilitam saber quantos objetos há em um conjunto sem contá-los, por não necessitar listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto.

Pessoa e Borba (2009) destacam em sua pesquisa que quando a grandeza numérica é menor pode ser um facilitador na resolução dos problemas, pois perceberam que quando grandezas maiores estavam envolvidas só apareciam tentativas de resolução que não esgotavam todas as possibilidades.

Metodologia

A seleção dos livros ocorreu aleatoriamente entre as 16 coleções de livros didáticos de matemática aprovadas pelo PNLD, para as séries finais do Ensino Fundamental, sendo escolhidas cinco delas. Assim, foram encontradas 105 (cento e cinco) questões referentes ao campo da combinatória, não necessariamente em capítulos destinados a combinatória e probabilidade. Nestas questões foram analisadas as ordens de grandeza dos elementos dos conjuntos propostos e as ordens de grandeza dos resultados, os dados obtidos estão sendo apresentados em dois momentos, no primeiro momento nos ocupamos da análise e discussão dos dados relacionados à ordem de grandeza dos elementos do conjunto e no segundo momento da ordem de grandeza dos resultados. Quanto às variáveis, foram consideradas além da ordem de grandeza, o volume da obra e o tipo de problema combinatório.

Análise e Discussão dos Resultados

De uma forma geral pode-se perceber que a ordem de grandeza dos elementos do conjunto nas questões analisadas apresenta um quantitativo considerável na grandeza de 1-5, sendo um total de 50 questões, o que representa 47,6%, porém a grandeza de 6-10 também merece destaque por serem identificadas 32 questões, ou seja 30,5%, e embora a grandeza de 11-20 tenha sido identificada em apenas 12 questões, representando 11,4%, a ordem de grandeza das questões se concentra de 1- 20, o que pode ser verificado no percentual acumulado, pois o mesmo apresenta 89,5%. Por fim, poucas foram as questões identificadas com ordens de grandeza de 21-50, maior que 100 e para n , sendo pontuadas respectivamente 4, 3 e 4 questões, o que equivale a 3,8%, 2,9% e 3,8% e nenhuma questão foi identificada com a ordem de grandeza de 51-100.

Pode-se observar também, que a ordem de grandeza de 1-5 foi identificada em maior quantidade nos volumes 6 (22 questões) e 8 (20 questões), ou seja, 44,0% e 40,0% respectivamente, enquanto que nos volumes 7 e 9 (4 questões) estas praticamente não aparecem, o que representa 4,0% das 50 questões identificadas. No que se refere à ordem de grandeza de 6-10, foram encontradas 20 questões no volume 8, o que corresponde a 64,5%, 7 questões no volume 6, ou seja 21,9%, 5 questões no volume 7, sendo 15,6% e nenhuma no volume 9. Quanto a ordem de grandeza de 21-50, foram identificadas 11 questões no volume 8 e 1 questão

no volume 6, respectivamente 91,6% e 8,3%. Já na grandeza maior que 100 apresenta apenas 1 questão nos volumes 6, 8 e 9, ou seja 33,3%, e por fim para a grandeza n apenas três questões foram identificadas no volume 8, representando 75,0% e 1 questão no volume 6, correspondente a 25,0%. Embora não se tenha identificado um número considerável de questões nos volumes 7 e 9, pode-se considerar que o volume 8 foi o que apresentou a maior diversidade de ordens de grandeza, mesmo não tendo um grande quantitativo de questões com ordem de grandeza de 21- n .

Neste caso, as variáveis consideradas foram à ordem de grandeza do conjunto e o tipo de problema combinatório, onde 0, 1, 2 e 3 representam, respectivamente, os problemas de produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação. Das questões identificadas 51 se classificam como produto cartesiano, 27 como combinação, 19 como permutação e 8 como arranjo. Verificou-se que é considerável a diversidade das ordens de grandeza das questões classificadas como produto cartesiano, sendo 58,0% (29 questões) com grandeza de 1-5, 46,9% (15 questões) com grandeza de 6-10, 33,3% (4 questões) com grandeza de 11-20, 33,3% (1 questão) com ordem de grandeza maior que 100, 25,0% (1 questão) com grandeza de 21-50 e para n . Mas também, as questões de combinação merecem destaque, pois 66,7% (8 questões) encontram-se com ordem de grandeza de 11-20, 21,9% (7 questões) com grandeza de 6-10, ainda 10,0% (5 questões) com grandeza de 1-5, 75,0% (3 questões) com ordem de grandeza n , 66,0% (2 questões) com grandeza maior que 100 e 50,0% (2 questões) com grandeza de 21-50. Enquanto que das questões de permutação 30,0% (15 questões) tem ordem de grandeza de 1-5 e 12,5% (4 questões) de 6-10. Já as questões de arranjo 18,7% (6 questões) apresentam grandeza de 6-10, 2,0% (1 questão) com grandeza de 1-5 e 25,0% (1 questão) com grandeza de 21-50.

Em relação à ordem de grandeza dos resultados, os quantitativos de questões por ordem de grandeza estão bastante próximos, tendo 28 questões com grandeza de 21-50, o que equivale a (26,7%), 21 questões com grandeza de 6-10, o que corresponde a (20,0%), 20 questões com grandeza maior que 100, correspondente a (19,0%), 14 questões com grandeza de 11-20, ou seja (13,3%), 10 questões com grandeza de 1-5, sendo (9,5%) e por fim apenas 7 questões com grandeza de 51-100 e 5 com grandeza n , ou seja (6,7%) e (4,8%), respectivamente.

Ao relacionar as variáveis ordem de grandeza do resultado e volume da obra. Verifica-se que das questões identificadas com grandeza de 21-50, 50,0%, o que equivale a 14 questões foram encontradas no volume 8; 32,1%, correspondente a 9 questões estavam no volume 6 e os 17,8% restantes, ou seja, 5 questões foram encontradas no volume 7. Em relação à ordem de grandeza de 6-10, 61,9%, o que representa 13 questões foram identificadas no volume 8; 33,3%, o equivalente a 7 questões no volume 6 e 4,8%, referente a 1 questão no volume 9. Quanto a ordem de grandeza maior que 100, 85,0%, o que é equivalente a 17 questões estão no volume 8; 10,0%, ou seja, 2 questões estão no volume 9 e 5,0%, o que representa 1 questão encontra-se no volume 6. No que se refere à ordem de grandeza de 11-20, foram encontradas 50,0%, ou seja, 7 questões no volume 6; 21,4%, equivalente a 3 questões nos volumes 7 e 8; e ainda 7,2%, ou seja, 1 questão foi encontrada no volume 9. Já em relação a grandeza de 1-5 foram identificadas, 90,0%, o que representa 8 questões no volume 6 e 10,0%, ou seja, 1 questão no volume 9. Enquanto que da ordem de grandeza n 60,0%, ou seja, 3 questões encontravam-se no volume 8 e 20,0%, o que representa uma questão no volume 6 e 20% no 9. Finalmente as poucas questões identificadas com ordem de grandeza de 51-100 encontram-se todas no volume 8, que por sinal foi o volume onde foi encontrado o maior quantitativo de questões e com todas as ordens de grandeza.

Considerações finais

Nas cinco coleções de livros de Matemática analisadas foram encontrados problemas que abordam quatro técnicas da Combinatória (produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação). Contudo, as técnicas com maiores percentuais de apresentação foram a Combinação e o Produto Cartesiano, sendo o Arranjo a que obteve os menores percentuais. Houve uma boa variação das representações simbólicas utilizadas, porém os autores dos livros não exploram as propriedades invariantes da combinatória, nem orientaram os professores em relação aos diferentes significados envolvidos em cada técnica, isso pode ser observado tanto no livro do aluno, quanto no manual do professor. Dessa forma, assim como Barreto, Amaral e Borba, podemos concluir que para um trabalho mais efetivo em sala de aula, os livros didáticos deveriam orientar melhor os professores sobre diferentes aspectos da combinatória a serem considerados.

Quanto à ordem de grandeza dos conjuntos propostos nas questões, pode-se perceber que as questões de produto cartesiano e de combinação também apresentaram uma maior diversidade nas grandezas envolvidas, porém a maior parte das questões tem grandezas de menor ordem, no caso de 1-10 e a ordem de grandeza de 51-100 não foi identificada em nenhuma questão. Já se tratando dos volumes o maior quantitativo de questões foi encontrado nos volumes 6 e 8, sendo encontradas não necessariamente em capítulos destinados a combinatória e probabilidade, mas também capítulos como o de geometria, álgebra, dentre outros. No que se refere à ordem de grandeza dos resultados, verificou-se que foram encontradas questões com todas as ordens de grandeza estabelecidas e com uma diversidade maior do que as ordens de grandeza dos conjuntos, sendo o maior quantitativo de questões com grandeza de 21-50.

De uma maneira geral a diversidade das ordens de grandeza tanto dos conjuntos quanto dos resultados pode não ser considerada significativa, visto que mesmo a ordem de grandeza dos resultados apresentando uma boa diversidade, as questões e suas respectivas formas de resolução propostas nos livros didáticos analisados, parecem não contribuir para a sistematização do raciocínio combinatório, o que corrobora com o já pontuado anteriormente, pois as questões analisadas dão margem à simples obtenção do resultado sem a construção de um sentido para o aprendiz.

Referências bibliográficas

- LOMAS, F.H. (2004). Evolução do Livro Didático em Relação ao Ensino de Semelhanças de Triângulos. *Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM)*. São Paulo – SP, p. 18.
- LOPES, J. de A. (2000). *Livro Didático de Matemática: Concepção, Seleção e Possibilidades frente a Descritores de Análise e Tendências em Educação Matemática*. Campinas: UNICAMP/FE (Tese de Doutorado).
- MANSUTTI, M. A. (1993). Concepção e Produção de Materiais Instrucionais em Educação Matemática. *Revista de Educação Matemática. SBEM-SP*, ano 1, n.1, p. 17-29.
- MERAYO, F. (2001). *Matemática Discreta*. Madri : Editora Thomson Paraninfo S.A..
- MORGADO, A.C. et al. (2004). *Análise Combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: IMPA/VITAE.

- MORGADO, A., PITOMBEIRA DE CARVALHO, J., PINTO DE CARVALHO, P. & FERNANDEZ, P. (1991). *Análise combinatória e probabilidade*. Rio de Janeiro, Graefex.
- PESSOA, C. A.; BORBA, R. E. (2009). Resolução de problemas de raciocínio combinatório por alunos do 6º ao 9º ano. *Anais do 19º Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste (EPENN)*, João Pessoa - PB, pp. 1-17.
- PINHEIRO, C.A. de M. e SÁ, P. F. de. (2007). O Ensino de Análise Combinatória: A Prática Pedagógica Predominante Segundo os Docentes. *Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática (IX ENEM)*. Belo Horizonte-MG.
- STURM, Wilton. (1999). *As possibilidades de um ensino de análise combinatória sob uma abordagem alternativa*. Campinas, 94 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas.
- SCHLIEMANN, A. D.; Carraher, W.D e Carraher, T.N. (2001). *Na vida dez, na escola zero*. 12ª. ed. – São Paulo, Cortez.
- VERGNAUD, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, p 75-90.