



## A interpretação de problemas aditivos por alunos de escolas com IDEB<sup>1</sup> alto e com IDEB baixo

Carolina Cysneiros de **Souza**  
Universidade Federal de Pernambuco  
Brasil

[carolinacysneiros@hotmail.com](mailto:carolinacysneiros@hotmail.com)

Gleice Iara Santos **Costa**  
Universidade Federal de Pernambuco  
Brasil

[gleice.iara@gmail.com](mailto:gleice.iara@gmail.com)

Cristiane Azevêdo dos Santos **Pessoa**  
Professora da Universidade Federal de Pernambuco  
Brasil

[cristianepessoa74@gmail.com](mailto:cristianepessoa74@gmail.com)

### Resumo

O presente trabalho teve como objetivo analisar a compreensão de alunos que concluíram os anos iniciais do Ensino Fundamental a respeito de problemas aditivos, levando em consideração algumas variáveis que podem facilitar/dificultar a interpretação do problema, tais como palavras-chave condizentes ou falsas, valores distratores, contextualização com dinheiro, inversão da sequência temporal, valores escritos por extenso. Para atingir tal objetivo foi aplicado, em duas escolas públicas municipais do Recife, um instrumento com oito problemas. As escolas foram selecionadas com base nos dados proporcionados pelo IDEB 2009. Foram analisadas as estratégias e os tipos de respostas utilizadas pelos estudantes. Percebe-se que, embora seja importante levantar os índices de desenvolvimento da educação, é fundamental lançar um olhar cuidadoso sobre como o educando interpreta e se mune de estratégias para resolver problemas.

**Palavras - chave:** Estruturas aditivas, Estratégias de resolução de problemas, Ensino da Matemática, Palavras-chave na resolução de problemas, Contextualização, Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, Ensino Fundamental.

---

<sup>1</sup> Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.

## **Introdução**

A resolução de problemas no ensino da Matemática tem grande importância, pois leva o aluno a pensar produtivamente, desenvolvendo seu raciocínio. As aulas que envolvem resolução de problemas possuem a intenção de colocar os alunos diante de uma situação na qual eles têm que fazer uso eficaz das informações que possuem para resolver as situações-problema que lhes são propostas dentro e fora da escola. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática (BRASIL, 1997), nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem-se como um dos objetivos a resolução de situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia e estimativa, além da utilização de conceitos e procedimentos matemáticos.

Assim como nas discussões em educação matemática há uma grande defesa em relação ao uso da resolução de problemas nas aulas, as avaliações para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Inep/MEC<sup>2</sup>, como os exames do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e a Prova Brasil, se utilizam da resolução de problemas para a avaliação dos alunos brasileiros<sup>3</sup>.

Esses dois processos de avaliação são utilizados como uma das ferramentas para medir o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)<sup>4</sup> das nossas escolas. Em Matemática, o foco dos exames avaliativos que compõem esse índice é a resolução de problemas envolvendo as quatro operações básicas. Considerando que os conhecimentos abordados nas avaliações já deveriam estar consolidados, como explicar o baixo índice obtido nesses exames?

Diante da importância da resolução de problemas nas aulas de Matemática, do seu uso nos exames nacionais de avaliação e da percepção de baixos índices em Matemática nesses exames avaliativos, é que buscamos pesquisar a compreensão e as estratégias utilizadas por alunos do 6º ano para resolver problemas envolvendo estruturas aditivas, um campo caracterizado, de acordo com Vergnaud (1982), pelas operações de adição e subtração. A escolha por estruturas aditivas se deu pelo fato dos alunos trabalharem esse tema ao longo de toda a sua educação básica, esperando-se, assim, que eles já tenham desenvolvido estratégias válidas para a resolução de problemas neste campo conceitual.

Nosso foco foi direcionado àqueles alunos que acabaram de concluir os anos iniciais da educação básica, ou seja, alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, por terem sido estes os alunos que realizaram a Prova Brasil do ano de 2009. Escolhemos investigar duas escolas, uma com IDEB alto e uma com IDEB baixo. Como as estratégias desenvolvidas pelos alunos ao resolverem os problemas aditivos não são consideradas nestas avaliações em larga escala, buscamos verificar justamente como alunos de escolas com índices tão diferentes desenvolvem estratégias para solucionar problemas e quais tipos de respostas fornecem para estes problemas.

---

<sup>2</sup> Inep - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira / MEC - Ministério da Educação.

<sup>3</sup> É importante ressaltar a distinção existente entre a Prova Brasil e o SAEB: A principal diferença é que a primeira se restringe apenas a avaliação de escolas públicas de áreas urbanas com estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental enquanto o segundo se expande também pela área rural, escolas particulares e 3º ano do Ensino Médio e é feita por amostragem, ou seja, nem todas as turmas e estudantes das séries avaliadas participam da prova.

<sup>4</sup> O IDEB do município é calculado a partir do desempenho da escola na Prova Brasil e dos índices de frequência e evasão de alunos da escola. Aferido bianualmente, é apresentado numa escala de 0 a 10 e tem como objetivo alcançar a média 6 até 2021.

## Marco teórico

### Estruturas aditivas e tipos de problema

A Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gérard Vergnaud (1996), defende que um conhecimento se desenvolve dentro de um grande período de tempo, por meio de três dimensões: maturação (crescimento fisiológico e desenvolvimento nervoso); experiência (interação do sujeito com situações de seu cotidiano) e aprendizagem (responsabilidade da escola, por excelência, atua na construção do conhecimento do aluno a partir da atenção do professor). A Teoria dos Campos Conceituais tem como objetivo a reflexão da aprendizagem de um conceito, “para tentar melhor compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento” (VERGNAUD, 1996, p. 11).

Segundo Vergnaud (1990), a adição e a subtração fazem parte de um mesmo campo conceitual, o das estruturas aditivas que é, o conjunto das situações, cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações ou uma combinação destas operações, e também como o conjunto dos conceitos, teoremas e representações simbólicas como tarefas Matemáticas.

Ao analisarem as estratégias utilizadas por crianças e as dificuldades por elas encontradas para resolverem problemas de adição e de subtração, Vergnaud e Durand (1976) classificaram os problemas de estruturas aditivas em seis categorias básicas, enfatizando a diferença entre três aspectos fundamentais: medida, transformação no tempo e relacionamento: (1) Parte-todo (combinação); (2) Transformação de estados (transformação); (3) Comparação de estados (comparação); (4) Composição de duas transformações (5) Composição de relações; (6) Transformação de uma relação

Além desta, existe também a classificação de Carpenter e Moser (1982), sobre os problemas de estruturas aditivas, a qual traz quatro tipos de problemas e suas variações expostas a seguir<sup>5</sup>:

1. Combinação “combine”: Descreve um relacionamento estático entre duas quantidades e suas partes.
  - 1.1 Combinação – todo desconhecido: Alexandre tem 8 bombons e Leandro tem 14. Quantos bombons eles têm ao todo?
  - 1.2 Combinação - parte desconhecida: Patrícia e Gabriel colecionam chaveiros. Eles têm juntos 22 chaveiros. Gabriel tem 14. Quantos chaveiros Patrícia tem?
2. Mudança “change”: Envolve um relacionamento dinâmico, pois a partir de uma quantidade inicial e, através de uma ação direta ou indireta, causa-se um aumento ou diminuição na mesma.
  - 2.1 Mudança - resultado desconhecido - situação de acréscimo: Marília tinha 14 papéis de carta. Sua mãe lhe deu 8 papéis. Quantos papéis de carta Marília tem agora?
  - 2.2 Mudança - resultado desconhecido - situação de decréscimo: João tinha 22 bolas de gude. Jogando com seus colegas perdeu 14 bolas. Quantas bolas João tem agora?
  - 2.3 Mudança - transformação desconhecida - situação de acréscimo: Mamãe tinha 14 laranjas na fruteira. Foi à feira e comprou outras frutas. Agora a fruteira de mamãe tem 22 frutas. Quantas frutas ela comprou na feira?
  - 2.4 Mudança - transformação desconhecida - situação de decréscimo: Janaína tinha 22 lápis de cores. Na escola ela deu alguns para suas amigas. Janaína agora tem 8 lápis. Quantos lápis ela deu?
  - 2.5 Mudança - série inicial desconhecida - situação de acréscimo: Joana tinha algumas revistas. Seu tio chegou de viagem e trouxe-lhe de presente, para sua coleção, 8 revistas. Ela tem agora 22 revistas. Quantas Joana tinha antes?

---

<sup>5</sup> Exemplos extraídos de Pessoa (2004).

- 2.6 Mudança - série inicial desconhecida - situação de decréscimo: Carla tinha algumas bonecas. Ela deu 8 para sua prima e ficou com 14 bonecas. Quantas bonecas Carla tinha antes?
3. Igualização “equalize”: Envolve a mesma espécie de ação encontrada nos problemas de mudança, mas, existe, também, uma comparação envolvida. [...] envolvem a mudança de uma quantidade para que as duas venham a ter a mesma quantidade ou mesmo numero de atributos.
- 3.1 Igualização - acréscimo na quantidade menor: Na casa de Adalberto existem 22 árvores e na de Roberto existem 14. Quantas árvores Roberto precisa plantar para ficar com a mesma quantidade de árvores que Adalberto?
- 3.2 Igualização - decréscimo na quantidade maior: Na sala da 4ª série há 22 cadeiras e 14 mesas. Quantas cadeiras terei que tirar para ficar com a mesma quantidade de mesas e cadeiras, formando conjuntos de uma cadeira com uma mesa, na sala?
4. Comparação “compare”: Envolve a comparação entre duas quantidades. Nesse tipo de problema a diferença entre duas quantidades precisa ser encontrada.
- 4.1 Comparação - diferença desconhecida - termo a mais: Mariana e Túlio encontraram conchinhas na praia. Mariana achou 22 conchinhas e Túlio achou 14. Quantas conchinhas Mariana achou a mais que Túlio?
- 4.2 Comparação - diferença desconhecida - termo a menos: João tem 22 anos e Dênis, tem 14. Quantos anos Dênis tem a menos que João?
- 4.3 Comparação - quantidade menor desconhecida - termo a mais: Vera comeu 22 doces; ela comeu 8 a mais que Dani. Quantos doces Dani comeu?
- 4.4 Comparação - quantidade menor desconhecida - termo a menos: Paula e Igor criam coelhos. Paula tem 22 coelhinhos e Igor tem 8 a menos que Paula. Quantos coelhos Igor tem?
- 4.5 Comparação - quantidade maior desconhecida - termo a mais: Nilda tem 14 livros e Cláudio tem 8 livros a mais que ela. Quantos livros Cláudio tem?
- 4.6 Comparação - quantidade maior desconhecida- termo a menos: Paula tem 14 canetas. Ela tem 8 canetas a menos que Maria, sua prima. Quantas canetas Maria tem?

De acordo com Pessoa (2000) a classificação de Carpenter e Moser (1982) tem correspondência com a classificação de Vergnaud, diferenciando-se por algumas das categorias de Vergnaud envolverem números relativos, mesmo que de forma implícita; diferenciando-se, também, porque a classificação de Carpenter e Moser abrange a *igualização*, que Vergnaud não contempla, pois, para ele, essa categoria está incluída nos problemas de *relação estática entre duas medidas (comparação)*, pelo seu caráter estático, e nos de *transformação unindo duas medidas (mudança)*, em consequência da transformação implicada.

### Interpretação textual na Educação Matemática

Alguns profissionais da Educação acreditam que o insucesso dos alunos na resolução de problemas matemáticos, que acarretam os baixos índices avaliativos na disciplina, seja ocasionado pelo fato de os alunos não apresentarem fluência na língua materna (SMOLE e DINIZ, 2001, p.69). Uma vez que um bom leitor na língua portuguesa é melhor interpretador de problemas na Matemática, a leitura possui uma importância bastante significativa para a construção da compreensão e interpretação de um texto, importância esta que se encontra bastante presente na Matemática, principalmente no que tange a resolução de problemas.

Guimarães (2005), afirma que o educador não deve deixar de questionar-se acerca do que pode gerar a dificuldade do aluno, se é o contexto ou a estrutura do problema. Em alguns enunciados a situação exposta pode fugir da realidade social do aluno, o que também pode

dificultar na compreensão do texto do problema e sua possível resolução. Cabe ao educador então, utilizar metodologias que mediem esse processo de interpretação.

Para que o aluno compreenda o problema, levantam-se alguns aspectos que consideramos importante levar em consideração tanto no momento de elaborar situações-problema quanto no momento de ajudar na sua interpretação, tais como valores colocados no enunciado do problema que não influenciam na resolução, os chamados *valores distratores*; questões semânticas como o uso de algumas *palavras-chave*; a forma como o problema é *contextualizado*; os *valores* estarem *escritos numericamente* ou por *extenso*; e a sequência temporal colocada no enunciado, quando ela é direta gera uma certa interpretação, quando é inversa pode gerar outra. Portanto, acreditamos que esses fatores tanto podem facilitar quanto dificultar a interpretação do problema. Com isso não estamos defendendo que os enunciados das situações-problema sejam “limpos” no sentido de só trazerem palavras-chave que ajudem, de não trazerem valores distratores e nem de trabalharem apenas com a ordem temporal direta, pelo contrário, acreditamos que o uso de variáveis que façam o aluno pensar sobre o problema ajuda na aprendizagem.

É por causa da crença de que se deve “facilitar” a vida do aluno com a ajuda de palavras-chave ou com a utilização apenas dos números que serão usados na solução dos problemas que se torna corriqueiro para os alunos perguntarem ao professor qual operação deve utilizar para resolver determinado problema. A deturpação da apresentação das estruturas aditivas pode ocorrer em função da utilização de “dicas” e alguns termos para diferenciar problemas de adição e subtração. Assim, o que, em princípio, se supõe que poderia ajudar, acaba prejudicando a compreensão do aluno.

A interpretação, na Matemática, está relacionada com a compreensão do *cálculo relacional* do problema, o qual, para Vergnaud (1985) capacita o aluno para a escolha da operação adequada ao que o problema propõe. Assim, para se obter sucesso na resolução de problemas matemáticos é necessário que o aluno saiba qual operação utilizar para solucioná-lo. A respeito da escolha da operação, Vergnaud (1985) afirma que a competência que consiste em encontrar sem errar, qual operação (adição, subtração, multiplicação, divisão), deve-se aplicar a determinados dados e em que ordem, para resolver qualquer problema de aritmética dita elementar, é uma competência heterogênea que se analisa através de um grande número de competências distintas cuja construção “espontânea” ou a apropriação pelo aluno requer um período de tempo muito longo.

Por isso no desenvolvimento da interpretação de textos na Matemática, o professor tem um papel muito importante enquanto mediador, pois, de acordo com Guimarães (2005), é ele quem auxilia o aluno na “superação das dificuldades, quando entende que os problemas visam à construção dos conceitos e que a operacionalidade desses deve ser provada diante de situações variadas”.

### **Objetivos e procedimentos metodológicos**

Este trabalho teve por objetivo geral analisar a compreensão de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos com estruturas aditivas. E este desencadeou nossos objetivos específicos: (1) analisar estratégias adotadas por alunos da escola com IDEB alto ( $I_a$ ) e com IDEB baixo ( $I_b$ )<sup>6</sup> e (2) verificar elementos que podem contribuir para facilitar ou dificultar a resolução dos problemas propostos, tais como tipos de problemas aditivos, palavras-chave condizentes ou falsas, valores distratores, contextualização com dinheiro, inversão da sequência temporal, valores escritos por extenso.

---

<sup>6</sup>  $I_a$  -Índice do IDEB alto;  $I_b$ - Índice do IDEB baixo.

A pesquisa realizou-se em duas escolas públicas da rede municipal do Recife. O município do Recife possui IDEB (2009) igual a 4,1. Uma das escolas pesquisada possui IDEB de 5,7, ou seja, possui um índice superior à média do município e próxima do que é almejado pelo Brasil para 2021. A outra escola tem IDEB igual a 3,0, isto é, um índice inferior ao do município. Considerando que estes dados são resultados do IDEB do 5º ano de 2009, os alunos participantes desse estudo realizaram a Prova Brasil que compôs esse índice. Optamos pela realização do estudo com alunos do 6º ano para entender melhor a compreensão e o domínio de alunos que concluíram os anos iniciais da Educação Básica, possuem a respeito das estruturas aditivas. Já para a escolha das escolas, o critério foi o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Participaram cinquenta e três alunos do 6º ano, com faixa etária entre dez e quatorze anos. Desses, trinta são da escola I<sub>a</sub> e vinte e três da escola I<sub>b</sub>.

O instrumento de diagnóstico foi aplicado para todos os alunos ao mesmo tempo, entretanto cada um resolveu individualmente. O instrumento foi composto por oito problemas envolvendo estruturas aditivas, extraídas de livros didáticos. Para escolher as questões a serem propostas aos alunos, além dos quatro tipos de problemas básicos de estruturas aditivas propostos por Carpenter e Moser (1982), levamos em consideração cinco variáveis que podem facilitar ou dificultar a interpretação dos alunos ao resolverem os problemas, as quais estão expostas no Quadro 1. A escolha da classificação de Carpenter e Moser (1982) se deu porque esta trabalha apenas com números naturais, diferentemente de Vergnaud, que, de modo implícito e/ou explícito trata também de números positivos e negativos. Além disso, a classificação adotada para análise traz problemas de igualização de forma explícita.

**Quadro 1: Variáveis consideradas para a seleção dos problemas.**

Palavras-chave condizentes ou falsas	Uso de termos como “a mais” e “a menos” nos enunciados das questões, as quais podem levar tanto à pista semântica falsa, quanto à pista condizente com a operação a ser realizada. <i>Exemplo: Samuel tem 96 carrinhos de corrida, Luciano tem 123. Quantos carrinhos Luciano tem a mais?</i>
Valores distratores	Valores que não serão utilizados nos problemas, mas ajudam a perceber se o aluno compreendeu o que é solicitado no enunciado. <i>Exemplo: Em uma pista de corrida existem 56 ruas. Luciano deu 5 voltas e Samuel 6. Quantas voltas os dois correram?</i>
Contextualização com dinheiro	O problema pertence ao universo ao qual o aluno está inserido e para este provavelmente possui significado. <i>Exemplo: Seu Zé vende picolé na praia. Cada picolé custa R\$ 2,00. Juquinha comprou um picolé e pagou com uma nota de R\$ 5,00, quanto Juquinha recebeu de troco?</i>
Inversão da sequência temporal	As informações do enunciado são referentes às transformações não sendo necessário conhecer qualquer um dos estados inicial, intermediário ou final. <i>Exemplo: Eu e meu irmão juntos temos 42 anos hoje. Quantos anos tínhamos juntos há 5 anos atrás?</i>
Valores escritos por extenso	A ausência de expressão com algarismos numéricos, que podem interferir na interpretação do problema. <i>Exemplo: Joana foi à feira com cento e vinte nove reais. Comprou frutas e verduras, voltou pra casa com treze reais de troco. Quanto Joana gastou na feira?</i>

A partir das variáveis expostas no Quadro 1 analisamos a resolução das oito questões presentes no instrumento de diagnóstico exposto a seguir.

**P<sub>1</sub>:** Cláudia tem nove revistas e Jorge tem sete. Quantas faltam para Jorge ter a mesma quantidade de revistas que Cláudia? (INAFUCO & MARTINI, Criar e Aprender, 2º ano, página 44)

- *Tipo de problema:* Igualização - acréscimo na quantidade menor.
- *Variáveis:* Valores escritos por extenso, palavra-chave condizente.

**P<sub>2</sub>:** Cláudia gastou R\$ 8,00 comprando um pacote de biscoito e ainda sobraram R\$ 7,00. Que quantia possuía Cláudia? (MORI, Novo Viver e Aprender, 3º ano, página 92).

- *Tipo de problema:* Mudança - quantidade inicial desconhecida - situação de decréscimo.
- *Variáveis:* Inversão da sequência temporal, palavra-chave falsa e contextualização com dinheiro.

**P<sub>3</sub>:** Chegou a hora de Dona Amélia pagar as compras! O total das compras foi de 67 reais. Dona Amélia entregou 6 notas de 10 reais para o caixa. Quantos reais ainda faltam para pagar a conta? (INAFUCO & MARTINI, Criar e Aprender, 2º ano, página 173)

- *Tipo de problema:* Combinação-parte desconhecida.
- *Variáveis:* Contextualização com dinheiro e palavra-chave condizente.

**P<sub>4</sub>:** Maria quer comprar uma televisão e um DVD. Para isso, ela está pesquisando os preços em três lojas diferentes. Veja os preços que ela encontrou para os mesmos produtos.

Loja A	Televisão R\$ 480,00 e DVD 390,00
Loja B	Televisão R\$ 450,00 e DVD 420,00
Loja C	Televisão R\$ 510,00 e DVD 399,00

Qual é a diferença de preço entre o DVD da loja B e o da loja C? (Adaptado de DANTAS et al, A Escola é Nossa, 5º ano, página 58).

- *Tipo de problema:* Comparação - diferença desconhecida.
- *Variáveis:* Contextualização com dinheiro e palavra-chave condizente.

**P<sub>5</sub>:** De acordo com as dicas, descubra quantos anos viveu e em que ano nasceu ou faleceu cada uma das personalidades brasileiras citadas a seguir: (DANTAS et al, A Escola é Nossa, 5º ano, página 92).

**P<sub>5a</sub>:** Atleta. Em 1975, nos Jogos Pan-Americanos do México, João Carlos de Oliveira, o João do Pulo, bateu recorde mundial de salto triplo, o qual permaneceu durante 10 anos. João do Pulo viveu 45 anos. Nasceu no ano de 1954 e faleceu em \_\_\_\_\_.

**P<sub>5b</sub>:** Carlos Chagas, médico, sanitariano e cientista. Descobriu o processo de contágio e evolução da malária e do mal de chagas. Ele viveu uma década a mais que João do Pulo. Carlos Chagas viveu \_\_\_\_\_ anos. Nasceu no ano de \_\_\_\_\_ e faleceu em 1934.

- *Tipo de problema:* P<sub>5a</sub>: Mudança – resultado desconhecido – situação de acréscimo
- *Tipo de problema:* P<sub>5b1</sub>: Comparação – quantidade maior desconhecida – termo “a mais”
- *Tipo de problema:* P<sub>5b2</sub>: Mudança - quantidade inicial desconhecida – situação de acréscimo.
- *Variáveis:* Valores distratores, palavra-chave condizente, valores escritos por extenso, inversão temporal.

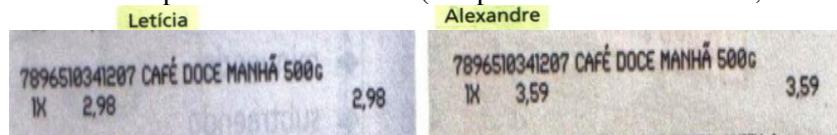
**P<sub>6</sub>:** A escola em que Simone estuda realizou uma gincana na qual participaram cinco equipes. No quadro abaixo, está indicada a pontuação das equipes A, B, C e E.

Equipes	A	B	C	D	E
Pontos	48	36	57	?	40

Quantos pontos a equipe D obteve nessa gincana, sabendo que a soma dos pontos de todas as equipes é de 232? (DANTAS et al, A Escola é Nossa, 5º ano, página 63).

- *Tipo de problema:* Combinação – todo desconhecido e Combinação - parte desconhecida.
- *Variáveis:* Valores distratores.

**P<sub>7</sub>**: Letícia e Alexandre compraram os mesmos produtos em supermercados diferentes. Observe o cupom fiscal da compra de cada um deles: (Adaptado de DANTAS et al, A Escola é Nossa, 5º ano, página 218).



**P<sub>7a</sub>**: Quem pagou mais caro pelo café?

**P<sub>7b</sub>**: Quantos reais pagou a mais?

- *Tipo de problema*: Comparação - diferença desconhecida.- termo a mais
- *Variáveis*: Contextualização com dinheiro e palavras-chave falsa.

**P<sub>8</sub>**: Quatro amigos resolveram juntar suas economias a fim de ajudar a comprar uma bola para crianças do clubinho do bairro. Marina tem R\$ 11,00; João tem R\$ 23,00; Amanda tem a mesma quantia de João menos R\$ 13,00; e Felipe tem o dobro da quantia e Marina. Que quantia os quatro juntos possuem? (Adaptado de AFFONSO et al, Projeto Descobrir, 2º ano, página 139).

- *Tipo de problema*: Combinação - todo desconhecido.
- *Variáveis*: contextualização com dinheiro.

### Análise dos resultados

A partir da resolução da sequência de problemas pelos alunos das escolas selecionadas, direcionamos a análise para as estratégias por eles utilizadas, levando em consideração a maneira como possivelmente foram interpretadas as questões propostas.

A Tabela 1 apresenta os tipos de estratégias utilizadas pelos alunos da Escola I<sub>a</sub> e I<sub>b</sub>.

Tabela 1. Percentual de estratégias utilizadas pelos alunos da Escola I<sub>a</sub> e escola I<sub>b</sub> por questão.

	Escola I <sub>a</sub>								Escola I <sub>b</sub>							
	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>
<b>Não explicitou estratégia</b>	10	3	27	67	a.33 b.37	43	47	10	74	52	96	83	a.56 b.87	65	78	26
<b>Algoritmo inadequado</b>	3	23	17	3	a.13 b.17	4	10	0	0	18	0	8	a.5 b.9	0	9	0
<b>Desenho</b>	30	14	10	0	a.3 b.3	0	0	0	0	0	0	0	a.5 b.0	0	0	0
<b>Contagem</b>	0	0	0	0	a.3 b.3	0	0	0	0	0	0	0	a.0 b.0	0	0	0
<b>Algoritmo adequado</b>	57	60	46	30	a.48 b.40	53	43	90	26	30	4	9	a.34 b.4	35	13	74

De um modo geral, ao analisar a Tabela 1, pode-se perceber que os alunos da Escola I<sub>b</sub> apresentaram uma predominância maior de *Não explicitação* de estratégias do que os alunos da Escola I<sub>a</sub>. Além disso, os alunos da Escola I<sub>a</sub> fizeram muito mais uso de algoritmos adequados do que os da Escola com índice mais baixo no IDEB, entretanto, os alunos da escola com IDEB mais baixo não se utilizaram mais de algoritmos inadequados, o seu tipo de estratégia

predominantemente é a *Não explicitação*. Um ponto importante a ser destacado nas duas escolas é o baixo índice do uso da estratégia desenho por parte dos dois grupos, sobretudo pelos alunos da I<sub>b</sub>.

A estratégia para resolução dos problemas indica a forma como o aluno o está compreendendo, além disso, a forma de utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas pelos alunos, de certa forma, indica o que a escola estimula neste tipo de trabalho, ou seja, o uso de estratégias diversificadas pelo aluno, provavelmente é fruto do estímulo que a escola oferece no trabalho com a resolução de problemas, se esta incentiva apenas o uso do algoritmo ou se incentiva, além da conta, o uso de outras estratégias alternativas.

Em P<sub>1</sub> destaca-se o *uso do Algoritmo adequado e do Desenho* na Escola I<sub>a</sub>, porém, pudemos observar em contrapartida os altos índices de *Não explicitação* por parte da escola I<sub>b</sub>.

Na Escola I<sub>b</sub>, os altos índices de *Não explicitação de estratégia* nos problemas P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, podem ter sido gerados porque os alunos se valeram da estratégia do cálculo mental, pois as grandezas numéricas expostas no enunciado eram pequenas, o que provavelmente facilitou a operacionalização mental. Métodos como contar nos dedos, muitas vezes não bem vistos em aulas tradicionais de Matemática também podem ter sido utilizados.

Como foi discutido por Hudson *apud* Mendonça, Pinto, Carzola e Ribeiro (2007), os problemas matemáticos que possuem palavra-chave no enunciado podem causar dificuldade de interpretação, pois o aluno busca a congruência entre a palavra-chave e a operação a ser escolhida. A busca por essa congruência é o que pode ter ocorrido com a palavra chave “gastou” no P<sub>2</sub>, no qual 23% da I<sub>a</sub> e 18% da I<sub>b</sub> escolheram o algoritmo inadequado da subtração para a resolução.

No P<sub>3</sub>, o *algoritmo adequado* foi mais utilizado pela I<sub>a</sub> e, apesar da não explicitação ter sido predominante na I<sub>b</sub>, é possível que os alunos tenham obtido um alto índice em *apenas resposta correta* por utilizar o cálculo mental, facilitado através da contextualização com dinheiro. Os alunos possuem facilidade com o contexto financeiro, já que possuem uma familiaridade com o dinheiro pelo seu uso em todas as camadas sociais. Alguns estudantes contextualizaram sua resposta através dos desenhos das cédulas do Real.

Para a escola I<sub>a</sub>, o maior percentual de *Não explicitação de estratégia* se concentrou no P<sub>4</sub>, já para a escola I<sub>b</sub>, foi uma das questões que apresentou um baixo índice do uso do algoritmo adequado se comparado às outras questões. Possivelmente esses índices estão ligados a um equívoco de interpretação, como foi analisado anteriormente.

No P<sub>5</sub>, alguns estudantes consideraram uma década correspondente a um ano e, assim, mesmo se escolhessem o algoritmo adequado não conseguiriam obter o acerto final.

Em P<sub>5a</sub>, apesar de não chegar ao acerto, estratégias interessantes como a exposta abaixo foram apresentadas.

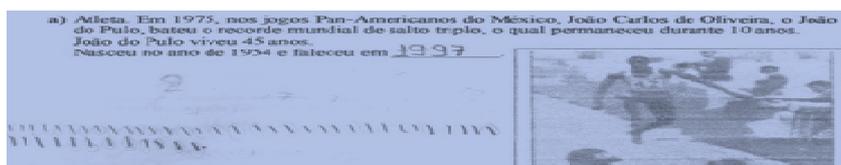


Figura 1. Resposta do problema 5 (Mudança – resultado desconhecido – situação de acréscimo) pelo aluno 11 da Escola I<sub>b</sub>.

Na ilustração acima é possível perceber que apenas com o desenho o estudante consegue resolver o problema, solução essa caracterizada por Cavalcanti (2001) como a 2ª maneira de uso do desenho, na qual o aluno se utiliza exclusivamente do desenho para resolver o problema. Apesar de não ter colocado a resposta correta, possivelmente por ter se atrapalhado no momento de contar, o aluno representa com tracinhos cada um dos 45 anos de diferença entre o nascimento e a morte de João do Pulo.

Ainda no P<sub>5b</sub>, outro caso frequente foi a escolha do algoritmo inadequado da adição, escolha essa que pode ter sido desencadeada pela presença do termo “a mais” no enunciado.

No P<sub>6</sub>, foi possível perceber o alto índice de não explicitação de estratégia e mesmo com índices razoáveis de algoritmo adequado alguns estudantes, mesmo realizando a descoberta do “todo-desconhecido”, não conseguiram calcular a parte desconhecida da questão.

O P<sub>7</sub> foi o problema que teve o maior percentual de não explicitação da estratégia, e o uso do algoritmo inadequado da adição que pode ter sido ocasionado pela presença do termo “a mais” no enunciado.

O uso do algoritmo como estratégia atingiu o maior percentual no P<sub>8</sub>, no entanto os acertos da resposta final apresentaram um índice baixo, o que nos leva a refletir sobre utilização do algoritmo de forma reflexiva e não de forma mecânica como apontou Knuth *apud* Carraher et al (1988), com apenas a extração dos números expostos no problema e a execução da operação através de várias regras já pré-estabelecidas e percebidas pelos alunos.

Observando a tabela acima exposta, pode-se notar que o uso do algoritmo adequado esteve presente em todos os problemas do instrumento de diagnóstico, mostrando-nos que grande parte dos alunos considera que os algoritmos são um caminho estratégico para solucionar problemas matemáticos, talvez porque os educadores convencionam esse método na maioria das aulas de Matemática. Levanta-se, ainda, a hipótese de que possivelmente os alunos tenham se utilizado do algoritmo também pela grandeza numérica, ou seja, números pequenos podem não gerar uma dificuldade grande a ponto de fazer com que os alunos busquem estratégias alternativas para resolver os problemas. Além disso, para problemas com características escolares, ou seja, problemas que normalmente são trabalhados na sala de aula, os alunos tendem a usar estratégias escolares.

Outro dado relevante com relação às escolas I<sub>a</sub> e I<sub>b</sub> é o uso da contagem (3% e 0% respectivamente). Para Nunes e Bryant (1997), contar na sequência é uma estratégia avançada, na ilustração abaixo é contemplada a única resolução que utiliza a ferramenta da *contagem*, possivelmente o estudante enganou-se com o valor distrator, o que explicaria sua sequência de contagem estar baseada de dez em dez, revelando dessa forma que o mesmo conhecia a sequência que utilizou. Pelo fato de a contagem não ter sido realizada da forma correta ocorreu erro na resposta final.

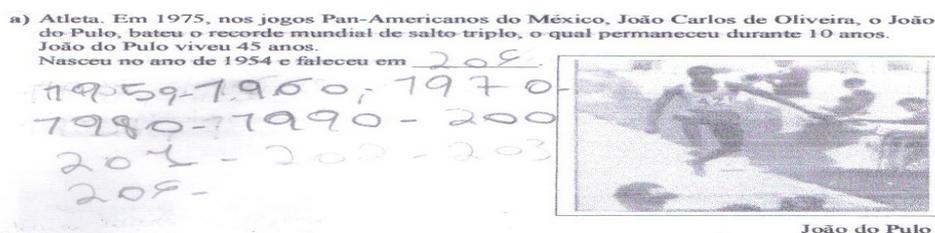


Figura 2. Resposta do problema 5 (Mudança – resultado desconhecido – situação de acréscimo) pelo aluno 6 da Escola I<sub>a</sub>.

A partir destes dados, parece que a diversificação de caminhos para a resolução de problemas não tem sido suficientemente explorada pelas escolas, e assim quando os alunos se deparam com situações novas em que não sabem como utilizar o algoritmo ou não se sentem seguros em executar operações, não conseguem solucionar o problema, porém se a interpretação reflexiva dos enunciados for explorada é possível que surjam outras estratégias de solução, diversificando essas possibilidades.

### **Conclusões**

A partir da presente investigação, no que diz respeito às duas escolas trabalhadas, tanto a que apresentava um alto índice no IDEB, quanto a que apresentava um baixo índice, buscamos visualizar com mais profundidade através do nosso instrumento de diagnóstico como esses alunos têm lidado com a interpretação textual na Matemática, o que eles têm usado como estratégia para alcançar o sucesso na resolução dos problemas e o que ainda gera dificuldade nos alunos que concluíram os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com esse olhar mais analítico do desempenho dos alunos participantes da pesquisa, ficou claro que a realidade de ambas as escolas se confunde no desempenho de seus educandos, pois a diversificação de estratégias é restrita. Há uma predominância do uso do algoritmo convencional, o que é de se esperar sobre a resolução de problemas aditivos ao final dos anos iniciais do Ensino Fundamental, já que é um campo conceitual trabalhado desde o primeiro ano, porém questiona-se se ao longo da aprendizagem desses alunos sobre esse campo conceitual houve um estímulo ao uso de diferentes estratégias ou apenas um ensino sobre a operacionalização de contas.

Apesar da distinção significativa entre os índices de desenvolvimento das escolas, foi possível perceber também que os grupos cometeram equívocos semelhantes, pois as questões que geraram dificuldade para  $I_a$ , de certa forma, também geraram dificuldade para  $I_b$ .

Um dos nossos objetivos foi verificar a influência de variáveis que podem facilitar ou dificultar a interpretação dos problemas. Vimos que a inversão temporal, os valores distratores, as palavras-chave falsas e a escrita por extenso são variáveis que dificultam a compreensão dos problemas, mas acreditamos que essa dificuldade ocorre porque os problemas e sua interpretação não são suficientemente explorados na escola ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essas variáveis não deveriam mais gerar dificuldades em alunos que já concluíram os primeiros ciclos do Ensino Fundamental, mas vimos que essas dificuldades ocorrem tanto na escola com IDEB alto quanto na com IDEB baixo.

Em relação aos tipos de problemas, também objetivo nosso, verificou-se que, de um modo geral, há uma certa diferença em relação ao que pesquisas anteriores vêm mostrando como resultado, pois no problema de igualização e no problema de mudança com quantidade inicial desconhecida os alunos apresentaram um resultado acima do esperado, já no problema de combinação com o todo desconhecido, esperava-se que o índice de acertos fosse bastante alto, mas não foi o que ocorreu, houve um desempenho muito baixo de ambas as escolas. Talvez nesta pesquisa este fator tenha ocorrido devido às variáveis colocadas, as quais tornaram os problemas mais fáceis ou mais difíceis. Esse resultado nos leva a refletir sobre a importância do contexto e da forma como o problema é proposto, pois parece que não só o tipo de problema gera facilidade ou dificuldade, mas também outras variáveis interferem de forma importante na interpretação dos problemas.

Como possibilidade de trabalhos futuros, pode-se pensar em aprofundar o estudo relacionado às variáveis que podem interferir na interpretação dos problemas tanto no campo conceitual das estruturas aditivas quanto no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Outra possibilidade de trabalho futuro, pode ser a verificação da relação entre as estratégias utilizadas e os problemas propostos, sendo estes com características mais escolares ou com características menos escolares.

### Bibliografia e referências

- AFFONSO, B. G. et al. (2009). *Projeto Descobrir. Matemática*, 1º ano. 1. ed. São Paulo: Atual.
- AFFONSO, B. G. et al. (2009). *Projeto Descobrir. Matemática*, 2º ano. 1. ed. São Paulo: Atual.
- BRASIL. (2010). *Índice de Desenvolvimento da Educação Básica*. Disponível em <  
<http://portalideb.inep.gov.br/>> Acesso em: 30 de jul.
- BRASIL, Ministério da Educação e do desporto/secretaria de Educação Fundamental (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais*. V.3: Matemática. Brasília: MEC/SEF.
- CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W. & SCHILIMANN, A. (1988). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez.
- CARPENTER, T.P.; MOSER, J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In: CARPENTER, T.P.; MOSER, J.M.; ROMBERG, T. A. (Eds.) *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale: Erlbaum.
- CAVALCANTI, Cláudia. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia & DINIZ, Maria Ignez (orgs.). (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora.
- DANTAS, S. et al. (2007). *A Escola é Nossa. Matemática*, 5º ano. 2. ed. São Paulo : Scipione, 2007.
- GUIMARÃES, Sheila Denize. Problemas de estrutura aditiva: *Análise da resolução de alunos da 3ª série do ensino fundamental*. Dissertação de mestrado. UFMS.
- INAFUCO, J & MARTINI, F. (2008). *Criar e Aprender. Matemática*, 2º ano. São Paulo: FTD.
- INEP, (2003). Sistema de avaliação da Educação Básica-SAEB-MEC. Brasília.
- MENDONÇA, Tânia Maria; PINTO, Sandra Maria; CARZOLA, Irene Mauricio; RIBEIRO, Eurivalda. (2007). Estruturas aditivas nas series iniciais do Ensino Fundamental: Um estudo diagnóstico em contextos diferentes. *Revista latino americana de investigacion en matematica educativa*, Julio, año/vol. 10, nº 002. Comité latinoamericano de matemática educativa. Distrito federal, México.
- MORI, I.(2007). *Novo Viver e Aprender. Matemática*, 3º ano. 10. ed. reform. São Paulo: Saraiva.
- NUNES,T & BRYANT,P. (1997). *Crianças fazendo matemática*.Porto Alegre:Artes Médicas.
- PESSOA, Cristiane A. dos S. (2000). *O papel da interação social na resolução de problemas matemáticos*. Dissertação. Mestrado em Educação da UFPE. Recife: UFPE.
- PESSOA, Cristiane A. dos S. (2004). Interação social: Uma análise do seu papel na interação de dificuldades em resolução de problemas aditivos. *Revista Infocus*. Recife. Ano 02, nº 04, p. 40-52, março.
- SMOLE, K. S. & DINIZ, Maria Ignez (Org.) (2001).*Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed.
- VERGNAUD, G. & DURAND, C. (1976). Structures additifs et complexité psychogénétique. *Revue Française de Pédagogie*, v. 36, p. 28-43.
- VERGNAUD, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.
- VERGNAUD, G. (1985). Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. *Psychologie Française*, 30, pp. 245-252.
- VERGNAUD, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). *Didáctica das Matemáticas*. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155–191.