



Análise da Produção Escrita em Questões Abertas de Matemática

Jader Otavio **Dalto**

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

Brasil

jader@cpaq.ufms.br

Resumo

A análise da produção escrita referente a questões abertas de Matemática tem se mostrado como uma importante ferramenta para se conhecer como os estudantes lidam com esse tipo de questão, bem como sobre a forma como as compreendem. Neste trabalho, apresentam-se resultados preliminares de uma pesquisa que está em desenvolvimento, que se constitui pela análise da produção escrita de estudantes da 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, referente a um dos seis problemas que foram inferidos a partir da análise da produção escrita de um problema aplicado a estudantes dessas mesmas séries em uma avaliação de rendimento escolar. Dentre os resultados, destaca-se que o baixo desempenho dos estudantes na resolução do problema analisado não é devido ao desconhecimento do instrumental matemático necessário para resolvê-lo, mas sim a uma compreensão equivocada das informações do enunciado do mesmo, conforme apontam pesquisas anteriores.

Palavras chave: educação matemática, análise da produção escrita, questões discursivas, educação básica, acerto e erro em matemática.

Avaliações nacionais e internacionais que são aplicadas no Brasil têm mostrado o baixo desempenho dos estudantes em Matemática. Apesar desses resultados, estas avaliações não garantem respostas a perguntas como: que conteúdos os estudantes da Educação Básica demonstram saber? Quais as estratégias utilizadas e que conteúdos matemáticos são mobilizados por eles ao resolver problemas?

Para que essas informações sejam obtidas, pode-se analisar a produção escrita de estudantes em questões abertas de Matemática. As questões abertas, também chamadas de discursivas, são aquelas nas quais não são apresentadas alternativas de resposta que o aluno deve assinalar a correta. Ao invés disso, é solicitado ao estudante que responda a questão e que mostre o caminho que o levou a resposta. Para resolver uma questão aberta, o estudante deve ler a questão, interpretar seu enunciado, escolher estratégias e desenvolver procedimentos que considera que a resolva para só então apresentar a resposta. Em algumas destas questões, é

preciso que o estudante matematize alguma situação, ou seja, é necessário que ele seja capaz de reconhecer e explicitar que conteúdo matemático pode auxiliá-lo na compreensão e análise do problema proposto para posteriormente utilizá-lo como ferramenta. Neste processo de matematização, o estudante realiza registros escritos que dão valiosas informações sobre vários aspectos inerentes a atividade de resolução de problemas, como por exemplo, a maneira como compreendeu a questão, quais suas ideias a respeito da situação apresentada. (Buriasco, Cyrino & Soares, 2003). Estas informações têm fortes implicações pedagógicas, pois podem auxiliar o professor no planejamento de suas aulas, em suas escolhas didáticas, servindo como referência para conversar sobre matemática com o estudante (Buriasco, 2004).

O Estado do Paraná, na Avaliação do Rendimento Escolar realizada em 2002 (AVA/2002), implementou uma Prova de Questões Abertas de Matemática que foi resolvida por um terço de todos os estudantes da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio. Em cada série foram aplicadas três ou quatro questões discursivas de diferentes graus de complexidade envolvendo desde o reconhecimento e a utilização de um procedimento passo-a-passo para sua resolução até o estabelecimento de conexões entre diferentes conteúdos matemáticos (Buriasco et al., 2003).

A produção escrita encontrada nessas provas foi amplamente estudada e analisada pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação – GEPEMA – da Universidade Estadual de Londrina, o que resultou em vários trabalhos (Alves, 2006; Dalto, 2007; F. Perego, 2006; Negrão de Lima, 2006; Viola dos Santos, 2007).

Negrão de Lima (2006) analisou a produção escrita de 50 estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental da Prova de Questões Abertas de Matemática da AVA/2002, buscando verificar como os alunos lidam com as informações contidas no enunciado, como utilizam essas informações na resolução da questão, quais os erros e os acertos mais frequentes e sua natureza. Nesta pesquisa qualitativa, a autora procurou agrupar as produções escritas conforme o desempenho dos participantes e por bloco de resoluções identificados a partir do acerto/erro. Por meio desse processo e a partir do que considerava ser um conteúdo matemático que poderia ser mobilizado pelo estudante dessa série para resolver o problema, a autora pôde inferir o que os estudantes já sabiam, o que estavam perto de saber e o que ainda não sabiam em relação aos conteúdos envolvidos em cada questão por eles resolvida. Nessa análise, foi constatado pela autora que 90% dos estudantes dessa série são capazes de compreender informações de gráficos de barras, 66% sabem utilizar informações contidas em tabelas, 4% estão próximos do esperado quanto a reconhecer a equação do 1º grau por tentativa como procedimento para a resolução de um problema e que 4% estão em processo de reconhecer a adição como procedimento para a resolução de um problema.

Nessa mesma perspectiva, F. Perego (2006) analisou a produção escrita em Matemática contida em uma amostra de 53 Provas que foram resolvidas por estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental na AVA/2002. A autora procurou, baseando-se na interpretação da produção escrita, analisar não apenas o acerto e o erro, mas principalmente os caminhos percorridos pelos estudantes na resolução das questões, assim como a estratégia escolhida por eles para resolvê-las. Para a autora, a maior dificuldade enfrentada pelos estudantes na resolução da questão parece estar na interpretação dos enunciados que gera a escolha de uma estratégia capaz de resolver e responder a questão, o que pode ser reflexo do trabalho que vem sendo desenvolvido nas salas de aula, que muitas vezes faz com que os estudantes não estejam habituados a lidar com questões que exigem mais do que um simples cálculo com a utilização de algum algoritmo.

Em busca de entender a avaliação como um processo que descreve o que os alunos sabem e são capazes de realizar em Matemática, Alves (2006) analisa a produção escrita de 44 estudantes da 3ª série do Ensino Médio em três Questões Abertas de Matemática da AVA/2002. Com base na interpretação do que foi registrado, a autora buscou compreender como as informações contidas no enunciado das questões são utilizadas pelos estudantes, identificando, da mesma forma que nos trabalhos anteriores, os acertos e os erros mais frequentes e sua natureza, as estratégias/procedimentos usados, o modo como a produção escrita se configura, além de verificar se há marcas de conteúdo matemático compatível com o nível de escolaridade do estudante. Por meio dessa análise, a autora concluiu que, mesmo em questões situadas no campo da álgebra, a maioria dos estudantes recorre a cálculos aritméticos e procedimentos próprios, em detrimento de conteúdos curriculares compatíveis com seu nível de escolaridade.

Viola dos Santos (2007) analisou a produção escrita de 147 estudantes referentes a uma questão aberta comum às três séries avaliadas – 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. Por meio da análise textual discursiva, o autor procurou investigar como os estudantes lidam com a questão, as interpretações que fazem das informações contidas em cada frase do enunciado, as estratégias elaboradas e os procedimentos utilizados, o pensamento e a linguagem algébrica, bem como as características dos problemas que eles constroem a partir do enunciado da questão e os conteúdos escolares que eles mostram saber por meio de sua produção. De acordo com o autor, poucos estudantes utilizaram um conteúdo específico de sua série para resolver o problema envolvido. Em relação à interpretação que fazem das informações do enunciado da questão, a análise sugere que muitos estudantes fizeram uma interpretação linear, interpretando cada frase do enunciado e desenvolvendo algum procedimento relacionado a cada uma dessas frases, o que desencadeou uma espécie de procedimento passo-a-passo no decorrer de sua leitura. Além disso, o autor verificou uma correlação positiva entre o aumento da escolaridade e as relações entre as informações contidas nas frases do enunciado. Parte dos problemas construídos pelos alunos a partir do enunciado da questão se caracteriza por ter uma estrutura de resolução linear, realizada por meio de interpretações passo-a-passo e parte por uma estrutura de resolução não-linear.

Dalto (2007) analisou a produção escrita referente a uma questão discursiva que foi aplicada tanto aos estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental quanto aos estudantes da 3ª série do Ensino Médio. A questão aplicada foi a seguinte: *“Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$ 60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$ 24,00 mais R\$ 36,00 por hora de trabalho. Sendo t o tempo, medido em horas, para quais valores de t o encanador A fica mais barato que o B?”*

Analisando a produção escrita presente nas provas destas séries, o autor inferiu os problemas que possivelmente foram compreendidos pelos estudantes ao resolverem o problema proposto. De acordo com a análise feita por Dalto (2007), em nove provas de um grupo por ele identificado verifica-se o cálculo da diferença existente entre o preço cobrado por hora pelo encanador B do preço cobrado por hora pelo encanador A. Em três das cinco Provas da 8ª série, além de apresentarem o cálculo referido anteriormente, apresentam o valor correto de um serviço de uma hora de duração para ambos os encanadores. Entretanto, analisando as respostas apresentadas pelos estudantes, Dalto (2007) observou que este cálculo foi considerado pelo estudante como algo irrelevante. A produção escrita de um deles mostra que, para ele, *“para resolver esta questão foi necessário subtrair o preço pago para ao encanador B, em relação ao encanador A, por tempo medido em horas”*. Além disso, este estudante inicia sua resposta

afirmando que “o encanador A sendo o t medido em horas fica R\$ 18,00 reais mais barato que o encanador B”.

Em oito das nove produções escritas desse grupo verifica-se na resposta o valor da diferença entre os preços cobrados por hora de trabalho. Diante dessas e de outras observações, Dalto (2007) inferiu que o problema que os estudantes possivelmente solucionaram foi o seguinte, denominado Problema Resolvido 3: *Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$ 60,00 mais R\$ 18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$ 24,00 mais R\$ 36,00 por hora de trabalho. Sendo t o valor cobrado por hora de trabalho, quantos reais a hora do encanador A é mais barata que do B?*

Além do Problema Resolvido 3, Dalto (2007), por meio de análises análogas a apresentada previamente, inferiu outros cinco problemas que possivelmente os estudantes tenham compreendido e para os quais apresentaram resoluções. Os problemas inferidos foram os seguintes:

Problema resolvido 1. Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$ 60,00 <u>ou</u> R\$ 18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$ 24,00 <u>ou</u> R\$ 36,00 por hora de trabalho. Em qual das opções o encanador A é mais barato?
Problema Resolvido 2. Um encanador A cobra, por um serviço de uma hora, um valor fixo de R\$ 60,00 mais R\$ 18,00 e, para serviços com mais de uma hora, um valor de R\$ 18,00 por hora. Um outro encanador B cobra, por um serviço de uma hora, um valor fixo de R\$ 24,00 mais R\$ 36,00 e, para serviços com mais de uma hora, um valor de R\$ 36,00 por hora de trabalho. Em qual das opções o encanador A fica mais barato?
Problema Resolvido 3: Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o valor cobrado por hora de trabalho, quantos reais a hora do encanador A é mais barata que do B?
Problema Resolvido 4. Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o valor cobrado por hora de trabalho, qual valor de t é mais barato?
Problema Resolvido 5. Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o tempo, medido em horas, dê um valor de t para o qual o encanador A fica mais barato que o B.
Problema Resolvido 6 Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o tempo, medido em horas, quantas horas são necessárias para que o encanador A fique mais barato que o B?

Quadro 1. Problemas Resolvidos identificados por Dalto (2007).

Das 97 produções escritas analisadas por Dalto (2007), em 36 delas pôde ser verificada a resolução de um problema diferente do proposto. Dessas 36 Provas, 30 delas apresentam resolução correta para o Problema Resolvido identificado, conforme pode ser verificado na tabela seguinte:

Tabela 1

Distribuição das resoluções dos Problemas Resolvidos inferidos na produção escrita dos estudantes em cada série

Problema	Resolução ¹			8ª série			3ª série		
	2	1	0	2	1	0	2	1	0
Problema Resolvido 1	6	-	-	2	-	-			
Problema Resolvido 2	1	-	-	-	-	-			
Problema Resolvido 3	5	1	-	3	-	2			
Problema Resolvido 4	1	-	-	1	-	-			
Problema Resolvido 5	3	-	1	4	1	-			
Problema Resolvido 6	2	-	-	2	-	1			
Total	18	1	1	12	1	3			

Nota. Dados obtidos de Dalto (2007).

Os resultados de Dalto (2007) sugerem que o estudante resolve o problema que consegue compreender ao ler seu enunciado e, conseqüentemente, uma das causas do baixo desempenho dos estudantes em avaliações do rendimento está relacionada à dificuldade na compreensão do enunciado do problema e não no desconhecimento do instrumental matemático necessário para resolvê-lo, assim como apontaram as pesquisas de Alves (2006), Nagy-Silva (2005), Negrão de Lima (2006), F. Perego (2006), S. C. Perego (2005) e Segura (2005).

Diante disso, pode-se questionar: o que pode ter levado estes estudantes a compreenderem e resolverem um problema diferente daquele proposto na prova? Com o intuito de iniciar uma reflexão acerca da questão anterior, está em desenvolvimento um estudo no qual estão sendo analisadas as produções escritas de alunos da Educação Básica referentes a estes seis Problemas Resolvidos identificados por Dalto (2007). Pretende-se, desta forma, encontrar respostas para questões como: como os estudantes do 9º ano (8ª série) do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio abordam esses problemas? Quais estratégias são utilizadas por eles para resolver os problemas resolvidos? Estas estratégias são comuns às identificadas por Dalto (2007)? Tais estratégias são diferenciadas em relação ao ano do estudante? Em particular, pretende-se, com a investigação:

- identificar e comparar as estratégias e os procedimentos que foram utilizados pelos estudantes das diferentes séries ao abordarem as questões;
- inventariar os conteúdos utilizados pelos estudantes e os erros mais frequentes;
- analisar as estratégias e os erros cometidos pelos estudantes;
- estabelecer um paralelo entre os resultados da análise de Dalto (2007) e os desta pesquisa.

Neste trabalho, apresentam-se os resultados preliminares desta investigação, ainda em andamento, referentes à análise da produção escrita relativa ao Problema Resolvido 3.

Aspectos metodológicos

Tendo em vista o problema e os objetivos dessa investigação, a abordagem metodológica predominante é de natureza qualitativa (Garnica, 2004), uma vez que não se pode garantir que os resultados aqui apresentados sejam generalizáveis e não-transitórios; não se tem uma hipótese que se queira comprovar ou refutar; na análise interpretativa, as inferências que estão sendo

¹ O código 2 refere-se a resolução correta; 1 refere-se a resolução parcialmente correta e o código 0 a resolução incorreta.

realizadas estão impregnadas das “perspectivas e filtros vivenciais” do pesquisador.

A primeira etapa da pesquisa constituiu-se na coleta de dados. Estão sendo objeto de análise as produções escritas de 74 estudantes do 9º ano (8ª série) do Ensino Fundamental e 80 produções escritas de estudantes do 3º ano do Ensino Médio de duas escolas públicas do interior do Estado de Mato Grosso do Sul. Cada um desses alunos resolveu um dos seis problemas do Quadro 1 que lhe foi entregue impresso. Foi solicitado aos alunos que fizessem seus registros apenas com caneta e que não utilizassem rascunho nem calculadora.

A próxima etapa do trabalho é a descrição e inferência. Nesta etapa as produções escritas foram corrigidas, descritas e estão sendo analisadas. As etapas de correção e descrição foram realizadas de acordo com o proposto por Buriasco et al. (2003). A análise e a inferência estão sendo orientadas pelas técnicas da Análise de Conteúdo, que consiste em um conjunto de técnicas que pretende analisar as formas de comunicação verbal e não verbal, possibilitando a descrição do conteúdo da mensagem e indicadores que, por sua vez, permitem a inferência *de conhecimentos relativos às condições de produção / recepção (variáveis inferidas) destas mensagens* (Bardin, 1977, p. 42). Analisando a definição apresentada por Bardin, ficam claros dois processos: a descrição e a inferência. É na descrição que se explora o texto na medida em que o mesmo vai sendo ‘desconstruído’. Feito isso, parte-se para a etapa da categorização, momento em que, seguindo certos critérios definidos pelo analista, o texto é novamente reconstruído. Após a categorização, parte-se para a inferência. É neste momento que se atribui, por meio de deduções lógicas e justificadas, significado ao discurso. Após esse processo, é que pretende-se estabelecer um paralelo entre os resultados da análise da produção escrita dessa investigação com os apresentados por Dalto (2007).

Resultados preliminares

Após a aplicação das provas, ocorreu uma primeira correção e descrição, segundo orientações do Manual de Correção de Questões Abertas (Buriasco et al., 2003), cujos resultados referentes ao Problema Resolvido 3 encontram-se no Apêndice A. Nessa correção, foram atribuídos os seguintes créditos à produção escrita: 2, se a resolução estava completamente correta; 1, se a resolução apresentava uma estratégia que resolveria corretamente a questão, mas o resultado ou a resposta estavam incorretos; 0 se a resolução estivesse incorreta e 9 caso estivesse em branco. A Tabela 2 resume os resultados dessa primeira correção da produção escrita referente ao Problema Resolvido 3:

Tabela 2

Distribuição das produções escritas referentes ao Problema Resolvido 3 por créditos e ano.

<i>Ano</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>Total</i>
9º Ensino Fundamental	5	0	7	1	13
3º Ensino Médio	6	0	7	1	14
<i>Total</i>	<i>11</i>	<i>0</i>	<i>14</i>	<i>2</i>	<i>27</i>

Nota. Dados levantados na pesquisa realizada.

As produções classificadas com o código 2 - completamente corretas, podem ser agrupadas em três grupos, a partir das estratégias e procedimentos nelas identificados. Em seis dessas produções (duas referentes ao 9º ano e quatro referentes ao 3º ano), verifica-se o cálculo correto da subtração $36 - 18 = 18$, e a resposta de R\$ 18,00, conforme ilustra a figura seguinte:

$$t = B - A$$

$$t = 36 - 18$$

$$t = 18 \text{ reais}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ -18 \\ \hline 18 \text{ reais} \end{array}$$

Figura 1. Produção escrita número 35, de estudante do 9º ano, considerada correta.

Em outras duas produções consideradas corretas, do 9º ano, verifica-se, além do registro do cálculo anterior, o valor do custo dos encanadores referentes a um serviço de uma hora e a subtração $78 - 60 = 18$. Em outra produção escrita do 9º ano, verifica-se as resoluções corretas das equações $60 = 18t$ e $24 = 36t$, conforme figura seguinte:

Resolva a questão seguinte à caneta. Não é permitido o uso de calculadora.

PR3: Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R\$60,00 mais R\$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R\$24,00 mais R\$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o valor cobrado por hora de trabalho, quantos reais a hora do encanador A é mais barata que do B?

A → $60 = 18t$
 $60 = 18t$
 $\frac{60}{18} = t$
 $t = 3,3$

B → $24 = 36t$
 $24 = 36t$
 $\frac{24}{36} = t$
 $t = 0,66$

$\frac{60}{18} = 3,3$
 $\frac{24}{36} = 0,66$

R = A hora do encanador A é 18 reais mais barata.

Figura 2. Produção escrita número 34, de estudante do 9º ano, considerada correta.

Apesar de se verificar nessa produção que as relações estabelecidas pelo estudante não se aplicam ao problema, pode-se supor que o estudante tenha abandonado essa estratégia, efetuado a subtração $36 - 18 = 18$ e respondido corretamente. Contudo, pode-se verificar que o estudante é capaz de resolver corretamente equações do primeiro grau, multiplicação e divisão de números inteiros. Uma das questões cuja resposta ainda não pôde ser encontrada é o que levou o estudante a lançar mão dessa estratégia para resolução. Algumas hipóteses podem ser levantadas, como por exemplo, o fato de ser aluno do 9º ano e de ter visto o conteúdo de função do primeiro grau recentemente.

Em outras duas produções de estudantes do 3º ano consideradas corretas, verifica-se o cálculo correto do custo dos serviços dos encanadores e a resposta de que a hora do encanador A é R\$18,00 mais barata do que a do B, apesar de o B cobrar menos pelo serviço, uma vez que, para um serviço de uma hora de duração, o valor cobrado por A é R\$ 78,00 e por B é R\$ 60,00.

As produções classificadas como incorretas podem ser agrupadas em três grupos. No primeiro deles, em oito produções – cinco referentes ao 9º ano e três do 3º ano – verifica-se o

cálculo do custo do serviço dos encanadores A e B para um serviço de uma hora de duração e a resposta de que o encanador A é mais barato em R\$ 18,00 ou que cobra R\$ 18,00 mais barato. Em algumas dessas produções há o registro da subtração 78-60 e em outras não. Nessas, como também não há registro do cálculo da subtração de 36-18, supõe-se que as respostas dadas pelos estudantes foram baseadas na subtração 78-60, o que não é uma estratégia que resolve a questão.

$A = 60 + 18 = 78$
 $B = 24 + 36 = 60$
 $T = 1$

Resposta: O encanador A cobra R\$ 78, o qual é mais caro do que o encanador B.

Figura 3. Produção escrita número 31, de estudante do 9º ano, considerada incorreta.

Em uma das produções escritas do 9º ano classificada como incorreta, verificam-se as expressões $A = 60 + 18t$ e $B = 24 + 36t$, os valores corretos do serviço de uma hora de duração para os encanadores, as subtrações $60 - 18 = 41$ e $36 - 24 = 12$ e a resposta de que a hora do encanador B é mais barata R\$ 18,00. Em uma outra produção do 9º ano, a estratégia e os procedimentos utilizados pelo estudante foram os mesmos, porém a resposta verificada na produção é A não é mais barato do que B porque no total A cobra 78,00 e B cobra 60. A diferença é de 18,00R\$.

Três das sete produções escritas de estudantes do 3º ano apresentam uma característica comum, conforme pode ser verificado nas figuras seguintes:

Se for trabalhar por muitos dias o encanador A sai pela metade do preço, mas se for um trabalho só o B sai mais barato

a) 5 h → R\$ 90,00 + R\$ 60,00 = R\$ 150,00
 b) 5 h → R\$ 180 + R\$ 24,00 = R\$ 204,00

Figura 4. Produção escrita número 110, de estudante do 3º ano, considerada incorreta.

$E_{AF} = 60,00$
 $E_{AH} = 4 \times 18,00$
 $\frac{\quad \times 6}{108 + 60 = 168,00}$

$E_{BF} = 24,00$
 $E_{BH} = 3 \times 36,00$
 $\frac{\quad \times 6}{216 + 24 = 240}$

$240 - 168 =$
 $\begin{array}{r} 240 \\ -168 \\ \hline 72 \end{array}$

$R: 108,00$
 $\begin{array}{r} 216 \\ -108 \\ \hline 108 \end{array}$

Figura 5. Produção escrita número 104, de estudante do 3º ano, considerada incorreta.

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 8 \\ \hline 144.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times 8 \\ \hline 192.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192.00 \\ - 144 \\ \hline 048 \end{array}$$

R: A hora do encanador A é 48,00 mais barato que a de B.

Figura 6. Produção escrita número 111, de estudante do 3º ano considerada incorreta.

Na produção escrita número 104 (Figura 5), verifica-se o cálculo correto dos custos dos encanadores para um serviço de seis horas de duração e duas subtrações: $240-168=72$ e $216-108=108$, sendo que na primeira os valores referem-se ao custo total do serviço de seis horas e na segunda ao custo referente apenas ao valor cobrado por hora pelos encanadores. Na produção número 110 (Figura 4), pode ser observado o cálculo do custo do serviço dos encanadores para um serviço de cinco horas de duração, e na produção escrita número 111 (Figura 6) o cálculo do serviço de oito horas de duração para os encanadores A e B considerando apenas os valores cobrados por hora por cada um deles. Nessas três produções, as respostas foram dadas a partir de cálculos relacionados aos valores cobrados por hora pelos encanadores, mesmo nos casos das produções 104 e 110, na qual verifica-se o cálculo correto do custo do serviço dos encanadores para seis e cinco horas, respectivamente.

Basicamente os conteúdos matemáticos encontrados nas produções escritas analisadas estão relacionados a operações com números inteiros, uma vez que, para resolver a questão, apenas era necessário o cálculo de uma subtração. Entretanto, pode ser observado também alguns conteúdo algébricos, como equações que, mesmo não se aplicando à situação do problema, estavam resolvidas corretamente e leis das funções que representam o custo do serviço de cada um dos encanadores.

Em relação aos erros encontrados nas produções, puderam ser verificados, de acordo com a classificação de Movshovitz-Hadar et al. (1987), erros relacionados à utilização equivocada de informações do problema, devido a certas discrepâncias verificadas entre as informações do enunciado do problema e a maneira como foram utilizadas nas resoluções, o que pode demonstrar que houve compreensão da situação descrita no problema, como pode ser visto na produção número 104 (Figura 5). Outro erro verificado foi a interpretação equivocada da linguagem, pois verificam-se erros relacionados à tradução incorreta de situações em linguagens diferentes, como por exemplo, da linguagem natural para a linguagem simbólica, o que sugere que o estudante, autor da produção escrita, compreendeu incorretamente ou compreendeu em parte o problema, como é o caso da produção número 111. Além desses, foram verificados alguns erros técnicos, relacionados à execução de algoritmos, de procedimentos passo-a-passo, como por exemplo, $60-18=41$, que pode ser resultado de distração.

Considerações finais

Neste trabalho procurou-se relatar resultados preliminares de um projeto de pesquisa

institucional, ainda em andamento, cujo objeto de pesquisa é a produção escrita de estudantes referentes à questões discursivas de Matemática que foram inferidas a partir da análise da produção escrita de estudantes que participaram de uma avaliação do rendimento. O problema cuja análise foi apresentada pode ser considerado um problema simples no que se refere ao conteúdo matemático necessário para resolvê-lo: uma subtração. Em muitas produções escritas pode ser verificado o desenvolvimento correto de subtrações, o que sugere que o baixo desempenho dos estudantes ilustrado pela Tabela 2 não é devido ao desconhecimento do conteúdo matemático que pode resolver o problema, podendo estar relacionado à uma compreensão diferente da situação descrita no problema, o que pode fazer com que a estratégia e os procedimentos que o estudante utilizou não sejam adequados para resolver a questão. Tal fato corrobora os resultados de Dalto (2007), que considera que o estudante resolve o problema que consegue compreender a partir da interpretação que faz do enunciado dos problemas que lhe são propostos.

Apesar de o problema não exigir a utilização de uma estratégia algébrica para sua resolução, alguns conteúdos algébricos puderam ser verificados em algumas produções escritas, como por exemplo equações que foram resolvidas corretamente, bem como lei de funções que representam o custo dos serviços dos encanadores em função do tempo. Esse último caso mostra que o estudante compreendeu a situação que o problema se refere. O fato de o estudante lançar mão de uma estratégia algébrica como resolver uma equação em um problema que exige apenas uma subtração para sua resolução pode ser causada pelo fato de ter estudado esse conteúdo recentemente, conforme já foi mencionado, ou pelo fato de acreditar que a solução da questão não poderia ser tão óbvia, fato que pode também ser observado em duas produções escritas nas quais apresentam a resposta correta, mas complementam afirmando que a hora do encanador A é mais barata em R\$ 18,00, mas ele cobraria mais caro pelo serviço.

A produção escrita mostra que a forma como os estudantes dos diferentes anos abordaram o problema não foram muito diferentes, assim como o desempenho e os erros encontrados. Por se tratar de uma investigação de natureza qualitativa, as inferências e conclusões feitas, baseadas na análise da produção escrita da resolução de um único problema, aplicado em um único momento histórico, são subjetivas, estão impregnadas das “perspectivas e filtros vivenciais” do pesquisador (Garnica, 2004), o que implica que se a análise for feita por outra pessoa, provavelmente as inferências e conclusões serão diferentes.

Espera-se que a descrição e a análise dos demais cinco Problemas Resolvidos possa contribuir para uma reflexão acerca do processo de compreensão de questões discursivas por parte dos estudantes, de modo a contribuir para que pesquisas futuras sejam realizadas.

Referências

- Alves, R. M. F. (2006). *Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições.
- Buriasco, R. L. C., Cyrino, M. C. de C. T & Soares, M. T. C. (2003). *Manual para correção das provas com questões abertas de matemática*. Curitiba: SEED/CAADI.
- Buriasco, R. L. C. (2004). Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. *Anais do XXII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*, Curitiba, 3, 243-251.

- Dalto, J. O. (2007). *A Produção Escrita em Matemática: análise interpretativa da questão discursiva de Matemática comum à 8ª série do Ensino Fundamental e à 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Garnica, A. V. M. (2004). História Oral e Educação Matemática. In: M. C. Borba e J. L. Araújo (Orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. (pp. 77-98). Belo Horizonte: Autêntica.
- Movshovitz-Hadar, N. et al. (1987). An empirical classification model for errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (1), 3-14.
- Nagy-Silva, M. C. (2005). *Do observável para o oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Negrão de Lima, R. C. (2006). *Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Perego, F. (2006). *O que a Produção Escrita pode Revelar? Uma análise de questões de matemática*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Perego, S. C. (2005). *Questões Abertas de Matemática: um estudo de registros escritos*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Segura, R. O. (2005). *Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões Discursivas de Matemática*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.
- Viola dos Santos, J. R. (2007). *O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática*. Dissertação de mestrado não-publicada, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil.

Apêndice A

Correção e Descrição da Produção Escrita referente ao Problema Resolvido 3

<i>Produção Escrita</i>	<i>Correção e Descrição</i>
3.9.037 3.3.107	0.1 - efetua corretamente o cálculo do valor de um serviço de uma hora para os encanadores. Responde que A é R\$ 20,00 mais barato
3.3.104	0.2 - calcula corretamente o valor de um serviço de 6 horas para ambos encanadores. Efetua corretamente $240-168=72$ e $206-108=108$. Responde 108
3.3.110	0.3 - escreve $5\text{ h} - 90\text{ reais}$ mais 60 reais igual a 150 reais e $5\text{ h} - 180\text{ reais}$ mais $24 = 204$. Responde "Se for trabalhar por muitas horas o encanador A sai pela metade do preço, mas se for um trabalho rápido, o B sai mais barato"
3.3.111	0.4 - efetua $18*8=144$ e $24*8=192$ e $192-144=048$. Responde "a hora do encanador A é 48 reais mais barata que a do B"
3.9.031 3.9.040 3.9.041 3.9.042 3.9.043 3.3.103 3.3.114 3.3.115	0.5 - Calcula o valor do serviço de uma hora para ambos encanadores. Responde que o encanador A cobra 18 reais a mais que o B.
3.9.033	0.6 - escreve as funções para cada encanador ($A=60+18t$ e $B=24+36t$) e responde que a hora do encanador B é mais barata R\$18,00.
3.3.105 3.3.108	2.2 - efetua corretamente o cálculo do valor do serviço dos encanadores. Responde que a hora do encanador A é 18 reais mais barata que a do B, apesar de que o B cobra mais barato pelo serviço
3.3.109 3.3.112 3.3.116 3.9.035 3.9.036 3.3.113	2.4 - efetua corretamente $36-18=18$ e responde R\$18,00
3.9.032 3.9.038	2.1 - calcula o valor dos serviços de uma hora para ambos encanadores. Efetua $78-60$ e $36-18$. Responde "é mais barato 18 reais"
3.9.034	2.3 - escreve e resolve corretamente as equações $60=18t$ e $24=36t$ e responde que a hora do encanador A é 18 reais mais barata
3.9.039 3.3.106	9 - em branco

Nota. As produções escritas foram identificadas da seguinte forma: [número do problema].[ano do estudante que a resolveu].[número de ordem da produção escrita]. Assim, a produção 3.3.106 refere-se ao problema resolvido número 3, de um estudante do 3º ano, cuja produção foi numerada com o número 106.