

I Explorando el Conocimiento Probabilístico Informal en Niños de Edad Temprana

Nelly **León** Gómez
Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico de Maturín
nellyleong@hotmail.com

Resumen

Este estudio explora las ideas intuitivas y el conocimiento informal sobre probabilidad en niños pequeños. Cuatro constructos fueron considerados: expresiones probabilísticas, espacio muestral, probabilidad de un evento y comparación de probabilidades. Para ello, una adaptación del cuestionario elaborado por Skoumpourdi, Tatsi y Kafoussi (2007) fue aplicada a niños de cada nivel de preescolar y los tres primeros grados de educación primaria en escuelas regulares de la ciudad de Maturín, Venezuela, con el fin de observar cómo evoluciona su nivel de razonamiento probabilístico. Las evidencias sugieren que los niños más pequeños tuvieron muy poca comprensión de las situaciones planteadas pues sus respuestas fueron erróneas o tuvieron una explicación basada en sus creencias o cuestiones que les parecían obvias, pero a medida que se avanzaba de grado, se encontró un mayor número de respuestas y justificaciones acertadas aunque hubo inconsistencias en el manejo de las ideas de azar y probabilidad.

Palabras clave: Pensamiento probabilístico, lenguaje probabilístico, educación preescolar y primaria

Introducción

El estudio de la probabilidad cada día cobra más importancia debido al reconocimiento de la presencia del azar en las acciones del hombre y en el comportamiento de la naturaleza. El ser humano en su vida cotidiana se ve en la necesidad de predecir situaciones y tomar decisiones fundamentadas en el manejo de gran cantidad de información que se produce constantemente y circula por las redes informáticas a velocidad vertiginosa. Desde los juegos de azar hasta cuestiones de extrema relevancia social, política, económica, tecnológica, cultural, relacionadas con el acontecer de un país o del mundo en su globalidad están signadas por la incertidumbre, por lo que, como lo señala Morin (2000), uno de los saberes tanto para el presente como para el futuro, que todo ciudadano debe adquirir, tiene que ver precisamente con la forma de manejar exitosamente tales circunstancias inciertas, y en esto el conocimiento sobre la probabilidad juega un papel importante.

En consideración a esta realidad, nociones elementales de azar y probabilidad han sido incluidas en el currículo de diferentes países desde los primeros niveles educativos y el NCTM (2000) incorpora dentro de los estándares curriculares para los niveles de preescolar a cuarto grado uno sobre Probabilidad y Estadística con el cual se pretende crear en el niño las competencias para la

recolección y organización de datos y la exploración del azar, y de esta manera ir conformando las bases para la formación de un ciudadano apto para desenvolverse exitosamente en un mundo poco certero como el actual.

En esta presentación se explora las ideas intuitivas sobre azar y probabilidad que manejan niños de edades tempranas que no han tenido instrucción formal en el tema, buscando pistas para iniciarlos en el estudio de estos tópicos con base en sus conocimientos y concepciones previas.

El objeto de estudio

Desde la reforma educativa de 1997 en Venezuela se incluyó un bloque de contenidos denominado Probabilidad y Estadística a través del cual se pretendía que con la enseñanza de la probabilidad el niño comprendiera los conceptos de “azar, posibilidad, imposibilidad y grados de probabilidad” (Ministerio de Educación, 2007). Más recientemente en el currículo de la Educación Bolivariana en el componente del Desarrollo del Pensamiento Matemático desde primer grado se contempla el contenido “Noción de Estadística”, pero es en segundo grado donde se propone el “Diseño de tablas de datos de acuerdo a la ocurrencia de hechos según el momento: siempre, a veces, nunca, más frecuente, menos frecuente” (Ministerio de Poder Popular para la Educación, 2007, p. 45); luego, en cuarto grado el contenido se refiere a “Identificación de fenómenos y hechos que se pueden predecir y fenómenos al azar” (p. 70). A partir de quinto grado se incorporan nociones relacionadas a la asignación de probabilidades a sucesos aleatorios, las cuales se van formalizando a lo largo del desarrollo curricular.

Esto indica que, al menos en la concepción del currículo, se tiene presente la formación para el manejo de la incertidumbre, pero la realidad dista mucho de los supuestos. Investigaciones realizadas en nuestro entorno (Aparicio, 2010) evidencian que estos contenidos no son abordados en clases entre otras cosas por lo extenso de los programas escolares, la escasa preparación de los docentes y la poca importancia que se da a estos temas. El razonamiento probabilístico no tiene lugar en este contexto educativo; a pesar de ello los niños intuitivamente se van formando ideas propias en relación a situaciones aleatorias en las que se ven envueltos.

Desde pequeños los niños están involucrados en actividades en las que está presente el azar como son los juegos cotidianos, donde ellos inconscientemente ponen en evidencia ciertas ideas intuitivas en la consideración de las posibilidades que se les presentan, en las que predominan usualmente matices subjetivos que pueden llevarlos a resultados erróneos. Al respecto, Langrall y Mooney (2005, p.101) resaltan las conclusiones de algunas investigaciones realizadas con niños en edad escolar que señalan que en ciertas actividades diseñadas para el aprendizaje de las nociones elementales de probabilidad como la relación “ser más probable” ellos justifican los resultados con base en juicios subjetivos o en comportamientos cuya explicación está más allá de la razón. Esto es cierto sobre todo en los niños más pequeños, como es el caso de los de preescolar, pero a medida que avanzan en edad y en el nivel educativo, sostienen los autores que los niños se van alejando de esas ideas irracionales, pero continúan haciendo uso de su intuición por largo tiempo y basándose en argumentos subjetivos o supersticiosos.

Es esto precisamente lo que ha motivado el desarrollo de la presente investigación, en la cual, a partir de las respuestas de niños de educación preescolar y primaria, sin instrucción previa en el tema, a un cuestionario adaptado del empleado por Skoumpordi, Tatsi y Kofoussi (2007), se buscó explorar el incipiente razonamiento probabilístico de estos infantes centrándonos en la interpretación de ciertos términos probabilísticos y en las nociones de espacio muestral, probabilidad de un evento y comparación de probabilidades. El estudio se llevó a cabo en

escuelas regulares de la ciudad de Maturín, en Venezuela, donde se pudo conocer en entrevista a algunos maestros la ausencia de los contenidos que aquí nos atañen en las clases de matemática.

Referentes teóricos

Son numerosos los estudios que se han realizado sobre el desarrollo del pensamiento probabilístico en niños y jóvenes de diferentes edades. Entre ellos son pioneros los trabajos de Piaget e Inhelder (1975) y los de Fischbein (1975) que han sido referencias para muchas de las investigaciones posteriores entre ellas las de Metz (1998), Fischbein y Schnarch (1997), Tatsis, Kafoussi y Skoumpourdi, (2008), Batanero y Serrano(1995), Batanero (2006), León, (1998). Algunas de ellas reportan evidencias de que a lo largo de la educación primaria muchos niños explican los resultados de situaciones aleatorias sobre la base de argumentos subjetivos o creencias. Suerte o superstición determinan los resultados de experimentos aleatorios, o bien poderes o fuerzas externas a ellos ejercen influencia en los resultados de fenómenos azarosos, o quizás el deseo de lograr cierto resultado o más simplemente porque ellos conocen lo que va a ocurrir y “tiene que ser así”. Afortunadamente estas investigaciones también reportan indicadores de que los niños se van distanciando de estas explicaciones poco fundadas a medida que avanzan en edad.

A nivel de preescolar, Meltz (1998) encontró que muy pocos estudiantes interpretan situaciones probabilísticas en términos de fenómenos aleatorios y aquellos que lo hacen no son consistentes en su aplicación. Esta investigación concluye que los niños de preescolar tienden a atribuir cierto orden o regularidad a situaciones de azar, como por ejemplo en actividades con ruletas esperan resultados que reflejan directamente la partición de la ruleta sin considerar la presencia del azar. Ya a los 8 años, en tercer grado, los niños muestran cierta comprensión del concepto de aleatoriedad, aun cuando no llegan a ser consistentes en sus interpretaciones puesto que las características particulares de cada actividad llegan a influenciar su razonamiento.

En este campo de acción, y para efectos de nuestra investigación, han sido relevantes los trabajos de Skoumpourdi, Tatsis y Kafoussi quienes han venido desarrollando una línea de indagación vinculada a esta temática en la Universidad de Aegean, Rhodes, Grecia. En su estudio sobre el conocimiento informal acerca de probabilidad en el kindergarten concluyen que los niños en esta etapa escolar dan respuestas satisfactorias a tareas de probabilidad antes de la instrucción y que parecen tener cierto conocimiento informal acerca de muchos constructos de probabilidad. Específicamente los niños comprenden el uso de expresiones probabilísticas como “nunca”, “Siempre” y “a veces”; también parece estar conscientes de los posibles resultados experimentos aleatorios sencillos y son capaces de comparar probabilidades (Skoumpourdi, Tatsis y Kafoussi, 2007)

Igualmente estos investigadores examinaron el lenguaje de niños y maestros en el contexto de la discusión de la equidad de ciertos juegos de azar, concluyendo que el conteo de las diferentes posibilidades fue la estrategia más poderosa empleada por los niños para justificar sus opiniones, a la vez que señalan que los actos verbales de los maestros en los diálogos con los niños los llevaron a detectar el tipo de razonamiento implícito en los argumentos de los concernientes a la equidad de un juego, a pesar de su corta edad (Tatsi, Kafoussi y Skoumpourdi, 2008).

Ortíz, Batanero y Serrano (2001) diferencian tres categorías de palabras asociadas a la Matemática y dentro de ella a la probabilidad: a) Palabras propias de la disciplina que tienen significado preciso y no pertenecen al lenguaje corriente; b) Palabras que aparecen en tanto en el

lenguaje especializado como en el corriente con la misma o parecida significación; c) Palabras que aparecen en ambos lenguajes aunque a veces con distintos significados.

Términos como posible, imposible, probable, casual, fortuito, verosímil, pertenecientes al tercer tipo, son usados libremente por los estudiantes aunque no siempre con el significado con el que se manejan al desarrollar los términos de probabilidad (Azcarate y Cardeñoso, 1996). Además, como lo reportan ciertas investigaciones, existen reglas, no implícitamente establecidas por lo que podríamos considerarlas como meta-normas que regulan el uso de tal lenguaje en el aula, pero fuera de ella los niños emplean sus propias reglas o las que adoptan por consenso para darle significado a esta terminología, lo que de alguna manera incide en su actuación frente a un suceso particular.

Por otra parte, Pratts (2000), citados por Langrall y Mooney (2005), señalan que en la medida que los niños de estos niveles exploran las características de fenómenos aleatorios, especialmente a través del uso de selecciones aleatorias como en experimentos con urnas que contienen bolas de diferentes colores o en la generación de resultados aleatorios, a la vez que afianzan este lenguaje, encuentran situaciones para determinar las posibles ocurrencias de un fenómeno y se mueven luego hacia la asignación de probabilidades a eventos tanto en condiciones experimentales como teóricas.

En relación a la comprensión de la noción de espacio muestral, los autores también citan a Horvarth y Lehner (1998) quienes muestran que ésta es más limitada. Ellos reportan que los niños de segundo grado aun no asocian bien el espacio muestral a los posibles resultados en experimentos con dados y ruletas, pero si lo hacen cuando el docente emplea mecanismos gráficos como el diagrama de árbol, lo que también les facilita la asignación de probabilidades, la que también llegan a desarrollar desde la aproximación frecuencial con el manejo de datos.

Los estudios sobre la comparación de probabilidades se soportan en tareas de dos opciones que presentan dos conjuntos de elementos (dos urnas, dos ruletas) y exigen la selección de aquella que es más probable de ocurrir. Langrall y Mooney (2005) señalan que los niños pequeños hacen su selección en términos de argumentos idiosincrásicos como su color favorito o en base al número absoluto de la opción que más se repite sin considerar la razón entre ambas posibilidades. Y, citando a Falk (1983), indican que a medida que los niños llegan a comprender la idea de proporcionalidad, comienzan a usar estrategias que reconocen la relación entre el número de elementos de ambas opciones.

Orientaciones metodológicas

La investigación realizada es de naturaleza descriptiva e interpretativa pues lo que se busca es, a partir de las respuestas de los pequeños, desentrañar el manejo de algunos términos del lenguaje de la probabilidad y el incipiente desarrollo del pensamiento probabilístico en niños desde edades tempranas. Por sus alcances el presente es un estudio exploratorio cuyos resultados pueden servir de motivación a los docentes de preescolar y los primeros grados de educación primaria para brindar a los estudiantes oportunidades de aprendizaje de las nociones básicas concernientes al concepto de probabilidad, como lo recomiendan los estándares curriculares del NCTM y los programas de estudio de estos niveles educativos en Venezuela.

La investigación se llevó a cabo como proyecto general de un curso de Probabilidad y

Estadística para futuros profesores de Matemática en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Núcleo Maturín, en Venezuela, durante el I semestre de 2009.

En primer lugar se discutió sobre el tema de investigación e inspirados en el trabajo de Skoumpourdi, Tatsis y Kafoussi (2007), acerca del conocimiento informal sobre probabilidad en niños de kindergarten, los estudiantes consideraron que este tema no había sido explorado en nuestro entorno por lo que sería interesante conocer las ideas intuitivas de los niños acerca de la probabilidad. Los 18 participantes del curso formaron nueve parejas para atender los 120 niños pertenecientes a 9 escuelas escogidas por conveniencia según la facilidad de acceso. La muestra quedó conformada como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1

Distribución de la muestra seleccionada por nivel o grado educativo

Nivel-Edad	PREESCOLAR		Grado-Edad	PRIMARIA
	Grupo 1	Grupo 2		
Primero	12	11	Primero	15
Segundo	13	12	Segundo	16
Tercero	12	13	Tercero	16

Las preguntas del cuestionario ya mencionado fueron traducidas poniendo especial cuidado en la fidelidad de los términos pues esto se consideró elemento clave en la investigación. Cada grupo elaboró los recursos que serían mostrados a los niños durante la aplicación del cuestionario, siendo éstos: ruletas con diferentes particiones, cajas con pelotas de varios colores y cesta de frutas. Finalizadas las entrevistas con los niños, estos recursos fueron donados a las maestras a la vez que se les dieron orientaciones para el diseño de actividades de enseñanza de la probabilidad.

Cada grupo grabó las respuestas de los niños, las organizó, analizó y elaboró un informe particular que se presentó y discutió ante el grupo total para generar las conclusiones generales del trabajo investigativo.

El cuestionario constó de los siguientes ítems:

1. *En la caja hay tres pelotas rojas, cierra los ojos e imagina que sacas una pelota. ¿Puede que la pelota:*
 - a. *Siempre sea roja?*
 - b. *Algunas veces sea roja?*
 - c. *Nunca sea roja?*
2. *Imagina que giras la ruleta (1/3 rojo, 2/3 azul). La ruleta:*
 - a. *Siempre se detendrá en azul?*
 - b. *Algunas veces se detendrá en azul?*
 - c. *Nunca se detendrá en azul?*
3. *Hay cuatro bolas en la caja: dos amarillas y dos verdes. Cierra los ojos e imagina que sacas una pelota. ¿De qué color crees que puede ser la pelota?. ¿Hay otra posibilidad?*

4. Hay tres naranjas y una manzana en la cesta. Cierra los ojos e imagina que sacas una fruta- ¿Qué fruta puedes sacar?. ¿Hay otra posibilidad?
5. Imagina que giras la ruleta (10 partes iguales alternando los colores verde y anaranjado)? ¿En qué color se podrá detener la ruleta?. ¿Hay otra posibilidad?
6. Imagina que giras la ruleta una vez ($1/3$ azul, $2/3$ rojos). ¿En qué color crees que se podrá detener la ruleta?. ¿Hay otra posibilidad?
7. Hay tres naranjas y una manzana en la canasta. Cierra los ojos e imagina que sacas una fruta:
 - a. ¿Es más probable sacar una manzana?
 - b. ¿Es más probable sacar una naranja?
 - c. ¿Tienen la manzana y la naranja la misma posibilidad de que la saques?
8. Hay cuatro pelotas en la caja: dos blancas y dos negras. Cierra los ojos e imagina que sacas una pelota:
 - a. ¿Es más probable sacar una pelota blanca?
 - b. ¿Es más probable sacar una pelota negra?
 - c. ¿La pelota de color negro y la de color blanco tienen la misma posibilidad de que la saques?
9. Imagina que giras la ruleta una vez (10 partes iguales alternando los colores anaranjado y verde).
 - a. ¿Es más probable que pare en anaranjado?
 - b. ¿Es más probable que pare en verde?
 - c. ¿Es igualmente probable que pare en verde o que pare en anaranjado?
10. Hay dos ruletas (1. $1/2$ rojo, $1/2$ azul; 2. $1/4$ roja, $3/4$ azul). Imagina que giras cada ruleta una vez:
 - a. ¿Es más probable que la primera ruleta pare en rojo?
 - b. ¿Es más probable que la segunda ruleta pare en rojo?
 - c. ¿Las dos ruletas tienen la misma posibilidad de parar en rojo?

Con estos ítems se exploran cuatro nociones: Expresiones probabilísticas (Ítems 1 y 2), espacio muestral (Ítems 3-6), probabilidad de un evento (Ítems 7-9), comparación de probabilidades (Ítem 10).

Presentación y discusión de los resultados

A continuación se muestran los resultados correspondientes a una sección de segundo nivel de preescolar y las secciones de primero y tercer grado de educación primaria.

El desempeño de los estudiantes de kindergarten se incorpora en la Tabla 2. Con los dos primeros ítems (1: contexto de bolas todas del mismo color; 2: bicolor $1/3 - 2/3$) se quería explorar la comprensión de los términos “siempre”, “algunas veces” y “nunca” que son de uso cotidiano en el lenguaje natural. Las respuestas a la primera pregunta fueron correctas, con excepción de uno de los niños que escogió “nunca” pero sin saber porqué. No obstante sólo 4 de los 12 niños dieron una justificación apropiada en términos de que las tres bolas eran rojas y por lo tanto al sacar una tenía que ser de ese color. En el segundo ítem, al mostrarles una ruleta con dos colores en diferentes proporciones, sólo dos niños escogieron la opción correcta, pero fallaron en el porqué de su escogencia: “*porque sí*” o “*porque eso es lo que creo*”, entre otras

razones; sólo un estudiante toma en cuenta el tamaño más grande de la porción azul, pero esto lo lleva a pensar que por esta razón la ruleta siempre se detendrá en ese color. Otros piensan que se parará en azul pero por otras razones: “*porque sí*”, “*porque me gusta ese color*” o “*porque yo creo*”.

Estos datos no permiten asegurar que los niños no interpretan bien el significado de estos términos en tareas probabilísticas porque aunque en el ítem 1 la selección es válida no lo es así su justificación y en el ítem 2, la expresión “*algunas veces*” no fue captada como correcta.

Tabla 2

Respuestas de los estudiantes de segundo nivel de preescolar. Edad: 4-5 años

Est	Item 1		Item 2		Item 3		Item 4		Item 5		Item 6		Item 7		Item 8		Item 9		Item 10	
	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J
1	c	ns	c	mg rojo		s		mg		s		s	a	mg	b	Se ve más	a	s	-	ns
2	a	3r	b	s		ss		hay más		ns		ns	b	Hay más	a	ns	b	Cam-bian	a	ns
3	a	ns	a	mg		mg		quiero comer		mg		mg	b	mg	b	creo	a	mg	a	s
4	a	s	a	s		s		mg		ns		ns	b	mg	a	mg	c	ns	-	ns
5	a	3r	a	Más grande		mg		mg		Hay dos colores		mg	b	No entiendo	a	ns	a	creo	a	Más rojo
6	a	ss	c	Porque no		mg		mg		s		Más grande	a	mg	b	mg	a	mg	a	Más grande
7	a	3r	a	s		s		mg		s		ss	a	s	b	s	a	ns	-	ns
8	a	ns	a	s		s		Es rica		mg		s	b	s	b	s	b	Yo digo	-	ns
9	a	ss	b	creo		mg		mg		mg		grande	b	mg	b	ss	a	mg	a	s
10	a	ss	a	s		más		s		s		s	b	s	c	s	b	s	a	ns
11	a	3r	a	s		s		mg		s		s	b	mg	c	s	b	s	a	ns
12	a	ss	a	creo		creo		ss		creo		s	a	ns	b	Lo mismo	a	s	b	ns

Leyenda: R: respuesta; J: justificación; s: porque sí; ns: no sé; mg: me gusta el color o la fruta; 3r: son todas rojas, ss: estoy seguro

En el ítem 3, referido a una caja con dos pelotitas verdes y dos anaranjadas, cada estudiante escogió uno de los dos colores más que todo *porque le gustaba, era su preferido* o simplemente *porque sí*. Ninguno mencionó que también podría ser del otro color. En la cesta a que hace referencia el ítem 4 había más naranjas que manzanas; un estudiante (N° 2) usó este hecho al decir que podía ser una naranja pero obvió que también podía ser una manzana, los demás, en su mayoría, seleccionaron naranja o manzana según sus gustos y tampoco tomaron en cuenta la otra opción. El ítem 5 vuelve con la ruleta pero con porciones iguales en dos colores alternados; aquí un niño sí señaló que podría detenerse en verde o en anaranjado “*porque había dos colores*”; las demás repuestas fueron similares a las del ítem 3. En el ítem 6, la mayoría dijo que podía caer en azul, sólo dos de ellos lo hicieron porque el azul era “*más grande*”, es decir,

en función del área de la porción de ese color. Al preguntarles si había otra posibilidad la mayoría de los niños dudaban mucho en sus respuestas y permanecían pensativos.

En estos cuatro ítems los niños debían hacer mención a las dos posibilidades que se les presentaban en cada caso porque de lo que se trataba era de identificar el espacio muestral, pero con escasas excepciones no ocurrió así. En este sentido, los datos no concuerdan con los reportados por Skoumpourdi, Tatsis y Kafoussi (2007) quienes registran tanto respuestas como justificaciones correctas en niños de kindergarten.

En los ítems 7, 8 y 9 lo que se pretendía era explorar la capacidad de los niños para asignar probabilidades en el contexto de experimentos aleatorios sencillos, en tal sentido se emplearon los términos “más probable” y “la misma posibilidad” (en lugar de la misma probabilidad, por considerar que éste es un término probabilístico más específico). En el ítem 7, ocho niños escogieron la opción b que es la correcta, pero ninguno dio una buena razón, aquellos que dijeron que era más probable escoger la manzana lo hicieron porque *les gusta mucho esta fruta* (Es de señalar que la naranja es una fruta popular en Venezuela, no así la manzana que es importada de otros países). Sólo dos niños acertaron en el ítem 8 pero respondieron “*porque sí*”, siete pensaron que era más probable escoger una pelota blanca y los demás una negra, todos por las mismas razones incorrectas ya señaladas. De los que escogieron blanco como más probable uno dio una respuesta impensada: “*porque se ve más*”, mientras que otro dijo “*porque es lo mismo*”, pudiendo ésta última ser aceptable si el niño hubiese escogido la opción correcta c. Sin saber explicar porqué un niño (N° 4) dijo que en la ruleta del ítem 9 (10 partes iguales de dos colores alternados) era igualmente probable que ésta parara en cualquiera de los dos colores, otro niño (N° 2) observó que los colores cambiaban pero no dio la respuesta adecuada, el resto escogió alguna de las dos primeras opciones: “*porque creo que allí va a caer*”; “*porque yo quiero*”, “*porque me gusta ese color*” o “*porque sí*”.

En el constructo referido a la asignación de probabilidades tampoco los niños muestran un grado de intuición avanzado, posiblemente el mismo término “más probable” les pareció desconocido porque ante el primer ítem de esta categoría mostraban expresión de no comprenderlo muy bien.

Finalmente, en lo que a comparación de probabilidades se refiere, el nivel de dificultad para los niños parece haber sido mayor, aquí había dos ruletas de diferente estructura cromática. Cuatro niños ni siquiera intentaron dar una respuesta. En contraposición seis señalaron que la ruleta $\frac{1}{2}$ roja – $\frac{1}{2}$ azul tenía más probabilidad de parar en rojo pero sin saber explicar porqué; sólo uno indicó que en esa “*había más rojo*”.

Estudiando el desempeño particular de los estudiantes, vemos que éste en general es pobre, pero hay algunos casos que vale la pena analizar. El estudiante 2 muestra ciertas evidencias de un razonamiento probabilístico incipiente, aun cuando en los ítems referidos al espacio muestral pareciera que los aborda desde la perspectiva de asignación de probabilidad, da respuestas acertadas cuando se trata de situaciones de selección no equitativas, cuando las opciones son equilibradas escoge una porque está seguro del resultado que ocurrirá (asigna certeza a un experimento aleatorio). En los casos de ubicación (ruletas) evidencia un poco más de limitaciones en sus justificaciones, sobre todo si la partición es equitativa. También muestra inconsistencia cuando en situaciones comparables da argumentos diferentes como en los ítems 5 y 9. El estudiante 5 también tiene un desempeño superior. Maneja bien las expresiones probabilísticas exploradas, es el único que considera las dos opciones en el ítem 5, compara bien las

probabilidades, pero falla en los ítems referidos a la asignación de probabilidades.

Podemos decir que estos resultados, aun cuando no coinciden en su totalidad con los de investigaciones previas, (Langrall, y Mooney, 2005; Skoumpourdi, Tatsis, y Kafoussi, 2007), no nos sorprenden pues se ajustan bastante a nuestra realidad. Los niños tienen ideas intuitivas pero no fundadas ni consistentes por lo que pueden dar una respuesta correcta a una situación y una incorrecta en algo similar. Fallan más en las justificaciones que en la escogencia de la opción correcta, siendo éstas algunas veces inesperadas escoger la manzana *porque se la quiere comer*.

Tabla 3

Respuestas de los estudiantes de primer grado. Edad: 6-7 años

Est	Item 1		Item 2		Item 3		Item 4		Item 5		Item 6		Item 7		Item 8		Item 9		Item 10	
	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J
1	a	3r	a	Tiene más	 	2 colores	 	2 frutas	 	mitad	 	2 colores	b	s	c	Igual	c	Están ahí	a	Más rojo
2	a	3r	b	2 colores		s	 	Es amarill		mitad		Más grande	b	s	c	s	c	Mi-tad	a	ns
3	a	3r	b	s		s		mg		ss		mg	a	mg	c	mitad	a	creo	a	Más rojo
4	a	ss	b	Puede caer azul	 	ss	 	Hay 2 posibil	 	igual	 	creo	b	más	c	Dos colores	c	igual	a	ss
5	a	ss	a	s		s		sabrosa		ss		mg	b	ss	a	ss	a	creo	a	ns
6	a	3r	a	ns		*		Hay más		ns	 	s	a	ns	a	*	a	ns	a	ns
7	a	3r	b	Hay 2 colores	 	Hay 2 colores		sabrosa	 	Uno u otro	 	2 opciones	b	Hay más	c	Uno u otro	c	Uno u otro	a	mi-tad
8	c	ma-gia	a	suerte		ss	 	Hay 2 frutas		s	 	Puede ser	b	ss	b	magia	a	poco más grand	c	Hay rojo
9	a	ss	a	Más grande	 	2 colores	 	Más grande	 	Verde o no	 	2 colores	a	Es roja	a	mitad	c	Verde o naran-ja	a	mitad
10	a	s	a	creo		creo		creo		creo		s	a	s	b	s	b	mg	a	creo
11	a	ss	a	ns		s		mg		mg		mg	a	mg	b	mg	a	mg	a	ns
12	a	3r	c	mg rojo		ss		Hay más		Parec rojo		ns	a	mg	c	mitad	b	ns	b	s
13	a	3r	b	Hay 2 colores	 	Hay 2 colores	 	Hay 2 frutas	 	creo	 	2 colores	b	Hay más	c	creo	c	s	a	mi-tad
14	a	ss	a	Más grande		mg		mg		ns		mg	a	Sabro-sa	b	Puede salir	a	s	c	s
15	a	3r	b	2 colores		mg		Hay más		Más gran-de		Más grande	b	Hay más	a	mg	b	Más gran-de	a	Más gran-de

Leyenda: R: respuesta; J: justificación; s: porque sí; ns: no sé; mg: me gusta el color o la fruta; 3r: son todas rojas, ss: estoy seguro

Avanzando en el nivel educativo, entramos ahora a primer grado de primaria. En este caso se aplicó el cuestionario a 15 niños con edades entre 6 y 7 años sin instrucción previa en el tema tratado. Las respuestas a los 10 ítems se muestran en la Tabla 3

El ítem 1 es respondido correctamente por todos menos un estudiante, pero sólo 8 dan como argumento que *las tres bolas son rojas*, otros 5 *están seguros* que ese será el resultado y quizás esa seguridad se deba precisamente a que ven las tres pelotas de ese mismo color, uno incluso habla de “*suerte*”. La expresión “*algunas veces*” es menos comprendida en este contexto aun cuando es de uso común entre las personas, sólo 7 niños señalan esta opción al ver que hay dos colores y la ruleta puede eventualmente caer en alguno de los dos; algunos estudiantes piensan que siempre parará en azul porque “*es más grande*”.

En cuanto a la noción de espacio muestral, al hacerles las preguntas, sólo cuatro estudiantes son consistentes al señalar las dos posibilidades en los ítems 3 al 6, casi todos los demás escogieron una fruta o color según su preferencia o su creencia. Sin embargo, al preguntarles luego si había otra opción, después de pensarlo, casi todos dijeron que sí, reconociendo los posibles resultados de estos ensayos aleatorios simples.

En el ítem 7, donde hay más naranjas, la mayoría le dio una mayor probabilidad de ser tomada; los que escogen la manzana como más probable es *porque les gusta esa fruta*. En los ítems 8 y 9, ambas opciones son igualmente probables, pero pocos estudiantes escogieron esta alternativa. Se puede decir, entonces, que en este nivel los niños si son capaces de asignar probabilidades en condiciones de diferente verosimilitud, no así cuando las condiciones son equitativas. La mayoría de los pequeños hace bien la comparación de las probabilidades, pero los porqué que dan no son satisfactorios.

Estos resultados reflejan avances en los niveles de razonamiento intuitivo de los niños en situaciones simples donde está presente el azar y la posibilidad de asignación y comparación de probabilidades, aun cuando siguen mostrando limitaciones en lo referente a la comprensión del espacio muestral, consistente con los resultados de Horvarth y Lehner (1998), citados por Langral y Mooney (2005)

Continuando con los estudiantes de tercer grado, la tabla 4 nos muestra un desempeño mucho mejor, como es de esperarse en niños que ya tienen 8 o 9 años. Vemos que son pocos los estudiantes que dan respuestas incorrectas aunque sus argumentos siguen siendo algo escuetos. En el ítem 1 todos se han dado cuenta que al haber tres pelotas rojas si toman una ésta tiene que ser de ese color, pero algunos sólo dicen que *están seguros que tiene que ser roja o porque sí*. En el ítem 2, la opción preferida es la b porque en la ruleta hay dos colores, entonces *tiene que parar en uno o en otro*.

En lo que respecta a la noción de espacio muestral también hay más dominio. Casi todos resaltan siempre las dos opciones y cuando no lo hacen, al preguntarles si hay otra posibilidad así lo hacen. La asignación de probabilidades continúa siendo más complicada para ellos en situaciones de equiprobabilidad, mientras que en la comparación la mayoría tuvo mejor desempeño. Igualmente se observa más consistencia en los planteamientos, incluso en aquellos que no respondieron bien a los ítems.

En resumen, en tercer grado aun cuando no se les ha enseñado formalmente los temas de probabilidad, en su cotidianidad ellos están expuestos a más situaciones donde la presencia del azar es relevante y ellos van asumiendo posición ante este fenómeno, lo cual se refleja en un mejor desenvolvimiento general al responder el cuestionario, coincidiendo con los resultados de Pratts (2000), citado por Langrall y Mooney (2005)

Tabla 4

Respuestas de los estudiantes de tercer grado. Edad: 8-9 años

Est	Item 1		Item 2		Item 3		Item 4		Item 5		Item 6		Item 7		Item 8		Item 9		Item 10	
	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J	R	J
1	a	ss	b	Uno u otro		Uno u otro		2 fruts		s		s	b	s	b	Se ve más	a	s	a	s
2	a	ss	b	Dos posibil.		Dos colors		2 posibil.		2 colores		2 colores	b	Hay más	c	Igual cantid.	c	igual	a	creo
3	a	3r	b	Hay 2 colores		Dos colors		Quie-ro		2 colores		2 colores	b	Hay más	c	igual	c	igual	a	Más rojo
4	a	3r	b	Hay 2 colores		claro		claro		2 posibil.		2 posibilidad	b	Hay más	c	claro	c	claro	a	ss
5	a	ss	b	Uno u otro		Es igual		Dos opciones		Es igual		2 opciones	b	Sabrosa	c	igual	c	igual	a	Más rojo
6	a	mg	a	Más grande		obvio		Hay más		Obvio		Más grande	b	mg	b	mg	a	mg	a	ns
7	a	3r	b	Cualquiera		igual		Una -otra		igual		Una-otra	b	Hay más	c	igual	c	igual	-	ns
8	a	ss	b	s		s		Hay más		mg		Más grande	b	Hay más	a	s	b	mg	b	ns
9	a	ss	b	puede caer rojo		Hay 2 colores		Una u otra		Es igual		Puede caer azul	b	s	c	Una u otra	c	s	a	s
10	a	3r	b	Azul o rojo		s		s		s		Más grande	a	Se ve rica	b	s	a	s	a	creo
11	a	ss	a	ss		2 colors		claro		2 colores		claro	b	ss	a	s	b	s	a	ss
12	a	3r	c	No quiero		Uno u otro		Una -otra		Uno u otro		Dos colores	b	s	c	Dos colores	c	igual	a	Más rojo
13	a	ns	a	ns		ns		ns		ns		s	b	ns	a	ns	a	ns	b	s
14	a	ss	b	s		s		mg		s		s	a	mg	a	ns	a	s	c	s
15	a	3r	a	es mediano		Cualquiera		2 fruts		Cualquier		Cualquiera	a	Usan en torta	c	igual	c	igual	a	Difícil
16	a	3r	b	Cualquiera		Hay dos		Cualquiera		Está en verd		Está en rojo	b	Hay más	c	Cualquiera	c	Así es	a	s

Leyenda: R: respuesta; J: justificación; s: porque sí; ns: no sé; mg: me gusta el color o la fruta; 3r: son todas rojas, ss: estoy seguro

Conclusión

Los resultados de este estudio exploratorio, tal como lo señalan investigaciones previas (Shaughnessy, 1992; Jones et al., 1997; Watson et al. 1997), citados por Langrall y Mooney (2005), muestran que, en efecto, los estudiantes afrontan dificultades en la comprensión de las nociones básicas de probabilidad aun cuando manejan ideas intuitivas al respecto. Igualmente, como lo reportan estos estudios, se ha notado una progresión positiva en el manejo de las ideas vinculadas al azar a medida que avanzan en edad y grado educativo, aun cuando siguen manteniendo cierta tendencia a dar respuestas fundamentadas en sus creencias y en sus preferencias y a tener cierta inconsistencia en las mismas (Tatsis, Kafoussi, y Skoumpourdi, 2008;).

Por lo tanto, a manera de cierre resaltamos que el desarrollo del pensamiento probabilístico debe tomarse como un desafío de la educación actual. Los fines de su enseñanza como lo señala Batanero (2006) tienen su soporte en que la probabilidad: a) Es parte de la Matemática y base de otras disciplinas, y b) Es esencial en la formación de los estudiantes pues lo aleatorio impregna nuestro entorno. Los niños desde edades tempranas tienen cierto manejo informal de términos probabilísticos e ideas intuitivas sobre el azar y lo probable; ideas que deben ser aprovechadas por los docentes para diseñar experiencias de aprendizaje, vinculadas a su cotidianidad, que serán una excelente motivación para el estudio de este importante tema.

Referencias y bibliografía

- Aparicio, J. (2010). Enseñanza de la estadística desde la cotidianidad: una posibilidad para la contextualización de los aprendizajes. Trabajo de Grado de Maestría. Maturín: UPEL-IPM.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J. (1996). El lenguaje del azar: una visión fenomenológica sobre los juicios probabilísticos. *SUMA*, 3, 21-28
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.
- Batanero, C. y Serrano, L. (1995). Aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *Uno*, 15-28
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, Holland / Boston, USA: Reidel Publishing Company
- Fischbein, E. y Schnarch D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, 28, 96-105.
- Langrall, C. y Mooney, E. (2005). Characteristics of elementary school student's probabilistic thinking. En *Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning*. Graham Jones (ED). 95-119. Mathematics Education Library. USA: Springer.
- León, N. (1998). Explorando las nociones básicas de probabilidad a nivel superior. *Memorias del III Congreso iberoamericano de Educación Matemática*, 340-346. Caracas.
- Metz, k. (1998). Emergent understanding and attribution of randomness: Comparative analysis of reasoning of primary grade children and undergraduates. *Cognition and Instruction*, 16, 487-519
- Ministerio de Educación (1998). *Currículo Básico Nacional*. Caracas: Autor
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007). *Currículo del Sistema Educativo Bolivariano*. Caracas: Autor.
- Morin, E. (2000). *Los siete saberes necesarios a la educación del futuro*. Caracas: IESALC/UNESCO.
- N.C.T.M.(2000). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Traducción de José Álvarez y Jesús Casado. SAEM Thales. Sevilla, España.
- Ortiz, J., Batanero, C. y Serrano, L.(2001). El lenguaje probabilístico en los libros de texto. *Suma*, 38,5-14.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: Norton
- Skoumpourdi, C., Tatsis, K. y Kafoussi, S. (2007). Kindergarten children informal knowledge about probability. En *Proceedings of the CIEAEM 59 Congress*. 59-63. Dobokoko, Hungría.
- Tatsis, K., Kafoussi, S., y Skoumpourdi, C. (2008). Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: The creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education Journal*, 36, 221-226.