



Ensino-aprendizagem das construções fundamentais através de materiais manipulativos

Sandra Aparecida **Oriani** Fassio
Universidade Estadual Paulista, Rio Claro - SP
Brasil

sandraoriani@gmail.com

Claudemir **Murari**

Universidade Estadual Paulista, Rio Claro - SP
Brasil

murari@vivax.com.br

Resumo

Esta oficina tem como objetivo oferecer aos professores participantes uma proposta de estudo da geometria, que conta com o uso de diferentes recursos materiais: da cartolina ao computador, passando pelo uso de lápis, régua, caleidoscópio, esquadro, compasso, software Geogebra e o portasegmento. Tem também o objetivo de explorar e evidenciar as potencialidades didático-pedagógicas de todos esses instrumentos na sala de aula de Matemática. Abordando o tema Construções Básicas, trabalharemos com transporte de segmentos, transporte de ângulos, perpendiculares, ponto médio, paralelas, bissetriz, etc. Esperamos com isso contribuir para minimizar as dificuldades de ensino e aprendizagem de geometria na escola básica, bem como oferecer aos professores e pesquisadores subsídios para uma reflexão das estratégias de ensino e métodos de trabalhos, adequando-os aos recursos disponíveis e aos avanços tecnológicos que ocorrem na sociedade.

Palavras chave: Educação Matemática, Geometria, Construções Geométricas, Caleidoscópio, Portasegmento, Geogebra.

Explicitação do problema: O estudo da geometria

O ser humano sempre esteve cercado por uma grande quantidade de formas geométricas fornecidas pela natureza. Desde os tempos mais antigos o homem primitivo possuía uma capacidade natural de perceber essas configurações e de compará-las quanto à forma e o tamanho. Noções sobre curva, superfície e volume devem, provavelmente, ter surgido na mente

humana da observação do meio em que viviam. Por exemplo, o arco-íris no céu indica uma curva, as bolas de sabão fazem alusão à forma de um hemisfério e os troncos das árvores sugerem cilindros. Da mesma maneira, a noção de simetria deve ter sido despertada pela observação das folhas das árvores, de algumas flores e do corpo dos animais, entre outras coisas.

De modo admirável, o homem primitivo foi capaz de transformar a percepção sobre o espaço a sua volta em uma espécie de geometria rudimentar básica, que ele utilizou para construir moradias, tecer, confeccionar vasos e potes, e para fazer pinturas e ornamentos. Mas, essa geometria, embora notável, era muito intuitiva e necessitava de uma fundamentação científica.

Muitos séculos foram necessários até que o homem começasse a estabelecer procedimentos gerais, a partir de situações geométricas particulares semelhantes. Isso ocorreu, certamente, através de um método indutivo rudimentar, ou ainda, de um método baseado na observação e na experimentação.

Sendo assim, a geometria foi desenvolvida a partir da necessidade de medir terras, construir casas, templos e monumentos, navegar e calcular distâncias. Através dos tempos os seus registros estão presentes nos legados de todas as civilizações: babilônios, egípcios, gregos, chineses, romanos, hindus, árabes, dentre outras (Gaspar, 2003).

A geometria da sala de aula se apóia em um processo de formalização que tem se desenvolvido há mais de 2.000 anos, em níveis crescentes de rigor, abstração e generalização (Passos, 2000). Essa autora também destaca que a geometria é

...um campo de conhecimento muito importante para a descrição e a inter relação do homem com o espaço em que vive, podendo ser considerada como a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade, sendo, portanto fundamental na formação dos alunos (Passos, 2000, p. 1).

É importante ressaltar que a geometria tem tido muito pouco destaque nas aulas de matemática. No entanto, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (Brasil, 1998).

Revisão e fundamentação teórica

Nas situações de ensino de geometria a *visualização* (essencial para a aprendizagem), e a *representação* estão relacionadas na formação do pensamento geométrico. Os diferentes tipos de visualizações necessárias, tanto em contextos matemáticos, quanto em outros, tem relação com a capacidade de criar e manipular. Portanto, visualização pode ser definida como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está diante dos olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto. “O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis” (Nacarato; Passos, 2003, p.78).

De maneira semelhante às idéias de Nacarato e Passos, Duval (1995), descreve que são necessárias três formas de processos para estruturação do conhecimento em geometria, sendo eles a visualização, a construção e o raciocínio. *Visualização* é o processo que observa uma ilustração para a descoberta de uma situação complexa, por uma breve olhada. *Construção* é o processo por instrumentos, e *raciocínio* está relacionado ao processo de prova e explicação. Para

esse autor, esses três processos são entrelaçados em uma ação conjunta e necessária. Os problemas de geometria referem-se a um registro espacial, que dá lugar às formas de interpretações autônomas. Para essas interpretações define os seguintes tipos de apreensões: a *seqüencial*: que é solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição com o objetivo de reproduzir uma figura; a *perceptiva*: que é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica; a *discursiva* é a interpretação dos elementos da figura geométrica, enfatizando a articulação dos enunciados; e, por último, temos a *operatória*, que é centrada sobre as modificações possíveis de uma figura (Duval, 1995 apud Almouloud, S.A., Manrique, A.L., Silva, M.J.F. da., Campos, T.M.M. 2004).

Nacarato e Passos (2003), baseando-se nos trabalhos de Pais (1996), ressaltam que o objetivo do ensino da geometria é possibilitar ao aluno o conhecimento teórico, gerado tanto pelo recurso às bases intuitivas¹ quanto aquele dirigido à atividade experimental.

O estudo da geometria ajuda os alunos a representarem e darem significado ao mundo, através das relações entre os modelos geométricos criados e/ou manipulados, possibilitando a compreensão de representações abstratas. Disso, conclui-se o quanto seu ensino é relevante para a compreensão da matemática.

Nessa perspectiva, entendemos que atividades de construção, desenho, visualização, comparação, transformação, discussão de idéias, conjecturas e elaboração de hipóteses podem facilitar o acesso à estrutura lógica e à demonstração de conceitos geométricos.

São inúmeros os educadores e pensadores que evidenciam a importância do uso de materiais manipulativos para a aprendizagem. Tais recursos são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa. Dessa maneira, “esses materiais funcionam como uma primeira forma de representação dos conceitos” (Passos, 2006, p. 81).

Pais (1996), citado por Santos (2006), ao analisar a utilização de materiais manipuláveis no ensino de geometria, destaca a importância do uso de desenhos, materiais e imagens mentais para o desenvolvimento das idéias geométricas, principalmente nas séries do ensino fundamental. “Eles funcionam como recursos didáticos auxiliares e representativos do processo de construção dos conceitos geométricos, em suas correlações com os aspectos intuitivo, experimental e teórico da geometria” (Santos, 2006, p.24).

Nos trabalhos de Murari (1999), Martins (2003) e Almeida (2003), dentre outros, verifica-se a importância de recursos didáticos, mais especificamente da utilização de materiais manipulativos (também denominados de materiais concretos), na abordagem de conceitos geométricos, como forma de contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Para Passos (2006), quando um material manipulável apresenta aplicabilidade para formar um grande número de idéias matemáticas, ele pode ser considerado como um bom material didático. Nesse sentido, essa diversidade de aplicações permite que os alunos estabeleçam conexões entre os diversos conceitos intrínsecos à manipulação do material.

¹ A intuição é uma forma de conhecimento imediato que está sempre disponível no espírito das pessoas e cuja explicitação não requer uma dedução racional guiada por uma seqüência lógica de argumentos deduzidos um dos outros (Pais, 1996, p. 72 apud NACARATO, A. M.; PASSOS. C. L. B., *ibidem*, p.23).

Reys (apud Passos, *ibidem*) definiu alguns critérios para selecionar bons materiais manipuláveis. Para isso, os materiais devem: proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas; representar claramente o conceito matemático; ser motivador; ter uso apropriado quer em diferentes anos de escolaridade, quer em diferentes níveis de formação de conceitos; proporcionar uma base para a abstração e proporcionar manipulação individual.

Além dos critérios de escolha dos materiais já citados, Castelnuovo (1970), afirma ser necessário fazer, ainda, duas considerações a respeito das finalidades da utilização do material concreto: uma é relativa às faculdades sintéticas, as quais permitem ao aluno construir o conceito a partir do concreto, e outra é relativa às faculdades analíticas, em cujo processo o aluno deve distinguir no objeto elementos que constituem a globalização. Por esse motivo que o objeto precisa ser móvel, permitindo transformações, para que o aluno identifique a operação que esta subentendida.

Portanto, todo material didático tem um poder de influência variável sobre os alunos, pois esse poder depende do estado de cada aluno e, também, do modo como o material didático é empregado pelo professor. Assim sendo, Lorenzato (2006) observa ser provável que a melhor das potencialidades do material didático seja revelada no momento da sua construção pelos alunos, pois é durante este processo que surgem imprevistos e desafios, os quais levam os alunos a formularem conjecturas e a descobrirem caminhos e soluções, já que a geometria é particularmente propícia para o ensino baseado na exploração e investigação.

No entanto, trabalhar com as inovações educacionais, envolvendo diversos materiais manipuláveis, pressupõe uma mudança na prática docente, e essas mudanças geram incerteza. Para Borba e Penteado (2007), alguns professores procuram caminhar numa *zona de conforto*, onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável. Os professores, em geral, não se movimentam em direção a um território desconhecido, apesar de alguns reconhecerem que a forma como estão atuando não favorece a aprendizagem dos alunos. Mesmo assim, no nível de sua prática, não conseguem mudar para algo que não os agrada, continuando com uma prática já cristalizada. Esses professores nunca avançam para uma *zona de riscos*, na qual é preciso avaliar as conseqüências das ações propostas.

Diante do atual contexto de desenvolvimento tecnológico, não podem passar despercebidas as contribuições que o ambiente computacional traz para a formação do pensamento geométrico. Uma questão relevante a ser abordada, quando se discute o reconhecimento de representações bidimensionais, diz respeito aos objetos geométricos representados na tela do computador. Nesse sentido, o aumento do número de computadores, tem fornecido aos professores e aos pesquisadores novos ambientes para o ensino da geometria.

Miskulin (1999) defende que o uso de aplicativos computacionais como Geometric Supposer, Geometer's Sketchpad e Cabri Geomètre, Logo, entre outros, possibilitam contextos propícios para o desenvolvimento de noções e conceitos geométricos. Segundo a autora, esses contextos podem ser utilizados para criar ambientes exploratórios em matemática, mais especificamente, em geometria. Em contrapartida, a autora alerta que, apesar do aspecto tridimensional dos objetos representados na tela, eles são representações planas de objetos espaciais. Essa pesquisadora investigou possibilidades didático-cognitivas do Logo tridimensional na exploração pedagógica de conceitos geométricos, revelando que as situações-

problema trabalhadas, concebidas como atividades de “design”, constituíram-se em contextos favoráveis aos sujeitos pesquisados.

Na era da imagem e do movimento, o ensino de geometria não pode continuar a ser ensinado como em décadas atrás. Ensinar geometria de uma forma ideal exploraria o uso de computadores, aproveitando a experiência dos alunos que usufruem de vídeo-game, dentre outras várias tecnologias do momento. No entanto, nem a escola e nem mesmo os professores estão acompanhando o mesmo ritmo da tecnologia e nem mesmo os professores tem formação adequada para enfrentar esse desafio (Lopes; Nasser, 2005)

Método

Diante disso, são muitas as possibilidades para se focar os conceitos geométricos. O desafio é fazer uso de vários recursos materiais para organizar aulas de geometria de uma forma diferenciada. No caso desta oficina, os materiais utilizados serão lápis, régua, compasso, transferidor, esquadro, caleidoscópios, portasegmentos e o software Geogebra.

O portasegmento é um instrumento pouco conhecido que, conforme Cecco (1971) pode ser confeccionado com papel cartão, cartolina, uma lâmina fina de metal, celulósida ou outro material plástico (o material mais adequado é aquele que apresenta uma superfície lisa e translúcida). Basta recortar um pedaço retangular de 1,5 a 3 cm de largura, e de 10 a 15 cm de comprimento, que já está pronto! Entretanto, os valores mencionados podem variar de acordo com o uso. O ideal é que o aluno prepare vários portasegmentos de diferentes medidas.

O Geogebra é um software de matemática dinâmica que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Florida Atlantic University. Através desse software se pode trabalhar geometria, álgebra e cálculo, principalmente, para o ensino e aprendizagem da matemática nas escolas básicas e secundárias. O Geogebra é um sistema de geometria dinâmica que permite construir vários objetos: pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, gráficos representativos de funções e curvas parametrizadas, cujos objetos, depois de construídos, podem ser modificados dinamicamente.

Os caleidoscópios planos que serão utilizados nesse trabalho são instrumentos formados por dois espelhos articulados. Sua construção é simples: cortar dois espelhos planos de igual medida: 20 cm x 25 cm. Colar esses espelhos sobre uma base de papel resistente (papêlo, papel cartão ou *eva*), deixando entre eles um espaço correspondente a duas vezes a espessura do espelho, para possibilitar a articulação dos mesmos. Recortar o excesso do material que sobrou nas bordas dos espelhos, cujo resultado final é a obtenção dos espelhos “encapados” na forma de um livro aberto.

As atividades para essa oficina, utilizando os diferentes materiais acima mencionados, foram elaboradas com sugestões presentes, em parte, nas dissertações e teses de Murari (1999), Martins (2003), Lírio (2006), Santos (2006), Almeida (2003) e também em Perissinoto Jr, A.; Murari, C.; Perez G. (1986). Tais atividades terão caráter investigativo, conforme proposto por Ponte, Brocardo, Oliveira (2006), cujos procedimentos diferem do tradicional “exercício”, bastante freqüente nas aulas de matemática.

A oficina oferecerá contribuições para minimizar as dificuldades de ensino e aprendizagem de geometria na escola básica, bem como proporcionar aos professores e pesquisadores subsídios para uma reflexão sobre estratégias de ensino e métodos de trabalho, adequando-os aos recursos disponíveis e aos avanços tecnológicos que ocorrem na sociedade.

Atividades da oficina:

- Algumas atividades básicas para se familiarizarem com os caleidoscópios.
- Cada professor do curso construirá seus portasegmentos para serem utilizados nas atividades propostas.
- Atividades preliminares com o software GeoGebra para conhecimento de algumas de suas potencialidades. (Essas atividades poderão ser realizadas no Data Show, com a participação em conjunto dos participantes).
- Distribuição de fichas com as atividades a serem realizadas pelos participantes.

Ficha 1 Primeira Construção Fundamental: Transporte de segmento. Construir um segmento de reta congruente a um segmento dado.

Ficha 2 Segunda Construção Fundamental: Transporte de ângulo. Transportar um ângulo α (dado) para uma semireta r .

Ficha 3 Terceira Construção Fundamental: bissetriz. Construir a bissetriz de um ângulo α dado.

Ficha 4 Quarta Construção Fundamental: perpendicular. Dada uma reta r e um ponto P , construir por P , uma reta perpendicular à reta r . 1º caso: O ponto P pertence à reta r .

Ficha 5 2º caso: O ponto P não pertence à r .

Ficha 6 3º caso: O ponto P não pertence ou coincide com a origem de uma semirreta.

Ficha 7 Quinta Construção Fundamental: mediatriz. Traçar a mediatriz de um segmento dado.

Ficha 8 Sexta Construção Fundamental: paralela. Dada uma reta r e um ponto A fora dela, construir por A uma reta paralela à r .

Ficha 9 Sétima Construção Fundamental: Tangente. Dado um ponto P , em uma circunferência, traçar a reta tangente à circunferência por esse ponto.

• Cada professor do curso deverá elaborar as construções propostas utilizando lápis, régua, compasso, transferidor, esquadro, caleidoscópio e portasegmento. Devido ao tempo disponível, as construções no software Geogebra serão feitas em conjunto, no Data-show.

Infra-estrutura:

Um computador com Data-show; Mesa para expor os materiais e várias mesas e cadeiras para os professores participantes trabalharem com os materiais.

Público Alvo:

Professores dos anos finais do Ensino Fundamental/ secundário

Capacidade por sala:

Número máximo de pessoas: 25

Tempo previsto:

O tempo presumido para o desenvolvimento dessa oficina é de aproximadamente duas horas. Pretendemos utilizar o Data-show para exposição dos objetivos, da justificativa, da metodologia utilizada, e, também, para o trabalho com o software Geogebra. O tempo remanescente será utilizado para apresentação dos materiais a serem utilizados e para o desenvolvimento das atividades propostas nas fichas.

Bibliografia e referências

- Almeida, S. T. (2003). *Um estudo de pavimentações do plano utilizando caleidoscópios e o software Cabri-Géomètre II*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Almouloud, S.A; Manrique, A.L; Silva, M.J.F. da; Campos, T.M.M. (2004), *A Geometria no Ensino Fundamental: reflexões sobre uma experiência de Formação Envolvendo Professores e alunos*. Revista Brasileira de Educação, set-out-nov-dez, número 027. Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. São Paulo, Brasil. p.94-108. Disponível em: <<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/275/27502707.pdf>> acesso em 30 Abril 2010..
- Borba, M. C. & Pentead, M. G. (2007). *Informática e educação matemática*. 3ª edição. 2ª reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica,
- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental*, MEC/SEF. – Brasília, Brasil.
- Castelnuovo, E. (1970). *Didática de La Matemática Moderna*. México: Trilhas.
- Cecco, E.J. (1971). Geometria del portasegmentos. *Conceptos de Matemática*. Vol. V, n. 18, p. 21-26 e 34.
- Cecco, E.J. (1971). Geometría del portasegmentos. *Conceptos de Matemática*. Vol. V, n. 19, p. 33-38 e 44.
- Cecco, E. (1971). J. Geometría del portasegmentos. *Conceptos de Matemática*. Vol. V, n. 20, p. 27-32.
- Gaspar, M. T. J. (2003). *Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores*. 307 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Lirio, S. B. A. (2006). *tecnologia informática como auxílio no ensino de geometria para deficientes visuais*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Lopes, M.L.M.L.; Nasser, L. (2005). *Geometria na era da Imagem e do movimento*. Instituto de Matemática/ UFRJ. Proj. Fundação. SPEC/PADCT/CAPES. Rio de Janeiro, Brasil.
- Lorenzato, S.(Org.). (2006). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas, SP, Brasil: Autores Associados. pp. 03-37; 77-92.
- Martins, R. A. (2003). *Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Miskulin, R. G. S. (1999). *Concepções Teórico- Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria*. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Instrumentos educacionais para construções geométricas

- Murari, C. (1999). *Ensino-aprendizagem de geometria nas 7ª e 8ª séries via caleidoscópios*. Tese de Doutorado (Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.
- Nacarato, A. M.; Passos. C. L. B. A (2003). *Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores..* São Carlos: EdUFSCar.
- Passos, C. L. B. (2006) *Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática*. In Lorenzato, S.(Org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Coleção Formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados.pp. 77-92.
- Passos, C. L. B. (2000). *Representações, interpretações e prática pedagógica: A geometria na Sala de Aula*. 348f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Perissinoto Jr, A.; Murari, C.; Perez G. (1986). *Apostila de Geometria: Construções Geométricas*. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista,63 p. Rio Claro, SP, Brasil.
- Ponte, J. P.; Brocardo, J.; Oliveira, H. (2006). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Santos, M. R.(2006). *Pavimentação do plano: Um estudo com professores de matemática e Arte*. 177p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil.