



## Concepções Probabilísticas à luz da Teoria CK $\phi$

Priscila Glauce de **Oliveira**  
SEE-SP  
Brasil  
[priscilaglauce@yahoo.com.br](mailto:priscilaglauce@yahoo.com.br)

Cileda de Queiroz e Silva **Coutinho**  
PUC/SP  
Brasil  
[cileda@pucsp.br](mailto:cileda@pucsp.br)

### Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar alguns resultados observados em nossa pesquisa de mestrado. O objetivo foi diagnosticar concepções probabilísticas construídas e mobilizadas pelos alunos do Ensino Médio em situação de resolução de problemas. A questão que nos propusemos a responder foi: *Quais concepções probabilísticas são mobilizadas por alunos do Ensino Médio na resolução de problemas, quando submetidos a uma aprendizagem baseada na nova proposta implementada na rede estadual de São Paulo a partir de 2008?* Para respondê-la, optamos em realizar um estudo de caso e o quadro teórico utilizado para fundamentar as análises busca articular a Teoria das Concepções (ck $\phi$ ). Entre os principais resultados observados, corroborando pesquisas nacionais e internacionais, temos o viés da equiprobabilidade e a concepção de probabilidade caracterizada pelo invariante “razão entre parte e todo”.

*Palavras-Chave:* Probabilidade, Concepção, Teoria ck $\phi$ , Proposta Curricular do Estado de São Paulo, Ensino Médio.

### Introdução

O presente artigo é parte de nossa dissertação de mestrado, cujo objetivo foi diagnosticar quais concepções probabilísticas são construídas e mobilizadas pelos alunos do Ensino Médio quando estes utilizam como material didático a nova proposta curricular implementada no estado de São Paulo, em 2008.

Nosso levantamento bibliográfico levou-nos à pesquisas como as de Coutinho (1994, 2001, 2003 e 2007), Lopes (2000), Silva e Coutinho (2005), Rotunno (2007), Silva (2002), Gonçalves

(2004), Batanero (1996, 2005 e 2006), Bayer et al (2005), Kataoka et al (2007), Friolani (2007), Goulart (2007) e Welker (2010), às quais apontaram para resultados que nos ajudaram a construir nossa problemática. Dessa forma, foi possível verificar o baixo número de pesquisas destinadas ao ensino de Probabilidade, e estas centram seu interesse mais na relação entre os enfoques clássico e frequentista como forma de abordagem. Em nenhuma destas pesquisas encontramos estudos que buscassem apontar concepções que os estudantes da escola básica mobilizam quando resolvem problemas em contexto probabilístico. As pesquisas existentes neste eixo – concepções probabilísticas – têm foco no professor e não no aprendiz.

Ainda na busca de compor nossa problemática, buscamos o contexto da implementação da nova proposta curricular, em 2008, da Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP). Tal proposta buscava unificar o currículo da rede e melhorar a qualidade de ensino. Integrando a nova proposta, a SEE/SP enviou para todos os professores um material didático designado por “Caderno do Professor”, organizados em volumes distintos por série e bimestre. Estes cadernos contemplam orientações didáticas, além de propor situações de aprendizagem sobre o tema do bimestre. Em 2009, a SEE/SP enviou também os cadernos do aluno, contendo as atividades propostas no Caderno do Professor. Esta inovação curricular suscitou discussões por parte dos professores, que deveriam aplicar as atividades propostas, e também por parte dos pesquisadores, que diante do contexto, viram surgir algumas inquietações sobre a aprendizagem baseada nesta proposta.

Neste contexto, e percebendo a necessidade de uma pesquisa que buscasse apontar as concepções probabilísticas que os estudantes mobilizam na resolução de problemas, nossa pesquisa apoiou-se nos estudos de Balacheff (1995) sobre Teoria das Concepções (ckç - *concept, knowledge, conception*).

Buscamos assim responder à seguinte questão de pesquisa: *Quais concepções probabilísticas são mobilizadas por alunos do Ensino Médio na resolução de problemas, quando submetidos a uma aprendizagem baseada na nova proposta implementada na rede estadual de São Paulo a partir de 2008?*

Como metodologia, escolhemos o estudo de caso, nos termos de Yin (2005), acreditando que um estudo minucioso de um número reduzido de estudantes possa apontar mais detalhadamente as concepções probabilísticas que estes mobilizam em situações de resolução de problemas. O estudo de caso, segundo esse autor, tem como objetivo compreender em profundidade o “como” e os “porquês” da entidade que se estuda, evidenciando a sua identidade e características próprias e que pode ser conduzido por três propósitos básicos: explorar, descrever ou ainda explicar, dessa forma elaboramos uma atividade com 11 questões que foram resolvidas por alunos da segunda e da terceira séries do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de São Paulo. Foram realizadas duas sessões com os alunos da segunda série e uma com os alunos da terceira série, com o objetivo de verificar quais concepções os alunos mobilizam antes do ensino formal, ao término deste, e passado um ano deste ensino.

### **Referencial teórico**

Nossa pesquisa foi embasada na Teoria das Concepções (CKç - *concept, knowledge, conception*) de Balacheff (1995). Para o autor, a palavra “concepção” não é definida explicitamente, afirmando que as pesquisas que visam estudar o ensino e aprendizagem da Matemática a utilizam no senso comum, por isto buscou estudar formas de definir o termo.

Essa teoria visa estudar as relações entre os conceitos, os conhecimentos e as concepções que porventura os estudantes podem vir a apresentar sobre determinado conteúdo matemático.

Com isto, o autor tenta, por meio desta teoria, desenvolver um significado, uma definição para o termo “concepção”, mais especificamente seu sentido nas pesquisas em Educação Matemática.

Para Balacheff (1995), resgatar a noção de concepção é mobilizar ações no sujeito, mediante a realização de uma atividade. Este, em situações específicas, pode agir racional e coerentemente para resolver a questão. Para isto considera que uma concepção  $C$  envolve uma quádrupla  $(P, R, L, \Sigma)$  na qual:

- $P$  é um conjunto de problemas, sobre o qual  $C$  é operatório;
- $R$  é um conjunto de operadores (ferramentas cognitivas para ação);
- $L$  é um sistema de representação, que permite exprimir os elementos de  $P$  e de  $R$ ;
- $\Sigma$  é uma estrutura de controle, que assegura a não contradição de  $C$ .

Nesta quádrupla, um sujeito diante de um problema a resolver, pode dispor de várias concepções sobre um mesmo objeto matemático e mobilizar uma ou outra em função do problema proposto. Estas concepções podem ser localmente ou globalmente verdadeiras, considerando que cada uma delas tem um domínio de validade, mas que o sujeito pode, eventualmente, mobilizá-las fora deste domínio. Isto pode ser a origem de vários obstáculos identificados no ensino e na aprendizagem do conceito.

A caracterização do conjunto de problemas é considerada por Balacheff (1995) como muito complexa, afirmando que a opção sugerida por Vergnaud (1996) de considerar todos os problemas para os quais a concepção considerada fornece ferramentas eficientes para elaborar uma solução e aquela apontada por Brousseau, de considerar um conjunto finito de problemas com a ideia de que outros problemas que dela derivam não são suficientes. Assim, considera que o conjunto de problemas deve ser formulado de forma empírica, partindo da caracterização das situações e permitindo diagnosticar as concepções dos estudantes, ou seja, o conjunto de problemas que dá significado à concepção.

Os operadores são as ferramentas cognitivas que estes estudantes mobilizam para resolver os problemas, ou seja, são meios que possuem para obter uma evolução nas relações com o *milieu*<sup>1</sup>. Esta ação pode ser considerada concreta quando permite uma ação material, ou abstrata, quando permite transformações linguísticas, simbólicas ou representações gráficas. Um exemplo de operador seria o uso de regra sintática para transformar uma expressão algébrica ou teorema.

Para Balacheff (1995), o sistema de representação consiste em um conjunto de significantes que podem ser compreendidos como a representação de um objeto ou pensamento e deve ser adequado para dar conta dos problemas e permitir a ação dos operadores. São exemplos de sistemas de representação a linguagem algébrica, o desenho geométrico e a representação gráfica.

---

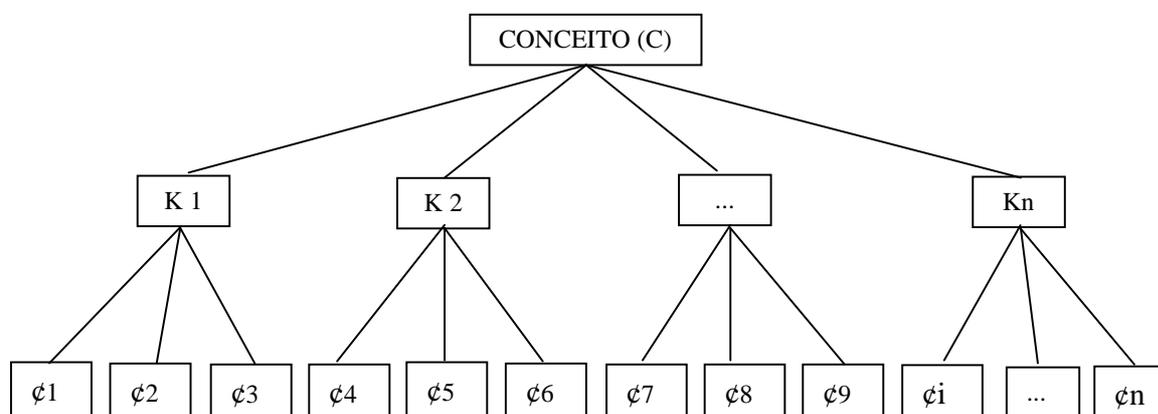
<sup>1</sup> No sentido proposto por Brousseau (1986), das relações do sujeito com o “*milieu*”. Para Brousseau, o “*milieu*” é tudo o que interage com o aluno de forma antagonista, ou seja, de forma a desafiar o aluno a encontrar respostas das situações problemas.

Por último, este autor define a estrutura de controle como a estrutura que permite exprimir os meios do estudante fazer escolhas, tomar decisões e validar uma ação. Balacheff considera esta estrutura muito mais complexa do que a estrutura proposta por Vergnaud (1996), que faz referências aos teoremas-em-ação e aos invariantes operatórios. Ela é considerada mais complexa e inovadora, pois Balacheff (1995) acredita que a problemática da validação está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, a estrutura de controle têm a função de julgar a validade e a adequação da ação realizada pelo sujeito que resolve um problema, enquanto que para Vergnaud (1996), as ações vão apenas até os procedimentos utilizados para se verificar que as ações são legítimas e corretas, sem a preocupação de validá-las, e desta forma propiciar a compreensão.

Assim, a Teoria das Concepções se diferencia da teoria dos Campos Conceituais no duplo papel dos invariantes operatórios. Enquanto na primeira, estão organizados em duas categorias: operadores e estrutura de controle na segunda, eles estão agrupados em uma ampla classe (controles e operadores constituem uma mesma classe de invariantes). Para Balacheff (1995), os operadores são os instrumentos necessários à resolução do problema e as estruturas de controle fazem a validação ou não da concepção. É esta validação que nos permitirá identificar determinada concepção.

Balacheff (1995) acredita ainda que a caracterização de uma concepção não envolve mais o conceito do que o meio com o qual o sujeito interage. Pelo contrário, permite uma caracterização do sujeito com o meio e o sistema, assim o sistema de representação permite a formulação e uso dos operadores.

Para este autor, o conjunto de todas as concepções que um estudante tem de determinado objeto matemático forma um conhecimento, e o conjunto de todos os conhecimentos forma o conceito. A Figura 1, proposta por Balacheff (1995), explica melhor essa inter-relação.

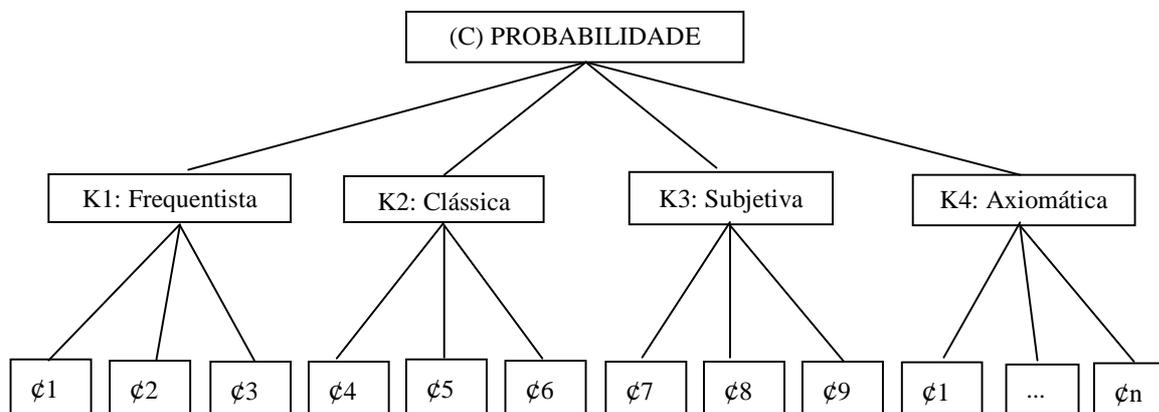


**Figura 1** - Esquema das relações possíveis entre concepções, conhecimentos e conceitos, propostas por Balacheff (1995).

Neste esquema, ç1, ç2, ç3, ..., çn constituem o conjunto de concepções que forma o conjunto de conhecimentos K1, K2, ..., Kn, que forma o conceito. A título de exemplo, podemos considerar a Probabilidade como um conceito que possui diversos enfoques: clássico, frequentista, subjetivo e axiomático, que são os conhecimentos que um sujeito tem sobre

Probabilidade e os invariantes operatórios que o sujeito utiliza para “trabalhar” com a Probabilidade, caracterizando as concepções.

Neste caso, para o Conceito de Probabilidade, nossa proposta pode ser ilustrada pelo esquema mostrado na Figura 2.



**Figura 2** - Esquema proposto por nós para as relações entre concepções e conhecimentos, para constituir o conceito de Probabilidade

Vale ressaltar que o presente trabalho ainda não nos permitiu organizar as concepções identificadas segundo o esquema apresentado na Figura 2, e isso é uma das perspectivas futuras dessa pesquisa.

Para que se possa identificar alguma concepção, a aplicação de uma atividade se faz necessária, pois segundo Balacheff (1995), a concepção é uma instanciação do conhecimento de um sujeito com o *milieu*, ou seja, as concepções são influenciadas pelo *milieu*. Além disto, Lopes (2008) acredita que a realização de uma atividade que envolva contextos que sejam significativos ao aluno se faz necessária, pois a aprendizagem só complementar a formação caso ela seja significativa.

Acreditamos que é necessário desenvolver uma prática pedagógica na qual sejam propostas situações em que os estudantes realizem atividades, as quais considerem seus contextos e possam observar e construir os eventos possíveis, por meio de experimentação concreta, de coleta e de organização de dados. A aprendizagem da Estocástica só complementar a formação dos alunos se for significativa, se considerar situações familiares a eles, que sejam contextualizadas, investigadas e analisadas. (LOPES, 2008, p. 59-60)

Diante disto, a elaboração da situação problema foi realizada cuidadosamente, considerando-se as condições de aplicação, os conhecimentos disponíveis e os contextos, para que fosse possível identificar as concepções.

### Aplicação da atividade

Aplicamos uma atividade com 11 questões que foram construídas de forma a contemplar os quatro níveis de concepções propostos por Azcárate (1996) e também que fossem trabalhados os enfoques Clássico (Laplaciano), Frequentista e Axiomático de Probabilidade. A atividade foi aplicada com duas duplas de alunos da 2ª série e um trio de alunos da 3ª série do Ensino Médio

de uma escola da rede estadual do Estado de São Paulo. Os alunos de uma das duplas da 2ª série, eram alunos da pesquisadora e realizaram uma atividade antes e outra depois do ensino formal de probabilidade baseado na nova proposta implementada o estado de São Paulo. A escolha desses alunos permitiu que pudéssemos diagnosticar as concepções que estes apresentam em três momentos distintos: antes, logo após, e passado um ano do ensino formal. A análise da produção e do diálogo dos alunos foi embasada pela Teoria das Concepções com o objetivo de identificar quais operadores os estudantes mobilizam para resolver os problemas, qual o sistema de representação utilizado e quais invariantes operatórios constituem a estrutura de controle.

Dentre as concepções identificadas no desenvolvimento das 11 questões da atividade, escolhemos apresentar duas que caracterizam parte do conceito de probabilidade.

### Identificação de uma concepção apontada na primeira questão

#### Questão 1: Um probleminha para aquecer... A escolha do carro novo.

Em uma loja de carros usados um cliente percebe que o modelo que ele procura está disponível em 3 cores diferentes: azul, vinho e prata. Existem no pátio da loja 2 veículos azuis, 4 vinho e 1 prata. Gostando das três cores e com a informação que todos os carros são exatamente iguais, a menos da cor, decide escolher uma chave ao acaso na mesa do vendedor. Qual é a probabilidade de que ele compre um carro prata? Justifique.

Agora vamos pensar juntos alguns detalhes.

a) A escolha da chave é feita ao acaso? Justifique.

b) Podemos descrever todas as possibilidades de resultados antes da escolha da chave? Se sim, quais? Se não, justifique.

c) Se a cada carro vendido pudermos supor que a loja repõe a cor escolhida de forma a manter o estoque sempre o mesmo, podemos repetir o processo de escolha da chave ao acaso tantas vezes quantas desejarmos, sempre nas mesmas condições, ainda que apenas mentalmente? Justifique.

O objetivo geral desta questão era fazer com que o aluno se familiarizasse com a ideia do acaso. Os itens a), b) e c) foram propostos com a intenção de provocar no aluno uma reflexão sobre a identificação de uma experiência aleatória, para que em seguida, respondesse a questão. Como a pergunta principal era responder qual a probabilidade de sortear um carro prata em um conjunto de carros pré-determinado, buscamos também, identificar a concepção de probabilidade mobilizada pelos alunos.

Na atividade que realizaram após o ensino formal, percebemos que as alunas responderam corretamente a questão, demonstrando terem noção do acaso. É possível perceber também que as alunas já apontam uma compreensão de Probabilidade. Percebemos ainda, que as alunas utilizaram um invariante, que é a razão entre parte e todo, e como este invariante está sendo usado para desenvolver a resolução, é considerado um operador. Para validarem o resultado explicam o que significa esta fração. Esta validação se apresenta como estrutura de controle e é apresentada na Figura 3.

R-  $\frac{1}{7}$ , existe somente um carro prata entre 6 de outros 7 cores dando num total de 7 carros com chance de ser prata.

Agora vamos pensar juntos alguns detalhes.

Figura 3. Resposta fornecida pela dupla observada.

Neste caso, pudemos identificar uma concepção clássica de Probabilidade, à qual chamamos “comparação entre parte e todo”, para a qual temos:

**Campo de problemas:** determinação da Probabilidade de um evento resultante de um sorteio aleatório em um conjunto finito de elementos;

**Conjunto de representações:** linguagem corrente, representação numérica;

**Operador:** a probabilidade é uma razão entre parte e todo;

**Estrutura de controle:** validação dos operadores por meio da linguagem corrente – existe uma opção correta entre as sete possíveis, o controle sendo feito pela associação entre opção e chave.

O diálogo entre os alunos é apresentado no extrato que segue:

Diálogo	Nossa Análise
T: Tem um saquinho, com 7 chaves, são 7 carros. Tem duas chaves lá do carro azul, 4 do vinho e 1 do prata. Ele tem uma chance, não... ele tem..., como eu posso falar..., ó, ele tem 7 opções de chave lá dentro, só que ele vai puxar uma vez só, entendeu? Ai, não é isto que eu quero falar.	Percebe-se que M não percebe a proporção existente no conjunto do qual se fará o sorteio, que é a proporção no conjunto de carros segundo suas cores. Neste caso, pode-se inferir a mobilização de um invariante operatório: “em um sorteio, importa o número de elementos dos quais se fará este sorteio e não a proporção existente neste conjunto devido à características diferentes dos seus elementos”.
M: Se você for raciocinar por este sentido, vai ser isto ó: um saquinho que eu tenho 7 lápis de cores diferentes.	
T: Não é isto que eu estou querendo dizer.	
M: O que você quis dizer...	
Pesquisadora: Põe no papel para eu ver se eu entendo o que você está querendo dizer.	
M: Eu entendi.	
...	
M: Ó, tem 7 chaves e ele quer pegar, ele tem uma chance de pegar uma chave, é..., um prata, porque só tem uma chave do prata, certo? Para pegar um prata... Por mais que tenha sete chaves, só uma chave prata, então é uma opção.	Associação entre cada chave e a opção correspondente para escolha no sorteio.
T: Eu tava fazendo isto no 9º ano, deixa eu ver se eu consigo usar o mesmo exemplo que ele usou. Ó, tem 7 chaves, só que ele tem uma chave prata, uma desta aqui é prata, só que ..., ai a palavra “foge”.	Neste momento a fala do aluno indica uma aprendizagem anterior, ou seja, existe uma concepção não espontânea, construída a partir de aprendizagem anterior.
M: Vai, vai fazendo.	
T: Deixa eu ver...	
M: Mas foi o que eu quis dizer, ó: no caso ele tem 7 chaves, digamos que a bolinha...	
T: Não, espera ai, espera ai.	
M: Vamos fazer assim.	
T: Eu quero explicar por quê.	
M: Oh: 2 veículos azul, a bolinha aqui é azul, 4 veículos pretos, triângulo é o preto.	
T: Não tem nenhum preto, é vinho e prata.	
M: Desculpa. 4 vinho, 2 azul e 1 prata, eu vou “enfiar” a mão aqui uma vez para pegar uma chave, ta vendo a mãozinha aqui, rsrs, para pegar uma chave. Qual é a probabilidade de eu pegar, se só tem uma chave prata? Uma.	Uso de representação pictográfica para explicitar a composição do conjunto no qual se fará o sorteio – associa cada bolinha a uma chave.
T: Então, você tem uma chave para 7 chaves.	

M: Ou 7 opções, isto. Então eu tenho uma chance em 7 opções.	
T: Então é isto mesmo.	

**Quadro 1** – Diálogo dos alunos na resolução da questão 1 da atividade realizada antes do ensino formal e análise da pesquisadora

Podemos afirmar que a concepção identificada na maior parte dos alunos observados ou é a concepção clássica ou outra concepção relacionada com ela pelo fato de ser composta pelo mesmo operador, que é o conceito-em-ação segundo o qual a probabilidade é uma razão entre parte e todo. A noção que possuem do acaso é percebida embora não explicitada, e é possível verificar que os alunos evoluíram no sentido da justificativa e validação ao longo do desenvolvimento das atividades aplicadas.

### Identificação de uma concepção apontada na quarta questão

#### Questão 4 – O lançamento de moedas

Vamos agora fazer uma experiência aleatória e observar os resultados. Para começar, vamos jogar “cara ou coroa”.

- Quais os resultados possíveis de um lançamento da moeda “honesta” neste jogo? Entendemos por moeda “honesta” aquela na qual as faces “cara” e “coroa” têm a mesma probabilidade de ocorrer, ou seja, as moedas que são perfeitamente simétricas em relação ao seu “centro de massa”.
- Se lançarmos a moeda 50 vezes, quantas “caras” você espera observar?
- Lance uma moeda qualquer 50 vezes e anote os resultados. O que você observa?

1		11		21		31		41	
2		12		22		32		42	
3		13		23		33		43	
4		14		24		34		44	
5		15		25		35		45	
6		16		26		36		46	
7		17		27		37		47	
8		18		28		38		48	
9		19		29		39		49	
10		20		30		40		50	

- O experimento “lançar uma moeda e observar a face superior após imobilização” pode ser considerado um fenômeno aleatório?
- Lance uma moeda quatro vezes, observe a sequência de caras (k) e coroas (c) e apresente um espaço amostral para este experimento?
- Lance uma moeda 100 vezes. Qual é a probabilidade de ocorrer cara? E qual é a probabilidade de ocorrer coroa? Esta probabilidade depende do número de lançamentos? Justifique.

O objetivo desta questão era apontar possíveis concepções sobre o enfoque frequentista de Probabilidade. As análises a seguir referem-se aos alunos da 3ª série do Ensino Médio.

Nas análises do item (b), percebe-se que os alunos mobilizam uma concepção de equiprobabilidade, afirmando que a probabilidade de ocorrer cara é metade dos lançamentos e a probabilidade de ocorrer coroa é a outra metade – já que a moeda só tem duas faces.

Diálogo	Nossa Análise
D: Se lançarmos 50 moedas, quantas “caras” você espera observar? 25.	
C: 25.	
D: 25 porque, se jogar 50 vezes, tem duas faces, tem 25 probabilidades de cair de um lado e 25 de cair do outro.	É possível verificar aqui a utilização de um operador: os alunos associam o número de faces da moeda com o número de lançamentos e como a moeda tem duas faces, deverá ter 25 caras e 25 coroas para a soma dar 50, que é o número de lançamentos
C: Tá, então tá	

Quadro 2 – Diálogo dos alunos da 3ª série EM na resolução da questão 4 da atividade e análise da pesquisadora

Neste caso, é facilmente percebida a concepção de equiprobabilidade, para a qual temos:

**Campo de problemas:** verificar quantas caras e quantas coroas pode-se observar no lançamento de 50 moedas determinando a probabilidade de ocorrência de uma cara.

**Conjunto de representações:** linguagem corrente e representações numéricas (conjunto dos números racionais);

**Operadores:** relacionar o número de faces da moeda com o número de lançamentos, afirmando que ao lançar 50 vezes uma moeda, há 25 probabilidades para um lado e 25 para o outro lado.

**Estrutura de Controle:** considerar que a moeda só tem duas faces e por isso afirmar que do total de lançamentos, temos metade das possibilidades para cada lado da moeda.

### Resultados de pesquisa

Com nossa pesquisa pudemos verificar que a metodologia e fundamentação escolhidas proporcionaram condições de responder à questão formulada, pois conseguimos apontar algumas concepções. A estrutura desenvolvida por Balacheff (1995) para caracterização de uma concepção permitiu apontar nas atividades e diálogos dos alunos os operadores e estrutura de controle que asseguraram a mobilização da concepção. Em outras palavras, foi possível apontar as validações que permitiram a mobilização desta concepção. Dentre as concepções apontadas, destacamos aquelas que respondem nossa questão de pesquisa, descritas em Oliveira (2010):

- Probabilidade como Proporcionalidade dentro do conjunto;
- Probabilidade como Comparação entre parte e todo (definição clássica);
- Probabilidade como Unitária de Probabilidade;
- Probabilidade como Porcentagem;
- Probabilidade Complementar;
- Considerar apenas a parte;
- Confusão nos termos Probabilidade e Possibilidade;
- O acaso está associado à sorte;
- Experiência determinística;
- Concepção de aleatoriedade;
- Concepção Intuitiva de Probabilidade;
- Equiprobabilidade;
- Noção de eventos complementares;

Acreditamos assim ter sido possível diagnosticar algumas das concepções mobilizadas pelos alunos de forma estável. Ressaltamos que a análise de todas as questões da sequência trabalhada por nós não permitiu apontar concepções relacionadas com a probabilidade condicional, pois os alunos apresentaram muitas dificuldades nas questões que envolviam tal conhecimento, não mobilizando invariantes (conceitos ou teoremas em ação) de forma estável. Podemos também afirmar que o referencial teórico escolhido se mostrou bastante eficaz para apontar as concepções procuradas, de forma a tornar essa identificação operatória para pesquisas e desenvolvimentos futuros.

Finalizando, acreditamos que nossa pesquisa tenha contribuído para uma reflexão sobre o ensino e aprendizagem de Probabilidade no Ensino Médio. A presente pesquisa apontou falhas no ensino de Probabilidade baseado na nova Proposta Curricular implementada na rede estadual de São Paulo, pois foi possível comprovar a não contribuição da proposta para a construção de um raciocínio verdadeiramente probabilístico que envolva a consideração do aleatório. Tal comprovação foi feita por meio da análise praxeológica dos materiais didáticos utilizados na rede pública estadual, e que não foi foco no presente trabalho.

### Referências

- Azcárate P. G., (1996). Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Granada.
- Balacheff, N. (1995). Conception, connaissance et concept. In: denise grenier (ed.) Séminaire didactique et technologies cognitives en mathématiques (pp.219-244). Grenoble.
- Batanero, C. (1996). Didáctica de la probabilidad y de la estadística. Universidad de Granada, España.
- \_\_\_\_\_. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un recorte iberoamericano. Universidad de Granada, España.
- \_\_\_\_\_. (2006) Razonamiento probabilístico em la vida cotidiana: un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (eds.), Investigación en el Aula De Matemáticas. Estadística y azar. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. ISBN: 84-688-0573-4 . Cd rom. Espana.
- Bayer, A., Echeveste, S., Rocha & J., Bittencourt, H. R. (2005). Probabilidade na escola. In: III Congresso Internacional de Ensino da Matemática, Canoas, 2005, v. 1. P. 1-12.
- Coutinho, C. Q. S. (1994). Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista. 1994. 151f. Dissertação (mestrado em educação matemática), PUC, São Paulo.
- \_\_\_\_\_. (2001) Introduction aux situations aléatoires dès le collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de bernoulli dans l'environnement informatique cabri-géomètre ii. Grenoble. Tese (doutorado em educação matemática)- Université Joseph Fourier.
- \_\_\_\_\_. (2003). Modelagem, simulação e as orientações dos PCN-EF para o ensino de probabilidade. In: Seminário IASI De Estatística Aplicada : Estatística Em Educação E Educação Em Estatística, Rio De Janeiro. Cd – Rom.
- \_\_\_\_\_. (2007). Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? Revemat - revista eletrônica de educação matemática. V2.3, p.50-67, UFSC.
- Friolani, L. C. (2007). O pensamento estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental. (dissertação de mestrado profissional em Ensino da Matemática). PUC, São Paulo

- Gonçalves, M. C. (2004) Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica. (dissertação de mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo
- Goulart, A. (2007). Os discursos sobre os conceitos probabilísticos para a escola básica. (dissertação de mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo
- Kataoka, V. Y., Rodrigues, A.; Oliveira, M. S. (2007). Utilização do conceito de probabilidade geométrica como recurso no ensino de estatística. IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, MG.
- Lopes, C. A. E. (2000). A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular. Dissertação de mestrado. Unicamp, Campinas.
- Lopes, C. A. E. (2008). O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos Professores. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.
- Oliveira, P. G. (2010). Probabilidade: concepções construídas e mobilizadas por alunos do ensino médio à luz da Teoria das concepções (CK $\phi$ ). Dissertação de mestrado. PUC/SP, São Paulo.
- Rotunno, S. A. M. (2007) Estatística e probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental. Dissertação de mestrado. (mestrado em educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Silva, C. B. & Coutinho, C. Q. S. (2005). O nascimento da estatística e sua relação com o surgimento da teoria da probabilidade. Revista Integração.
- Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. In: Brun, Jean (dir.). Didática das matemáticas. Trad. Maria José figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget.
- Welker, M. (2010). O conhecimento profissional e a abordagem do ensino de probabilidade: um estudo de caso. (dissertação de mestrado em Educação Matemática). PUC, São Paulo.
- Yin, R. K. (2005). Estudo de caso: planejamento e métodos. Trad. Daniel Grassi. 3. Ed. Porto Alegre: Bookman.