

Relações Históricas entre os Jogos de Azar e a Probabilidade

Thiago Brañas de **Melo**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro e Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Brasil

thiago.branas@ifrj.edu.br

José Cláudio **Reis**

Universidade Estadual do Rio de Janeiro e Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Brasil

guerrareis@tekne.pro.br

Resumo

Este trabalho é parte integrante de uma pesquisa de mestrado em Ciência, Tecnologia e Educação do CEFET/RJ, seu objetivo é partir de uma relação histórico-social entre a matemática e os jogos de azar. Na revisão bibliográfica encontramos no início do enfoque clássico da probabilidade uma relação intrínseca com os jogos de azar. A saber, são exemplos dessa relação a busca por uma melhor solução do “problema dos pontos” e as obras *Liber de Ludo Aleae* de Cardano e *Sopra le Scoperte dei Dadi* de Galileu. Após isso, vemos uma vantagem em usar a história como elemento de aprendizagem no ensino de matemática, propondo uma atividade pedagógica envolvendo a probabilidade e os jogos de azar.

Palavras-chave: Enfoque clássico da probabilidade; jogos de azar; história no ensino de matemática.

O elemento sorte sempre esteve presente na vida de todo ser humano. Na ciência a sorte recebe o nome de acaso. Já em algumas religiões é nomeada de providência divina. Talvez o momento em que mais o ser humano confie na sorte é no momento em que ele realiza um jogo.

Johan Huizinga em seu trabalho *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura*, onde defende que o jogo como uma ação inerente ao homem, diz que:

O jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da 'vida cotidiana'. (2000, p. 33)

Quando acontece de em um jogo haver uma aposta financeira, com risco de perdas, chamamos de jogos de azar.

Este presente artigo traz uma relação dos jogos de azar com a matemática. Primeiramente, apontam-se características sociais, históricas e econômicas desse tipo de atividade, para depois mostrar as relações históricas que existem entre os jogos de azar e a matemática, apontando alguns personagens e suas obras que manifestaram esta relação. Aproveitando dessa relação, o artigo defende o uso da investigação histórica no ensino de matemática e apresenta uma proposta pedagógica que funde elementos históricos da matemática envolvida nos jogos de azar e seu

aprendizado por meio de uma prática educacional.

Jogos de azar

O jogo é uma atividade que se mostra presente em toda a história do ser humano. Gianella para mostrar esta presença, observa que

a mitologia grega recorreu a um gigantesco jogo de dados para explicar o que hoje chamamos Big Bang. Três irmãos, através de dados, partilharam o Universo: Zeus ganhou os céus, Poseidon os mares e Hades, o perdedor, tornou-se o senhor dos infernos” (Gianella, 2003, p. 38).

Segundo Viali (2008), as primeiras manifestações dos jogos que se tem registro é o Tali (jogo de osso) que era praticado com astrágalos, um osso de animal com a forma semelhante a um tetraedro irregular. O Tali era jogado como um jogo de dados. Viali (idem, p. 145) explica que:

As faces maiores eram numeradas com 3 e 4 e as duas menores por 1 e 6. Alguns experimentos conduzidos chegaram a conclusão de que as frequências de ocorrências das quatro faces do osso do jogo do Tali apresentavam os seguintes resultados:

<i>Faces</i>	<i>1</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>6</i>
<i>Frequências</i>	<i>0,12</i>	<i>0,37</i>	<i>0,39</i>	<i>0,12</i>

No Egito antigo, as pessoas que eram consideradas jogadores compulsivos, eram submetidos a uma pena, muita vezes sendo obrigadas a polir pedras para as pirâmides. (Bernstein, 1997)

Na história dos países de origem judaico-cristã, os jogos de azar eram considerados proibidos. Mas, apesar dessa proibição, existiu um bispo belga, Wibold da cidade de Cambrai, que em torno de 960 d.C. inventou um jogo de dados moral. Enumerando os 56 virtudes e atribuindo cada uma aos possíveis resultados do lançamento de três dados. (Viali, 2008)

Cidades em diversos países devem boa parte de suas arrecadações aos cassinos e ao turismo em torno dessa atividade. O exemplo mais mostrado pela indústria de entretenimentos é Las Vegas, no estado de Nevada, oeste dos EUA. Mas, desde 2006, a cidade que mais movimenta dinheiro no setor de jogos é Macau, na Índia. Esta ex-colônia portuguesa, que pertence desde 20 de dezembro de 1999 a China, obteve uma receita provinda deste setor de aproximadamente 83,8 bilhões de patacas (10,5 bilhões de dólares).

Metodologia e objetivos

A proposta que este artigo traz é parte integrante de uma pesquisa de mestrado em andamento no programa de Ciência, Tecnologia e Educação do CEFET/RJ - Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Ela foi construída com alguns objetivos e embasada em teóricos que pesquisam ensino de ciências e matemática, além de filósofos da ciência, historiadores da matemática e de estudiosos em educação, entre outros pesquisadores.

Tem-se como objetivo nesta fase da pesquisa, fazer um levantamento histórico acerca da relação dos jogos de azar com enfoque clássico da probabilidade nos originais e nas referências de obras entre o século XVI e XVII. E também, a construção de uma proposta pedagógica de

trabalho que proporcione aos alunos uma aprendizagem da matemática aliada a uma investigação histórica.

Devido à própria história das ciências e das matemáticas, outro objetivo desse trabalho é mostrar que o conhecimento científico pode ser originado de técnicas, pois uma concepção que os alunos têm é de que a ciência deve vir anteriormente à técnica e tecnologia, pois estas seriam consequências daquela. (Pinheiro, Silveira, Bazzo, 2009) O conhecimento tecnológico nesta atividade é “conhecimento sobre como constituir e usar um modelo matemático”, mais especificamente em jogos. (Skovsmose, 2001)

A investigação histórica no início desta atividade, assim como a própria contextualização da probabilidade por meio de jogo de azar colabora para uma desconstrução da “neutralidade científica”, ou seja, apresentação da matemática (e das ciências de maneira geral) inserida na sociedade, afetando-a e sendo afetada por ela. Em consequência, os matemáticos podem ser visto como sujeitos sócio-históricos e não personagem “intocáveis em torres de marfim”. (Gil Pérez, Montoro, Alís, Cachapuz, Praia, 2001) A desconstrução dessas imagens ingênuas possibilita aos alunos visualizarem a matemática como um conhecimento acessível a eles.

Matemática e jogos de azar

Os jogos de azar sempre foram admirados pelos homens. Ao se lançar a sorte sobre o jogo, as pessoas acreditam que podem obter um resultado favorável e, assim adquirir bens de maneira rápida. Esta sorte sempre intrigou os matemáticos, eles sabiam que existia um cálculo que envolvia os jogos, mas não possuíam um sistema de numeração que lhes facilitavam todos os tipos de operações.

A partir do 1202, com o *Liber abaci* (Livro do Ábaco) de Fibonacci (c1170 – c1250), os números ganharam formas que davam condições de se fazer os primeiros cálculos de probabilidade. (Gianella, 2003). Segundo Howard Eves (2004, 293), esta obra “mostra a influência das álgebras de al-Khowârizmî e Abu Kâmil. O livro ilustra com profusão e defende com energia a notação indo-arábica, muito se devendo a ele pela introdução desses numerais na Europa.”

Paciolli (1445-1517), italiano que depois se tornou o frei franciscano Luca di Borgo, escreveu *Summa de arithmetica, geometria, proportioni e proportionalità*, publicada em Veneza no ano de 1494, onde trazia o problema dos pontos, também conhecido como problemas das apostas. Este problema, que não era original de Paciolli (Viali, 2008), dizia:

A e B estão empenhados em um honesto jogo de balla. Eles concordam em continuar até que um deles vença seis rodadas. O jogo é encerrado quando A vence cinco, e B três rodadas. Como deveriam ser divididas as apostas? (apud Gianella, 2003, 38; Vega-Amaya, 2002, 59)

Várias pessoas após o problema dos pontos proposto por Paciolli, tentaram resolve-lo. Entre eles está o italiano Niccolo Fontana (1499-1557), conhecido como Tartaglia, que publicou em 1556 a obra *Trattato Generale di Numeri e Misuri*, que trazia várias propostas de resoluções para problemas propostos por Paciolli (Vega-Amaya, 2002; Viali, 2008), entre eles Tartaglia escreveu sobre o problema dos pontos que julgava a solução proposta por Paciolli de fazer a divisão do prêmio numa proporção de 5:3 não era “bom nem conciliadora pois se por acaso, o jogador A tem uma rodada a seu favor e B nenhuma, o primeiro deve ganhar toda aposta”, mais adiante afirma que “a solução deste problema é mais de caráter judicial que matemático, de

maneira que seja o procedimento para a distribuição sempre haverá motivos para litígio”. (apud Vega-Amaya, 2002, 59)

Mais tarde, no ano de 1654, Pascal (1623-1662) e Fermat (1601-1665)

estabelecem comunicação epistolar (quatro cartas no total) em que discutem e resolvem o famoso problema dos pontos, também conhecido como problemas das apostas. Este problema já havia sido estudado por matemáticos italianos no século anterior mas as soluções que se propunham eram pouco satisfatórias e controversas, a tal modo que consideravam um paradoxo. O impacto que as soluções de Pascal e Fermat provocaram foi tão profundo, que para muitos historiadores 1654 é o ano de nascimento da teoria da probabilidade, enquanto que os progressos prévios somente são pré-história. (destaca-se que Laplace deu crédito da fundação da teoria da probabilidade a Fermat e Pascal por serem franceses). (Vega-Amaya, 2002, 59)

A saber, a solução do problema dos pontos foi dado na carta de dia 24 de agosto de 1654, quando Pascal, ao escrever para Fermat, lista todas as possibilidades das próximas jogadas. (DAVID, 1962) Como para o jogados A faltavam duas rodadas para vencer e o jogador B três rodadas, Pascal percebe que eram necessárias no máximo quatro rodadas para o jogo terminar, formando um total de 16 possibilidades. Dentre estas, 11 casos favoráveis ao jogador A e 5 favoráveis a B. O prêmio, então, seria dividido nessa proporção.

Outros personagens aparecem na história do problema das apostas, como por exemplo Antoine Gombauld, que se autodenominava Cavaleiro de Méré (1607-1684), e Christiaan Huygens (1629-1695).

O francês Cavaleiro de Méré era um apostador que usava da matemática para obter sucesso em cassinos, era um jogador por profissão. Foi ele que propôs a Pascal que resolvesse o velho problema dos pontos, dando início à troca de cartas entre Pascal e Fermat (Gianella, 2003).

As mesmas trocas de cartas entre Pascal e Fermat deixou o holandês Huygens curioso sobre o assunto em uma de suas viagens a Paris em 1655. Ao voltar a Holanda, ele escreve *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (Sobre o Raciocínio em Jogos de Dados) que seria a primeira obra impressa sobre a teoria da probabilidade. (Viali, 2008)

A relação da teoria da probabilidade com os jogos de azar foi mais explícita com Cardano (1501-1576) e Galileu (1564-1642). O italiano Girolamo Cardano apesar de ser um estudioso, formado em medicina, passou um tempo da vida se sustentando a partir dos jogos. O próprio escreve que foi dependente do tabuleiro de xadrez por mais de quarenta anos e da mesa de dados por vinte e cinco anos. (David, 1962) Se envolveu em várias discórdias durante sua vida, como por vezes fora dificultada sua ascensão acadêmica, muito por causa de seu temperamento. Em sua autobiografia reconhece que seus hábitos trouxeram para ele inimigos. (O'connor, Robertson, 1998) Em seu *Liber de Ludo Aleae* (Livro dos Jogos de Azar), Cardano pode ter sido o primeiro a fazer uma abordagem estatística da probabilidade.

Liber de Ludo Aleae aborda de maneira ampla os jogos, diferenciando os que usam força, habilidade, sorte, e analisa alguns jogos de azar, como jogos de dados, de cartas, Gamão, Primero (uma versão medieval do Poker). Uma característica marcante desse livro é que ele se apresenta como a junção entre a matemática (matéria que após frustrações na medicina, Cardano acabou lecionando) e a prática frequente em jogos de azar diversos. Ele aponta que o acaso é um elemento existente tanto nos jogos de dados quanto nos jogos de cartas, mas nas cartas, a habilidade está também presente, pois o adversário não pode ver o que o jogador tem em mãos,

diferente dos dados que ao serem lançados, todos sabem os valores resultantes. (Cardano, 1953) Neste livro, Cardano expõe várias probabilidades no arremesso de dois dados, como por exemplo, que este jogo não apresenta onze opções diferentes (a soma dando de 2 a 12), mas sim trinta e seis combinações possíveis. (Gianella, 2003) e faz também um estudo sobre a probabilidade de tirar ases de um baralho. (Lopes, Meirelles, 2005)

O também italiano Galileu Galilei, nascido em Pisa, escreveu *Sopra le Scoperte dei Dadi* (Considerações sobre o Jogo de Dados), publicada postumamente em 1718. Galileu introduz o texto com a seguinte frase: "O fato que em um jogo de dados determinados números são mais vantajosos que outros tem um motivo muito obvio, isto é, que alguns são mais facilmente e frequentemente feitos do que outros, que depende de seu poder de ser obtido de maior variedade de números." (Galilei, 1962, p. 192) A partir daí explica para um amigo nesta obra que apesar de serem seis as possibilidades das faces dos três dados somarem 10 e, também, serem seis as possibilidades das faces dos três dados somarem 9, o estudo feito por ele mostra que é mais comum de acontecer de dar a soma 10 do que a soma 9. (Viali, 2008) Das duzentos e dezesseis possibilidades de resultados dos lançamentos de três dados, em vinte e sete a soma das faces é 10 e vinte e cinco a soma é 9. A obra segue fazendo um estudo completo sobre o lançamento de três dados.

O Livro de Cardano e esta obra de Galileu trazem explicações que hoje conhecemos como Enfoque Clássico da Probabilidade. (Vega-Amaya, 2002)

Vega-Amaya diz que as contribuições de Cardano e Galileu são as seguintes:

Estabelecem a noção de probabilidade de um evento A como a proporção de resultados equiprováveis favoráveis a A em razão ao número total de resultados possíveis; relacionam problemas combinatórios e jogos de azar; no Livro, Cardano discute as noções de jogo justo e regularidade estatística; Galileu utiliza argumentos probabilísticos no estudo de erros em observações astronômicas. (2002, 58)

Investigações históricas no ensino de matemática

Nas últimas décadas, há um movimento entre os pesquisadores do ensino de ciência e matemática para incluir a história dessas áreas no ensino. Exemplos podem ser visto na elaboração do novo Currículo Nacional Britânico de Ciências, o Projeto 2061 da Associação Americana para o Progresso da Ciência (Mathews, 1995) e a realização do Congresso Internacional de Educação Matemática realizado em 2000 no Japão com o tema *O papel da História da Matemática no ensino e aprendizagem da Matemática*. E no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacional (1998) oficializaram os benefícios do uso da história nas aulas de matemática.

Mas a inserção da história no ensino de ciência sofre ataques com os seguintes fundamentos: "a única história possível nos cursos de ciências era a pseudo-história" (Klein apud Mathews, 1995) e "a exposição à história da ciência enfraquece as convicções científicas necessárias à conclusão bem sucedida da aprendizagem da ciência" (Kuhn apud Mathews, 1995). Baroni, Teixeira e Nobre (2005), que defendem a inserção da história da matemática no ensino, também citam que "uma visão distorcida do passado pode impossibilitar uma contextualização eficaz da matemática" é um argumento desfavorável para a incorporação da história na sala de aula de matemática.

Apesar de essas acusações serem sérias, Mathews (1995) mostra que é possível integrar a história da ciência em seu ensino. No caso particular da matemática, apontamos algumas vantagens:

- Poder situar a matemática escolar e científica como sendo um conhecimento originado nas culturas da Antiguidade Mediterrânea que só a partir do século XVII se tornou uma ciência isolada e, além disso, saber que existem na história outras matemáticas de outros povos com diferentes linguagens, culturas e valores. (D’ambrosio, 2009)
- Permitir o estudante perceber que a matemática tem interesses intrínsecos para se desenvolver, mas este desenvolvimento também apresenta interesses pessoais, econômicos, políticos e sociais. E elementos como erros, incertezas, argumentos intuitivos e controvérsias fazem parte desse desenvolvimento. (Baroni, Teixeira e Nobre, 2005)
- Esclarecer alguns porquês da matemática de forma a contribuir para a formação crítica dos estudantes. (Brasil, 1998)
- Ser um elemento motivador para os estudantes que ao perceberem na história que a sociedade em determinada época teve dificuldade de entender certos conceitos matemáticos e que o aprendizado destes é um processo gradual. Levantar questões, curiosidade e problemas que podem estimular e atrair a atenção do aluno. (Baroni, Teixeira e Nobre, 2005)

Para começar a fazer uma investigação histórica no ensino de matemática, temos que entender que a matemática não é uma ciência neutra socialmente, ela “tem, como qualquer outra forma de conhecimento, a sua dimensão política e não se pode negar que seu progresso tem tudo a ver com o contexto social, econômico, político e ideológico e com fatores psicoemocionais, inclusive espirituais”. (D’ambrosio, 2009)

Mendes (2009) afirma que a matemática é uma ciência construída socialmente e na escola ela ganha poder de difusão. Esta matemática deixa de ser conhecimento científico puro para se tornar um saber escolar, ou seja, um conhecimento científico adaptado, transformado em “saber ensinado” (Gómez-Granell, 1998 apud Mendes, 2009)

Tomando a matemática como este conhecimento construído por seres-humano, em determinadas sociedades, em determinados tempos, é justo que nas aulas de matemáticas ocorram investigações históricas que tratem dos conteúdos matemáticos trabalhados.

Uma boa prática para se fazer estas investigações históricas sobre a construção da matemática é o uso de textos referente à história da matemática. Assim, tanto professores quanto os estudantes “poderão apropriar-se dos conceitos filosóficos que estão presentes nesses textos, mudando assim, sua imagem acerca da matemática como conhecimento pronto e acabado”. (MENDES, 2009, 79) Pode-se prosseguir as atividades, possibilitando ao aluno vivenciar problemas propostos e resolvidos pelos matemáticos durante a história.

Howard Eves escreve em seu livro *Introdução à História da Matemática* que

É um axioma que a história de uma determinada matéria não pode ser devidamente apreciada sem que se tenha pelo menos um razoável conhecimento da própria matéria, e reciprocamente seja impossível uma apreciação verdadeira de um ramo da matemática sem algum conhecimento de história desse ramo, pois a matemática é em grande parte um jogo de ideias, e uma compreensão autêntica das ideias não possível sem uma análise de suas

origens. (apud Gianella, 2006, p. 22-23)

Proposta pedagógica

A partir da relação histórica entre a teoria da probabilidade e os jogos de azar, a proposta pedagógica de trabalho consistirá na apresentação de três questões: uma envolvendo o problema das apostas, uma envolvendo o lançamento de três dados como foi estudado por Galileu e outro problema partindo da postura de Cardano diante dos jogos de cartas.

Fica assim a proposta das questões:

1. Galileu Galilei, grande pensador italiano que viveu entre os séculos XVI e XVII, escreveu uma carta para um amigo explicando o lançamento de três dados. Ele conclui nessa carta que "se pode ver que a soma de 10 pontos pode ser feita por 27 diferentes lances de dados, mas a soma de 9 pontos, 25 somente." Assim como Galileu, escreva uma carta para um amigo explicando estes resultados.

2. O problema das apostas, também conhecido como problema dos pontos, é famoso na história da matemática. Muito foram os personagens que sugeriram soluções para este problema: "A e B estão empenhados em um honesto jogo de *balla*. Eles concordam em continuar até que um deles vença seis rodadas. O jogo é encerrado quando A vence cinco, e B três rodadas. Como deveriam ser divididas as apostas?" Proponha você também uma solução que julgue justa para este problema. Justificando

3. Girolamo Cardano, um médico italiano do século XVI que ficou conhecido na história mais por suas formulações matemáticas, escreveu em seu *Liber de Ludo Aleae* (Livro dos Jogos de Azar) que existem jogos de cartas que depende apenas do acaso, da sorte e jogos de cartas que além do acaso, a habilidade do jogador é imprescindível. Formule um jogo de cartas que dependa apenas do acaso, ou seja, que seja possível calcular a probabilidade do jogador ganhar. Além das regras, você agindo como a banca do jogo, apresente a probabilidade dos resultados favoráveis aos jogadores.

Considerações finais

Neste artigo foi visto que existe uma relação muito próxima da teoria da probabilidade com os jogos de azar. Personagens importantes como Cardano, Galileu, Pascal, Fermat e Huygens dedicaram estudos que contribuíram para o que hoje chamamos de enfoque clássico da probabilidade, e em todos estes estudos haviam os jogos de azar e a matemática em torno dessa atividade.

Após uma reflexão sobre a importância das investigações históricas no ensino de matemática, esta história contribuiu para que neste artigo, se apresentasse uma proposta pedagógica para o ensino de probabilidade, envolvendo este conteúdo escolar com os jogos de azar.

Referências Bibliográficas

Baroni, R. L. S.; Teixeira, M. V.; Nobre, S. (2006) A investigação científica em história da

- matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In: *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. BICUDO, M.A.V. e BORBA, M.C. (eds). São Paulo: Cortez.
- Bernstein, P. L. (1997) *Desafio aos Deuses: a Fascinante História do Risco*. Rio de Janeiro: Campus.
- Brasil. (1998) *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. Brasília: MEC/ SEF.
- Cardano, Girolamo. (1953) *Liber de Ludo Aleae*. Tradução de Sydney Henry Gould. In: Ore, O. *Cardano. The Gambling Scholar*. New Jersey: Princetin University Press.
- D'ambrosio, Ubiratan. (2009) *Etnomatemática e História da Matemática*. In: *Etnomatemática: novos desafios teóricos e pedagógicos*. FANTINATO, M. C. C. B. (org.) Niterói: EdUFF. 207 p.
- David, F. N. (1962) *Games, Gods and Gambling*. The origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era. New York: Hafner Publishing Company. 275 p.
- Eves, Howard. (2004) *Introdução à história da Matemática. Campinas*: UNICAMP.
- Galilei, Galileu. (1962) *Sopra la scoperte dei dadi*. Tradução de E. H. Thorne. In: David, F. N. *Games, Gods and Gambling*. The origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era. New York: Hafner Publishing Company. 275 p.
- Gianella, Renato. (2003) O Lúdico na Teoria dos Jogos. *Scientific American Brasil*, n. 10, p. 36 - 43.
- Gianella, Renato. (2006) *Teoria das Probabilidades: Aleae Geometria Principia Mathematica. Teoria dos jogos: o futuro administrando o presente*. São Paulo: Edições Mandacaru Letra e Arte.
- Gil Pérez; D., Montoro, I. F., Alís; J. C., Cachapuz, A. & Praia; J. (2001) Por uma imagem não deformada do trabalho científico. *Ciência & Educação*, v. 7, n. 2, p. 125-153.
- Huizinga, Johan. (2000) *Homo Ludens*. O jogo como elemento da cultura. Perspectiva: São Paulo.
- Lopes, C. E. Meirelles, E. (2005) O Desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. In: *XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática*. Campinas. Estocástica nas séries iniciais.
- Mathews, M. R. (1995) História, filosofia e ensino de ciências: a tendência atual de reaproximação. *Caderno Catarinense de Ensino de Física. Florianópolis*, v.12, nº 3, p.164-214, dez. 1995.
- Mendes, Iran A. (2009) *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. 1 ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. 258 p.
- O'connor, J.J.; Robertson, E. F. (1998) *Girolamo Cardano*. St. Andrews. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cardan.html>. Acesso em: 23 de setembro de 2010.

- Pinheiro, N. A. M. Silveira, R. M. C. F. Bazzo, W. A. (2009) O contexto científico-tecnológico e social acerca de uma abordagem crítico-reflexiva: perspectiva e enfoque. *Revista Iberoamericana de Educación*, v. 49, n. 1.
- Skovsmose, O. (2001) *Educação Matemática Crítica*. A questão da democracia. Campinas: Papirus.
- Vega-Amaya, Oscar. (2002) Surgimiento de la teoría matemática de la probabilidad. *Apuntes de historia de las matemáticas*, v. 1, n. 1, p. 54 – 62.
- Viali, Lori. (2008) Algumas Considerações Sobre a Origem da Teoria da Probabilidade. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 8, n. 16, pág. 143-153.